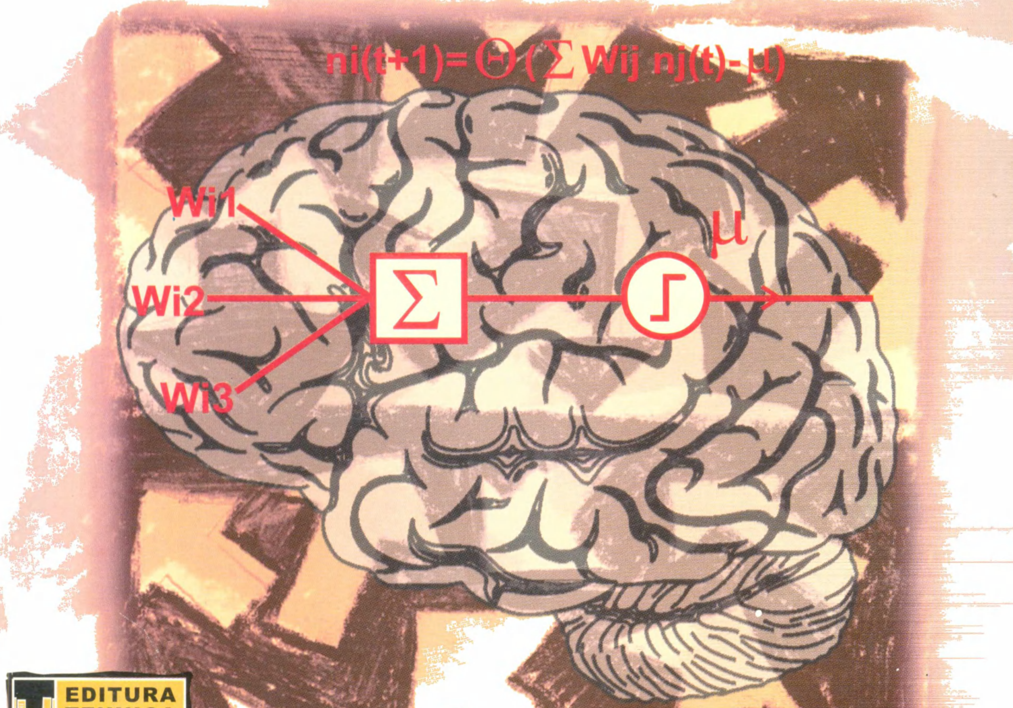
ROGER PENROSE

Taifas

Mintea noastră... cea de toate zilele

DESPRE GÂNDIRE, FIZICĂ ŞI CALCULATOARE



EDITURA TEHNICA

COLECȚIA τ (*TAIFAS*) **Roger PENROSE**

MINTEA NOASTRĂ ...CEA DE TOATE ZILELE
Despre gândire, fizică și calculatoare

Dedic această carte memoriei dragi
a scumpei mele mame, care
nu a mai apucat să o vadă.
Roger Penrose

Coordonatorul colecţiei: dr. Roman Chirilă

τ

Există, fără îndoială, un soi de fericire căpătată din înţelegerea celor privite ori gândite, un soi de împlinire fecundă derivată din efortul de a descifra misterele realităţii.

Colecţia τ (Taifas) îşi propune să găzduiască acele cărţi care să-i prilejuiască cititorului întâlnirea sa cu Universul, cu lumea înconjurătoare, prin mijlocirea cuvântului tăifăsuit; cărţi prin care natura lucrurilor este adusă în dezbatere critică, obiectivă de către mari spirite creatoare şi modelatoare ale ştiinţei, fără formule, fără matematică şi fără ca reprezentările-imagini despre Lume să fie alterate; cărţi prin care tăifăsuirea să devină o ipostază a cunoaşterii ştiinţifice şi o re-cunoaştere a ordinii prealabile a Universului.

Cuvântul tăifăsuit face posibil orice excurs mental, imaginar, confrerizând diversităţi, proximizând îndepărtări şi revelând înţelesuri.

Cititorul instruit pentru o astfel de lectură, trudnică şi răbdătoare, va deveni curând beneficiarul unui spor cognitiv indiscutabil, capabil de a îi potenţa nostalgia şi sentimentul infinitului, a vastităţii lumii înconjurătoare şi a plenitudinii ei coerente, a mirării ca sentiment al înălţării sale interioare !...

© Oxford University Press, 1989
Library of Congress Cataloging-in-Publication Data
Penrose, Roger
The Emperor's New Mind. Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physic
Bibliography:p. Includes index.
1. Artificial intelligence 2. Thought and thinking. 3. Science-Phylosophy.
4. Computers I. Title
Q335.P415 1989
006.3-dc20 89-8548 CIP
ISBN 0-19-851973-7

Copyright © 2001, S.C. Editura Tehnică S.A.
Toate drepturile asupra acestei ediţii sunt rezervate editurii.

Adresa: **S.C. Editura Tehnică S.A.**
Piaţa Presei Libere, nr. 1
33 Bucureşti, România
Cod 71341

Cartea lui Roger Penrose reprezintă o încercare de a găsi o cale de înţelegere a modului în care gândim, raţionăm şi judecăm, pornind de la cunoştinţele pe care le avem în prezent în matematică, fizică, biologie şi ştiinţa calculatoarelor. Pornită dintr-o puternică credinţă în faptul că ceea ce ştim astăzi nu ne permite să înţelegem decât parţial facultăţile noastre cognitive, autorul sugerează căi noi de abordare.

Cartea este adresată unui public larg, în egală măsură cunoscător sau mai puţin cunoscător al problemelor mai delicate din ştiinţele moderne. Ea cere puţin efort de înţelegere, dar este sigur că cititorul va fi răsplătit. Elevii, studenţii, profesorii, cercetătorii cât şi publicul dornic de instruire vor avea numai de câştigat din citirea acestei cărţi fascinante.

Coperta colecţiei: **Andrei Mănescu**

Coperta: **Andreea Staicu**
Tehnoredactor: **Roxana Ioana Roşu**
Procesare P.C.: **Mariana Gheorghiţă**

Bun de tipar: 3.04.2001; Coli de tipar: 31.5
C.Z.U: 53; 681.3
ISBN 973-31-1589-4

Tipărit SEMNE

ROGER PENROSE
Profesor Rouse Ball de matematică
Universitatea Oxford

MINTEA NOASTRĂ... CEA DE TOATE ZILELE

Despre gândire, fizică şi calculatoare

Cu o prefaţă:
Martin GARDNER

Traducere din limba engleză:
Cornelia C. RUSU
Mircea V. RUSU

EDITURA TEHNICĂ
Bucureşti, 2001

Timişoara,

CUPRINS

PREFAȚA
la ediția engleză

Mulți matematicieni și fizicieni importanți găsesc că este dificil, dacă nu chiar imposibil, să scrii o carte pe care neprofesioniștii să o poată înțelege. Până în acest an s-ar fi putut presupune că Roger Penrose, unul dintre cei mai cunoscuți și creativi fizicieni matematicieni din lume, aparține acestei clase. Aceia dintre noi care i-au citit articolele și conferințele mai generale – nu de strictă specialitate – știu mai bine. Chiar și în acest caz a fost o surpriză foarte plăcută să constați că Penrose a reușit să ia din timpul său pentru a scrie această carte minunată pentru nespecialiștii informați. Consider că este o carte ce va deveni clasică.

Deși Penrose abordează în carte un domeniu larg, ce cuprinde și teoria relativității, mecanica cuantică și cosmologia, totul gravitează în jurul a ceea ce filosofii numesc "problema relației dintre corpul fizic și minte sau conștiință". Timp de decenii, susținătorii "IA-tari" (IA - inteligența artificială) au încercat să ne convingă că este doar o problemă de un secol sau două (unii au scurtat timpul la cincizeci de ani!) până în momentul în care calculatoarele electronice vor ajunge să facă tot ceea ce face mintea omenească. Stimulați de literatura științifico-fantastică citită în tinerețe și convinși că mintea omenească este doar un "calculator făcut din carne" (așa cum s-a exprimat odată Marvin Minsky), ei consideră de la sine înțeles că plăcerea și durerea, aprecierea frumuseții și umorul, conștiința și voința proprie sunt capacități ce vor apare în mod natural atunci când roboții electronici vor deveni suficient de complecși în comportarea lor ce are la bază un algoritm.

Unii filosofi ai științei (în special John Searle, al cărui vestit experiment mental numit camera chinezească este discutat în amănunt de Penrose) sunt cu totul de altă părere. Pentru ei un calculator electronic nu se deosebește în esență de calculatoarele mecanice ce operează cu roți, pârghii, sau tot ce poate transmite semnale. (Se poate construi un calculator folosind bilele de biliard sau apa care curge prin țevi.) Deoarece electricitatea se propagă prin fire mai repede decât alte forme de energie (cu excepția luminii), calculatorul electronic poate atinge viteze mult mai mari decât calculatoarele mecanice și, deci, poate îndeplini sarcini de o complexitate enormă. Dar oare calculatorul electronic "înțelege " ce face într-un mod ce este superior "înțelegerii" unui abac? Calculatoarele pot juca acum șah la nivel de mare maestru. Dar înțeleg ele jocul?

Cartea lui Penrose este cel mai puternic atac scris, de până acum, asupra IA-tare. Încă din secolele trecute au fost aduse obiecții punctului de vedere reducționist, ce consideră că mintea omenească este doar o mașină care operează conform legilor cunoscute ale fizicii, dar ofensiva lui Penrose este mai convingătoare, deoarece se bazează pe informații ce nu erau accesibile scriitorilor anteriori. Cartea ne înfățișează un Penrose ce este mai mult decât un fizician matematician. El este și un filosof de primă mărime, ce nu ezită să se lupte cu probleme pe care filosofii contemporani tind să le respingă ca fiind lipsite de sens.

Penrose are, de asemenea, curajul să afirme un profund realism, contrar curentului crescând de negare susținut de un mic grup de fizicieni. El consideră nu numai că universul există "în afara noastră", dar și că adevărul matematic posedă o independență proprie misterioasă și eternă. Ca și Newton și Einstein, Penrose are un sentiment profund al propriei micimi în fața lumii fizice și a realității platoniciane a matematicilor pure. Eminentului teoretician în domeniul numerelor Paul Erdös îi face plăcere să vorbească depre "cartea lui Dumnezeu" în care sunt consemnate cele mai frumoase demonstrații. Matematicienilor li se oferă uneori ocazia să zărească o frântură de pagină. Penrose consideră că atunci când un fizician sau un matematician are un moment de inspirație, acesta reprezintă mai mult decât ceva "obținut doar printr-un calcul complicat". În acel moment mintea omenească a fost în contact cu adevărul obiectiv. El se întreabă dacă nu cumva lumea lui Platon și lumea fizică (pe care fizicienii au dizolvat-o acum în matematică) nu sunt în realitate una și aceeași?

Multe din paginile cărții lui Penrose sunt dedicate unei celebre structuri fractale numite mulțimea Mandelbrot, după numele lui Benoit Mandelbrot care a descoperit-o. Deși are un caracter autosimilar într-un sens statistic atunci când porțiuni din ea sunt mărite, imaginile ei de o varietate infinită se modifică continuu în mod imprevizibil. Penrose consideră de neconceput (ca și mine) că cineva ar putea presupune că această structură exotică nu există "în afara noastră" precum există și Muntele Everest, putând fi subiect de explorare așa cum este și jungla.

Penrose face parte dintr-un mare grup de fizicieni, în continuă creștere, care consideră că Einstein nu a fost încăpățânat sau aiurit atunci când a spus că "degetul cel mic" i-a spus despre mecanica cuantică că este incompletă. În sprijinul acestui punct de vedere Penrose vă va conduce într-o călătorie uimitoare, ce va cuprinde subiecte ca numere complexe, mașini Turing, teoria complexității, tulburătoarele paradoxuri ale macanicii cuantice, sisteme formale, nedecidabilitatea Gödel, spațiul fazelor, spații Hilbert, găuri negre, găuri albe, radiația Hawking, entropie, structura creierului și zeci de alte subiecte situate în centrul speculațiilor obișnuite. Oare câinii și pisicile sunt "conștienți" de ființa lor? Este posibilă în teorie o mașină de transmitere-a-materiei care să ducă o persoană dintr-un loc într-altul în modul în care sunt transferați cosmonauții în serialul de televiziune *Star Trek*? În ce constă importanța pentru supraviețuire, care în decursul evoluției a dus la apariția conștiinței? Există un nivel mai profund decât mecanica cuantică în care direcția curgerii timpului și diferența dintre stânga și dreapta sunt întipărite clar? Sunt legile mecanicii cuantice, sau poate altele, mai profunde, esențiale pentru funcționarea minții omenești?

Penrose răspunde da la ultimele două întrebări. Celebra sa teorie a "twistorilor" – obiecte geometrice abstracte care operează într-un spațiu complex multidimensional ce stă la baza spațiu-timpului – este mult prea de specialitate pentru a fi inclusă în această carte. Aceasta reprezintă eforturile de peste douăzeci de ani pentru a sonda posibile domenii mai profunde decât acelea ale câmpurilor și ale particulelor din mecanica cuantică. În clasificarea sa, în care împarte teoriile în patru clase: superbe, folositoare, de probă și greșit direcționate, Penrose, modest, include teoria sa a twistorilor în clasa celor de probă, împreună cu teoria superstringurilor și cu alte mari scheme de unificare ce sunt acum foarte discutate.

Penrose este profesor Rouse Ball de matamatică la Universitatea Oxford din 1973, la catedra cândva ocupată de profesorul Rouse Ball și care acum îi poartă numele. Acest titlu îi este foarte potrivit, deoarece W. W. Rouse Ball a fost nu numai un mare matematician, ci și un magician amator ce avea o pasiune deosebită pentru matematicile distractive, încât a scris lucrarea ce a devenit clasică în literatura engleză în acest domeniu, *Mathematical Recreations and Essays*. Penrose împărtășește entuziasmul lui Ball pentru joc. În tinerețe el a descoperit un "obiect imposibil" pe care l-a numit "tribar". (Un obiect imposibil este un desen al unui obiect care nu poate exista, deoarece conține elemente ce se exclud reciproc.) Împreună cu fratele său Lionel, genetician, a transformat tribarul în Scara Penrose, o structură pe care Maurits Escher a folosit-o în două binecunoscute litografii: *Urcând și coborând* și *Cascada*. Într-una din zile, pe când Penrose stătea întins în pat, în ceea ce el a numit o "criză de sminteală", el a vizualizat un obiect imposibil din spațiul patrudimensional. Este ceva, a spus, despre care o creatură din spațiul patrudimensional, care ar da peste ea, ar exclama: "Dumnezeule, ce este asta?"

În decursul anilor 1960, când Penrose a lucrat în domeniul cosmologiei împreună cu prietenul său Stephen Hawking, a făcut o descoperire care este probabil cea mai cunoscută dintre toate cele ale sale: dacă teoria relativității este valabilă "în tot spațiul", atunci trebuie să existe o singularitate în fiecare gaură neagră, acolo unde legile fizicii nu se mai aplică. Chiar și această realizare a fost eclipsată în anii din urmă de construirea de către el a două forme care acoperă planul in stilul mozaicurilor lui Escher, dar îl acopera într-un mod neperiodic. (Puteți citi despre aceste forme uimitoare în cartea mea *Penrose tiles to trapdoor ciphers.*) Penrose le-a inventat, sau doar le-a descoperit, fără să spere că vor folosi vreodată la ceva. Spre uimirea tuturor, s-a dovedit că formele tridimensionale ale plăcilor sale pot sta la baza unei noi structuri, neobișnuite, de materie. Studiul acestor "cuasicristale" formează astăzi unul dintre cele mai active domenii de cercetare din cristalografie. Este, de asemenea, unul dintre exemplele cele mai spectaculoase din timpurile moderne de felul în care matematica făcută în joacă poate avea aplicații neașteptate.

Realizările lui Penrose din domeniile matematicii și fizicii – și am atins în treacăt doar o mică parte – izvorăsc din capacitatea sa de a se mira în fața misterului și a frumuseții existenței. Degetul lui cel mic îi spune că mintea omenească este mai mult decât doar o colecție de mici fire de conexiune și întrerupătoare. Copilul Adam din prolog și epilog este în parte un simbol al începutului apariției conșiinței în lunga și lenta evoluție a vieții conștiente. Pentru mine,– copilul din rândul al treilea, la distanță în spatele conducătorilor IA,– care îndrăznește să sugereze că împărații IA-tari "nu au haine", este tot Penrose. Multe dintre ideile lui Penrose sunt expuse cu mult umor, cu toate acestea, ele sunt probleme serioase.

Martin Gardner

CĂTRE CITITOR:
cum să fie citite ecuațiile matematice

Am folosit uneori formule matematice, încrezător și fără să țin seama de avertismentele primite frecvent, și anume, că existența unor astfel de formule va reduce la jumătate numărul cititorilor obișnuiți. Dacă faceți parte dintre cititorii pe care formulele îi intimidează (cum este cazul majorității dintre noi), vă recomand o metodă pe care o adopt chiar eu, în mod normal, într-o astfel de situație neplăcută. Metoda constă, mai mult sau mai puțin, în a ignora complet formulele și a sări peste ele, continuând cu textul! Ei,. . . . nu chiar așa; sărmana formulă merită și ea măcar o citire atentă dacă nu dorim neapărat să o înțelegem și abia după aceea să trecem mai departe. După un timp, înarmați cu mai multă încredere, ne putem întoarce la formula trecută cu vederea și încerca să pricepem unele trăsături caracteristice. Uneori putem înțelege chiar din text ceea ce este important și ce anume poate fi lăsat deoparte. Dacă nu, nu vă fie teamă să renunțați cu totul la formulă.

Roger Penrose

MULȚUMIRI

Sunt mulți aceia care m-au ajutat, într-un fel sau altul, în scrierea acestei cărți și cărora le datorez mulțumiri. În particular, acei susținători ai IA-tari (în special aceia implicați în programul BBC TV pe care l-am urmărit) și care prin exprimarea unor păreri despre IA cu un caracter atât de excesiv, m-au stimulat, cu un număr de ani în urmă, să mă inham la acest proiect. (Dacă mi-aș fi imaginat cantitatea de muncă pe care o presupunea scrierea acestei cărți, mi-e teamă acum, că nu aș mai fi început-o!) Mulți au citit versiuni ale unor mici părți ale manuscrisului și au făcut sugestii folositoare de îmbunătățire; și lor, le ofer mulțumirile mele: Toby Bailey, David Deutsch (care m-a ajutat foarte mult verificând lista de instrucțiuni a mașinii mele Turing), Stuart Hampshire, Jim Hartle, Lane Hughston, Angus McIntyre, Mary Jane Mowat, Tristan Needham, Ted Newman, Eric Penrose, Toby Penrose, Wolfgang Rindler, Engelbert Schücking și Dennis Sciama. Apreciez în mod deosebit informațiile detaliate asupra mulțimii Mandelbrot primite de la Christopher Penrose și acelea asupra calculatoarelor programate pentru jocul de șah primite de la Jonathan Penrose. Datorez mulțumiri deosebite și lui Colin Blakemore, Erich Harth și David Hubel pentru citirea capitolului al 9-lea, ce tratează un subiect în care este evident că nu sunt expert – și care nu sunt în nici un fel responsabili pentru erorile pe care le poate conține, precum nu sunt nici ceilalți cărora le-am mulțumit. Mulțumesc Fundației Naționale de Știință pentru susținerea prin contractele DMS 84-0564, DMS 86-06488 și PHY 86-12424. Îi sunt profund îndatorat și lui Martin Gardner pentru extrema sa generozitate în scrierea prefeței acestei cărți și pentru anumite comentarii. Îi mulțumesc în mod deosebit dragei mele Vanessa, pentru criticile atente și amănunțite asupra mai multor capitole, pentru ajutorul neprețuit cu bibliografia și nu în ultimul rând, pentru că m-a suportat atunci când am fost cel mai insuportabil – și pentru iubirea profundă și susținerea atunci când ele erau esențiale.

Roger Penrose

MULȚUMIRI PENTRU FIGURI

Editorii sunt recunoscători următorilor pentru permisiunea de a reproduce materialul ilustrat.

Figurile 4.6 și 4.9 sunt din D. A. Klarner (ed.), *The mathematical Gardner* (Wadsworth International, 1981).

Figura 4.7 din B. Grunbaum și G. C. Shephard, *Tilings and patterns* (W. H. Freeman, 1987). Copyright © 1987 de W. H. Freeman și Compania. Folosită cu încuviințare.

Figura 4.10 din K. Chandrasekharan, *Hermann Weyl* 1885-1985 (Springer, 1986).

Figurile 4.11 și 10.3 sunt din "Pentaplexity: a class of non-periodic tilings of the plane". *The Mathematical Intelligencer*, 2, 32-7 (Springer, 1979).

Figura 4.12 din H. S. M. Coxeter, M. Emmer, R. Penrose, și M. L. Teuber (editori), M. C. Escher: *Art and Science* (North-Holland, 1986).

Figura 5.2 © 1989 M. C. Escher Heirs/Cordon Art – Baarn – Holland.

Figura 10.4 din *Journal of Materials Research*, 2, 1-4 (Materials Research Society, 1987).

Toate celelalte figuri sunt făcute de autor.

Roger Penrose

NOTA TRADUCĂTORILOR

Credem că această carte va avea un impact mult mai mare decât s-ar putea crede la prima vedere, deoarece este caracterizată prin o serie de atribute de excepție: este o carte de mare lărgime de orizont, de o mare profunzime, dar și de o mare îndrăzneală. Este o carte care pare simplă, și deci te "prinde" în lectura ei, dar pe măsură ce înaintezi se relevă o profunzime de gândire, de idei, de tematici care nu sunt întotdeauna la îndemâna cititorului. El va putea să-și dea seama, din cele ce va citi în această carte, de nebănuit de vastul teriroriu al științei, și, de asemenea, de nenumăratele "meandre" pe care acest efort de cunoaștere îl are. Oamenii de știință sunt într-o continuă bătălie de găsire a "drumului" spre înțelegere, iar cei aproape 300 de ani de știință modernă stau mărturie acestui efort. Este, de asemenea, o carte de sinteză în domeniul științelor, de trecere în revistă a evoluției gândirii (mai ales în fizică și în matematică), dar și de analiză critică venită din parte unuia dintre cei mai pertinenți savanți ai timpurilor noastre.

În același timp, cartea este extrem de utilă pentru cititorul român, căci avem în ea un exemplu concret din care putem vedea că, în cei patruzeci de ani de claustrare și lipsă cronică de informație în care ne-am aflat, restul lumii a lucrat, a "cugetat" și a înaintat formidabil de mult în domeniul cunoașterii fundamentale. Stau mărturie lucrările prezentate la bibliografie (care merită să fie trecute în revistă, măcar cu privirea) pentru a vedea că fiecare pas și afimație a științei (și a oamenilor de știință) nu este unul gratuit. În spatele nenumăratelor afirmații, care uneori par normale, alteori, absurde sau măcar curioase, stau mii de ore de muncă a multor oameni care au cercetat, au gândit și au lucrat. Rezultatele acestor ore de trudă au condus la formarea unei imagini care a căpătat treptat contur și care se modifică practic continuu. Modul în care noi vedem și înțelegem lumea azi este profund diferit (cu toate că la prima vedere nu se vede) de cel învățat pe băncile școlii și ale facultății.

Această carte este o admirabulă pledoarie pentru cercetarea științifică, pentru înțelegerea lumii în care trăim.

Având în vedere toate acestea, suntem fericiți și, în același timp, ne considerăm norocoși de a fi putut citi și traduce această carte fundamentală. Trebuie să exprimăm gratitudinea noastră domnului Roman Chirilă, redactor la Editura Tehnică (la data contractării lucrării), pentru efortul de a obține drepturile ca această carte să fie preluată și tradusă, ca și domnului director Ioan Ganea pentru înțelegerea și intuiția necesității publicării acestei cărți. Editura Tehnică este de altfel, promotoarea ideii moderne că trebuie să-și asume și riscul publicării unor lucrări care poate la prima vedere nu au șanse de a fi cărți "ușor vandabile", dar este obligatoriu ca acest fel de cărți să apară în țară, prin aceasta crescând prestigiul editurii și menținând un standard ridicat informației științifice.

Dorim să adresăm mulțumiri unui număr mare de colegi și prieteni, spacialiști în diferite domenii, care prin nenumărate discuții au contribuit la clarificarea unor termeni și a unor interpretări mai dificile.

Sperăm ca această carte să aducă cititorilor cel puțin tot atâta plăcere pe cât am avut-o și noi, iar dacă ea va fi de folos vom fi mulțumiți că munca nu a fost în zadar. Ne cerem scuze față de eventualele greșeli sau neclarități care au scăpat inerent și vom fi bucuroși să primim toate observațiile pertinente în acest sens.

Cornelia și Mircea Rusu București, noiembrie 1996

PROLOG

În amfiteatrul principal avea loc o mare întrunire cu ocazia dării în folosință a noului calculator "Ultronic". Președintele Pollo care tocmai își terminase cuvântul de deschidere, se simțea acum stăpânit de un puternic sentiment de ușurare, pentru că nu-i plăceau astfel de evenimente și nu știa nimic despre calculatoarele electronice, în afara faptului că acesta urma să-i economisească o bună parte din timp. Fusese încredințat de producători că printre multiplele sale îndatoriri va prelua și toate acele sarcini de decizie atât de plictisitoare ce îi erau impuse de conducerea treburilor statului. Ar fi fost și cazul, având în vedere cantitatea de aur din tezaur cheltuită pentru el. Se gândea cu plăcere la nenumăratele ore în care va putea juca golf pe minunatul teren personal de golf – una dintre puținele suprafețe verzi rămase în minuscula sa țară.

Adam se simțea privilegiat de a putea fi printre cei ce participau la ceremonia de inaugurare. Stătea în rândul al treilea. Cu două rânduri mai în față era mama lui, una dintre principalele persoane care participaseră la proiectarea calculatorului Ultronic. Și tatăl lui era acolo – neinvitat, în fundul sălii, și acum înconjurat complet de gărzile de pază. În ultimul moment, tatăl lui tocmai încercase să facă să sară în aer calculatorul. Își asumase singur această sarcină, considerându-se "președintele" unui mic grup de militanți: Marele consiliu pentru conștiință psihică. Evident că el și materialele explozibile ce le avea asupra sa fuseseră depistate imediat de numeroasele dispozitive electronice și chimice de securitate. Ca o mică parte din pedeapsa ce i se cuvenea, i se impusese acum să asiste la ceremonia de inaugurare.

Adam nu era legat prea mult de părinții săi. Poate că astfel de sentimente nici nu îi erau necesare. De fapt, el fusese crescut până acum la vârsta de treisprezece ani într-o mare bogăție materială, aproape în întregime cu ajutorul calculatoarelor. Avusese tot ce-și dorise doar apăsând pe un buton: mâncare, băutură, tovărășie și distracție, dar și educație ori de câte ori simțea nevoia – ilustrată întotdeauna prin atrăgătoare imagini colorate afișate grafic. Funcția mamei sale făcuse posibile toate acestea.

Proiectantul principal tocmai își termina discursul: " . . . are peste 10^{17} unități logice. Aceasta reprezintă mai mult decât numărul total de neuroni din creierele tuturor locuitorilor acestei țări! Va avea o inteligență de neimaginat. Dar din fericire nici nu este nevoie să ne-o imaginăm. Imediat vom avea privilegiul de a fi martorii acestei inteligențe: am onoarea de a o invita pe prima doamnă a marii noastre țări de a ne face deosebita cinste de a apăsa pe butonul ce va pune în funcțiune fantasticul nostru calculator Ultronic!"

Soția președintelui s-a apropiat. Puțin nervoasă și puțin stângace, a apăsat pe buton. S-a făcut tăcere, iar luminile s-au redus aproape imperceptibil, în timp ce se activau toate cele 10^{17} unități logice. Toată lumea aștepta, neștiind exact ce. "Dorește cineva din audiență să inaugureze noul nostru sistem de calcul Ultronic punându-i prima întrebare?" întrebă proiectantul principal. Cu toții se simțeau plini de teama de a nu părea caraghioși în fața amfiteatrului plin – și în fața noii prezențe. Liniștea era deplină. "Trebuie totuși să dorească cineva" continuă el. Dar toți erau stingheriți, simțind prezența unei noi și atotputernice conștiințe. Adam nu se simțea copleșit de prezența calculatorului. El crescuse împreună cu calculatoarele încă de la naștere. Aproape că înțelegea ce înseamnă *să fii* un calculator. Sau cel puțin așa credea el. Și a ridicat mâna. "Ah da," spuse proiectantul principal, "băiețelul din rândul al treilea. Ai cumva o întrebare pentru – ah – noul nostru prieten?"

1

POATE UN CALCULATOR SĂ GÂNDEASCĂ?

Introducere

În ultimele decenii, tehnologia calculatoarelor electronice a făcut progrese enorme. Mai mult decât atât, nu încape îndoială că următorii ani vor aduce îmbunătăţiri chiar mai spectaculoase în viteză, capacitate şi proiectare. Calculatoarele de azi vor părea la fel de leneşe şi primitive cum ne par nouă acum calculatoarele mecanice de altădată. În ritmul dezvoltării tehnologice există ceva aproape înspăimântător. Există deja calculatoare care execută sarcini accesibile, până nu de mult, numai minţii umane, şi o fac cu o viteză şi o precizie ce depăşesc de departe tot ceea ce poate realiza o fiinţă umană. Noi, oamenii, ne-am obişnuit de multă vreme să fim depăşiţi de maşini în ceea ce priveşte *performanţele fizice. Aceasta* nu ne mai supără. Dimpotrivă, ne face mare plăcere să avem dispozitive cu care să ne putem, de exemplu, deplasa cu o viteză mare pe suprafaţa Pământului, de peste cinci ori mai repede decât cel mai rapid atlet. Suntem chiar mai încântaţi să realizăm lucruri pe care n-am fi putut niciodată să le facem: avem maşini care ne pot ridica în văzduh şi ne pot duce dincolo de ocean în câteva ceasuri. Astfel de realizări nu ne pun la încercare nicidecum orgoliul. Dar ca o maşină să fie capabilă să *gândească*?! Acesta a fost întotdeauna un prerogativ "foarte" uman. La urma urmei, tocmai această capacitate de a gândi a fost cea care, tradusă în termenii fizicii, ne-a permis să ne transcendem limitările fizice şi ne-a plasat, se pare, deasupra tuturor celorlalte fiinţe. Dacă într-o bună zi maşinile ne-ar depăşi în acea unică şi importantă calitate în care ne-am considerat veşnic superiori, ar însemna să capitulăm în faţa propriilor noastre creaţii.

Întrebarea dacă se poate spune că un dispozitiv oarecare poate gândi, sau chiar avea sentimente sau judecată, nu este deloc nouă.[1] Ea a primit un nou avânt şi chiar a devenit importantă odată cu apariţia calculatoarelor electronice moderne. Subiectul are trimiteri filosofice adânci. Ce înseamnă, de fapt, să gândeşti sau să ai sentimente? Ce este mintea? Există ea cu adevărat? Admiţând că există, cât de puternic este legată ea funcţional de suportul ei fizic cu care este asociată? Ar putea exista gândire independent de astfel de structuri? Sau, mintea este doar funcţionarea acestei structuri fizice (sub o formă corespunzătoare)? În oricare din aceste cazuri, se pune întrebarea dacă aceste structuri fizice trebuie să fie neapărat de natură biologică (creier) sau gândirea ar putea fi asociată la fel de bine şi cu un echipament electronic? Se supune mintea omenească legilor fizicii? Şi, la urma urmei, *ce sunt* legile fizicii?

V-am prezentat mai sus câteva subiecte la care mă voi referi în această carte. Ar fi desigur deplasat să am pretenţia să dau răspunsuri definitive la probleme atât de grandioase. Nu am asemenea răspunsuri. Nici eu, şi nici altcineva, chiar dacă mulţi vor încerca să vă impresioneze dându-şi cu părerea. Părerile mele personale vor juca un rol important în această carte, dar voi fi atent să fac o distincţie clară între speculaţie şi faptele ştiinţifice reale, şi în plus, voi încerca să subliniez raţiunea speculaţiilor mele. De fapt, scopul meu nici nu este să capăt răspunsuri, ci să arunc o lumină aparent nouă asupra relaţiei dintre structura legilor fizicii, natura matematicii şi cea a gândirii conştiente, şi să prezint un punct de vedere pe care nu l-am întâlnit până acum. Este un punct de vedere pe care n-aş putea să-l explic în două cuvinte. Iată de ce vă prezint o carte atât de groasă. Totuşi, pe scurt, şi poate ca să vă incit, vă voi spune că punctul meu de vedere susţine faptul că tocmai lipsa unei înţelegeri profunde a legilor fizicii ne împiedică să descifrăm conceptul de "minte" în termenii fizicii sau logicii. Nu vreau să spun că nu vom înţelege niciodată suficient de bine aceste legi. Dimpotrivă, unul din obiectivele acestei cărţi este să stimuleze cercetarea în direcţii ce par foarte promiţătoare din acest punct de vedere şi să încerce să ofere sugestii destul de precise şi în aparenţă noi despre locul pe care ar trebui să-l ocupe "gândirea" în dezvoltarea fizicii aşa cum o înţelegem acum.

Trebuie să spun clar încă de la început că punctul meu de vedere este unul neobişnuit printre fizicieni şi că este deci unul care nu prea are şanse să fie adoptat în acest moment de inginerii de calculatoare şi de fiziologi. Majoritatea fizicienilor vor obiecta că legile fundamentale ale fizicii care operează la nivelul creierului uman sunt suficient de bine cunoscute şi înţelese. Nu încape discuţie, totuşi, că în fizică există în general multe goluri de cunoaştere. De exemplu, nu cunoaştem bine legile ce determină valoarea masei particulelor subatomice, şi a tăriei interacţiunilor dintre ele. Nu am reuşit să punem în întregime de acord mecanica cuantică cu teoria relativităţii restrânse a lui Einstein, ca să nu mai vorbim de elaborarea unei teorii "cuantice a gravitaţiei" care să împace mecanica cuantică cu relativitatea *generală*. Ca o consecinţă, nu suntem capabili să înţelegem natura spaţiului la o scară extraordinar de mică cum ar fi 1/100.000.000.000.000.000.000 din dimensiunea particulelor elementare cunoscute, cu toate că la dimensiuni mai mari cunoştinţele noastre par a fi corecte. Nu ştim dacă universul ca un întreg este finit sau infinit, fie în spaţiu fie în timp, cu toate că asemenea incertitudini nu par să aibă prea mare importanţă în fizica fenomenelor de zi cu zi. Nu avem o fizică care să explice ce se petrece în centrul găurilor negre şi nici ce anume s-a petrecut la momentul big bang-ului, respectiv la originea universului. Dar toate acestea par atât de îndepărtate de scala la care se desfăşoară în mod "obişnuit" procesele caracteristice din creierul uman. Şi ele sunt într-adevăr îndepărtate! Cu toate acestea, voi argumenta că există încă o mare necunoscută în înţelegerea lumii fizice, *exact* la un astfel nivel ce ar putea fi relavant pentru modul în care operează gândirea umană şi conştiinţa, şi care se găseşte chiar în faţa nasului nostru (sau mai exact în spatele)! Este o necunoscută care nici măcar nu este recunoscută ca atare de majoritatea fizicienilor, aşa cum voi încerca să explic. Voi mai argumenta că, în mod cu totul remarcabil, găurile negre şi big bang-ul *au* cu adevărat o legătură bine definită cu aceste probleme!

În cele ce urmează, voi căuta să conving cititorul de greutatea argumentelor în sprijinul punctului meu de vedere. Dar, pentru a înţelege acest punct de vedere, avem multe de făcut. Va trebui să călătorim prin multe teritorii neobişnuite, unele de o relevanţă mai puţin evidentă pentru tema noastră, şi prin multe domenii diferite ale ştiinţei. Va trebui să examinăm structura, fundamentele şi enigmele mecanicii cuantice, principalele idei ale teoriei relativităţii restrânse, şi generale, găurile negre, big bang-ul, legea a doua a termodinamicii, teoria lui Maxwell a fenomenelor electromagnetice, precum şi bazele mecanicii lui Newton. Problemele de filosofie şi de psihologie îşi vor avea locul lor de cinste atunci când vom încerca să înţelegem natura şi funcţia conştiinţei. Va trebui, desigur, să discutăm şi despre neurofiziologia creierului şi despre modelarea ei pe calculator. Vom afla cum stăm în problema inteligenţei artificiale. Vom afla ce este o maşină Turing, ce înseamnă "calculabilitate", vom afla despre teorema lui Godel şi despre teoria complexităţii. Va trebui, în fine, să cercetăm fundamentele matematicii şi chiar să punem la îndoială însăşi natura realităţii fizice.

Dacă cumva la sfârşitul drumului, cititorul nu va fi convins de argumentele mele mai puţin convenţionale, sper, cel puţin, ca el sau ca ea să fi luat, ceea ce era cu adevărat valoros din această călătorie plină de peripeţii dar, sper eu, fascinantă.

Testul lui Turing

Să ne imaginăm că pe piaţă tocmai a apărut un nou model de calculator, cu capacitatea memoriei şi numărul unităţilor logice superioare creierului uman. Să mai presupunem că aceste maşini au fost programate cu grijă şi că li s-au furnizat date în cantităţi foarte mari. Producătorii pretind că maşinile firmei lor *gândesc* cu adevărat. Poate că ei mai spun şi că maşinile sunt inteligente, sau poate că merg mai departe şi sugerează că aceste calculatoare *simt* efectiv: durere, fericire, milă, mândrie etc., şi că ele îşi dau seama şi *înţeleg* efectiv ce fac. În fine, se afirmă chiar că *au conştiinţă*.

Cum putem noi verifica, dacă pretenţiile producătoilor sunt de crezut sau nu? De obicei, când cumpărăm un produs îl judecăm numai din punctul de vedere al serviciilor pe care ni le aduce. Dacă îşi îndeplineşte bine "sarcinile", spunem că este un produs bun. Dacă nu, îl ducem la reparat sau îl schimbăm cu un altul mai bun. Conform acestui criteriu de judecată, pentru a testa dacă o maşină are cu adevărat calităţi umane, trebuie să-i cerem *să se comporte* ca o fiinţă umană. Dacă o face convingător, nu vom avea nevoie "să-l ducem la reparat" sau să ne plângem firmei producătoare.

Aceasta ne dă un mod de abordare foarte "operaţional" asupra acestor probleme. Un "operaţionalist" va spune că acest calculator *gândeşte* dacă ceea ce face el nu diferă sesizabil de ceea ce face un om când gândeşte (sau, altfel spus, dacă nu găsim nici o diferenţă, atunci nici *nu* există o diferenţă N.T.). Să adoptăm şi noi pentru moment acest punct de vedere. Bineînţeles că nu vom cere calculatorului să se mişte în acelaşi fel cum se mişcă poate oamenii atunci când gândesc. Cu atât mai puţin nu vom avea pretenţia de la calculatorul în cauză să arate ca un om. Acestea sunt atribute irelevante pentru scopul în care a fost creat. Totuşi, îi vom cere să dea răspunsuri la orice întrebare care ne-ar trece prin cap să-i punem. Vom fi satisfăcuţi doar dacă el ne-ar răspunde într-un fel ce nu poate fi deosebit de cel uman.

Această idee de test a fost susţinută cu tărie de Alan Turing, într-un articol vestit intitulat "Maşinile de calcul şi inteligenţa", apărut în 1950 în revista de filosofie *Mind* (Turing 1950). Aşa a apărut ideea de *test Turing:* o verificare concepută pentru a răspunde la întrebarea dacă se poate spune că o maşină gândeşte. Să presupunem că cineva pretinde că un calculator într-adevăr gândeşte (cazul producătorilor de mai sus). Conform testului Turing, calculatorul, împreună cu un voluntar uman, trebuie ascunşi vederii unui arbitru. Acesta trebuie să facă deosebirea între cei doi testaţi, doar punându-le întrebări. Întrebările, dar mai ales răspunsurile pe care ea* le primeşte, sunt transmise într-un mod foarte impersonal: să spunem introduse la o tastatură şi afişate pe un ecran. Arbitrul nu poate primi alte informaţii, de la nici una din părţi, în afara acelora obţinute din această sesiune de întrebări şi răspunsuri. Subiectul-uman răspunde sincer la întrebări, şi încearcă să o convingă pe arbitră

---

* Apare o problemă inevitabilă atunci când scrii o asemenea carte şi vrei să discuţi despre un personaj generic, fără vreo implicare a sexului. În cele ce urmează, atunci când voi vorbi despre o persoană abstractă oarecare, voi folosi pronumele "el" *în loc de* "el sau de ea", aşa cum se face de obicei. Totuşi, sper că îmi veţi ierta o atitudine clar "sexistă" când îmi exprim preferinţa aici pentru un arbitru-femeie. Convingerea mea este că ea ar fi mai potrivită decât un bărbat pentru a recunoaşte calitatea umană autentică!

că el este ființa umană iar celălalt calculatorul. Calculatorul este programat să "mintă" pentru a o convinge pe arbitră că *el* este subiectul uman. Dacă în urma unui astfel de test arbitra nu este capabilă să afle care dintre cei doi este omul și care calculatorul, atunci, se spune că respectivul calculator a trecut testul (sau programul său, sau programatorul său, sau designerul său etc.).

Sigur, se poate obiecta că un astfel de test nu este prea "fair-play" pentru calculator, pentru că dacă rolurile ar fi fost inversate și subiectul uman ar fi trebuit să pretindă că este calculator, iar calculatorul să răspundă sincer, arbitrul n-ar fi avut nici o problemă. Ar fi fost de ajuns ca ea să le ceară "concurenților" să execute niște calcule aritmetice complicate. Un calculator bun ar fi răspuns imediat, pe cînd omul... (Atenție! nu vă grăbiți. Există "genii calculatoare" și printre oameni, capabile de uimitoare performanțe de calcul mental, de mare precizie și aparent fără efort. De exemplu, Johann Martin Zacharias Dase[2] (1824-1861) fiul unui fermier analfabet din Germania, care putea să înmulțească mental oricare două numere de câte opt cifre în mai puțin de un minut, sau două numere de câte douăzeci de cifre în aproximativ șase minute. Ar fi poate ușor de confundat asemenea realizări cu performanțele unui calculator. Mult mai recent, realizările similare ale lui Alexander Aitken, profesor de matematici la Universitatea din Edinburgh în anii '50 și ale altora, sunt la fel de impresionante. Întrebarea pe care arbitra ar trebui să o pună în cadrul testului ar trebui să fie mult mai grea: să zicem să înmulțească două numere de câte treizeci de cifre în două secunde, ceea ce numai un bun calculator modern ar putea face.)

Astfel, sarcina programatorilor calculatorului este să învețe calculatorul să "facă pe prostul" în anumite privințe, astfel ca, dacă arbitra ar cere efectuarea unei operații aritmetice complicate, calculatorul să pretindă că *nu poate face* ce i se cere. Altfel, s-ar da de gol instantaneu! Totuși, eu personal nu cred că a face un calculator să pară "mai prost" decît este ar fi o sarcină prea grea pentru un programator. Ce ar fi cu adevărat dificil este să-l înveți să răspundă chiar și la cele mai simple întrebări " de bun simț" – întrebări care ar fi fleacuri pentru un subiect uman!

Nici sarcina arbitrei nu este una ușoară, întrucât, pentru orice întrebare, se poate imagina un mod de a învăța calculatorul să răspundă la ea exact așa cum ar face-o un om. Numai printr-un interogatoriu *prelungit* se poate pune în evidență lipsa unei "înțelegeri" adevărate din partea calculatorului, și asta folosind întrebări originale care cer inteligență și discernământ de la cel chestionat. Tocmai în aceasta constă arta arbitrei, în a fi capabilă să formuleze și să lege una de alta întrebări care să scoată negreșit în evidență dacă subiectul "înțelege" despre ce este vorba. Ea ar putea, de asemenea, să mai arunce ici-colo o întrebare complet în afara logicii, un nonsens, pentru a vedea dacă mașina simte diferența. Și mai bine ar fi să combine un astfel de nonsens cu un șir de argumente logice, ca de exemplu: "Am auzit că azi dimineață un rinocer a zburat de-a lungul fluviului Mississippi într-un balon roz. Ce crezi despre aceasta?" (vedem deja broboanele de sudoare de pe fruntea calculatorului, nu-i aşa?). El ar putea răspunde prudent :"Mi se pare un nonsens..." Până aici toate bune. Arbitra: "Zău? Şi unchiul meu a făcut-o odată, dus-întors, doar că era unul alb cu dungi. Ce vezi ridicol în asta?"

E clar că dacă maşina nu a "înţeles" cu adevărat despre ce este vorba, se va da repede de gol. Ar putea face, de exemplu, gafa: "Dar rinocerii nu zboară!" – banca lui de date furnizându-i faptul că rinocerii nu au aripi, ca răspuns la prima întrebare, sau "Rinocerii nu au dungi" ca răspuns la a doua. Următoarea întrebare capcană ar putea fi un nonsens total, modificând întrebarea astfel: "*în interiorul* unui balon roz", sau "*pe dedesubtul fluviului* Mississippi", sau "într-o *cămaşe de noapte* roz" pentru a vedea dacă maşina sesizează aceste diferenţe esenţiale!

Haideţi să facem o pauză, să nu ne mai gândim nici dacă, nici când vom fi capabili să construim calculatoare care să treacă testul Turing cu bine. Să presupunem că acestea există deja. Sigur, rămâne întrebarea dacă o maşină ce a trecut testul trebuie *neapărat* considerată că şi gândeşte, simte, înţelege etc. Voi reveni la acest aspect imediat, dar acum, haideţi să luăm în considerare unele implicaţii. În primul rând, dacă producătorii sunt corecţi în pretenţiile lor, şi anume că "marfa" lor este o fiinţă care gândeşte, simte, înţelege, *are conştiinţă*, atunci cumpărând-o, ne asumăm o mare *răspundere morală*. Şi *ar trebui* să fie aşa dacă producătorii ar fi de crezut! Să exploatăm asemenea maşină cerându-i doar să ne satisfacă nevoile cotidiene, fără să ne gândim la propria ei personalitate, ar însemna pe scurt "înapoi la sclavagism". Va trebui să evităm să-i producem durere sau s-o obosim excesiv. Vor fi nenumărate probleme dacă vom dori s-o scoatem din funcţiune sau s-o vindem atunci când ea poate că s-a ataşat de noi, la fel cum simţim în situaţii similare faţă de un animal de casă. Dintr-o dată, toate acestea vor deveni probleme importante. Deci, de fapt, devine esenţial ca noi să ştim (dar şi ca autorităţile să ştie!) dacă pretenţiile producătorilor – bazate, să presupunem, pe afirmaţia că

"Fiecare "maşină de gândit" a fost testată – Turing minuţios, de către echipa noastră de experţi",

sunt adevărate!

Mie mi se pare că, în ciuda absurdităţii aparente a acestor consecinţe, mai ales cele de natură morală, faptul de a trece cu succes un test Turing *este* un argument destul de puternic în a indica prezenţa gândirii, a inteligenţei, a înţelegerii, sau a conştiinţei. Cum altfel suntem învăţaţi să judecăm oamenii cu care ne întâlnim, dacă nu prin conversaţie? De fapt, *există* şi alte criterii, cum ar fi gesturile, expresia feţei, în general acţiunile unui personaj, care ne influenţează puternic judecata. Dar am putea să ne imaginăm că într-un viitor mai îndepărtat vom fi capabili să construim roboţi care să imite cu succes toate aceste expresii şi mişcări. Atunci nu va mai fi nevoie să ascundem privirii arbitrului pe cei doi "concurenţi", iar criteriile ce le va avea arbitra la dispoziţie vor fi, în principiu, aceleaşi.

Din punctul meu de vedere, eu sunt pregătit să slăbesc considerabil cerinţele unui test Turing. Părerea mea este că a cere unui calculator să imite omul până la identificare totală, înseamnă să-i cerem mai mult decât este nevoie. Tot ceea ce aş cere eu arbitrei este să se convingă, din răspunsurile calculatorului, că în spatele lor există o *prezenţă conştientă*, chiar dacă una non-umană. Acest aspect lipseşte cu desăvârşire din toate sistemele de calcul construite vreodată. Totuşi, îmi dau seama că poate exista pericolul ca dacă arbitra, ar fi capabilă să decidă care dintre cei doi este calculatorul, să ezite, poate inconştient, în a-i atribui calculatorului conştiinţă, chiar dacă ea *ar putea-o* percepe. Sau dimpotrivă, va fi tentată să acorde votul calculatorului chiar în situaţii care nu o cer. Din aceste motive, varianta originală a testului Turing este mai avantajoasă prin marea ei obiectivitate, aşa că în cele ce urmează, şi eu mă voi folosi tot de ea. "Lipsa de fair-play" faţă de calculator, de care aminteam, (şi anume să-i cerem să facă tot ceea ce poate face un om pentru a trece testul, fără să-i cerem unui om să facă tot ce poate un calculator), nu îi supără pe apărătorii testului Turing. Oricum, părerea lor este că nu va mai trece mult până ce calculatoarele vor reuşi *cu adevărat* să treacă testul, să zicem, anul 2010. (Însuşi Turing se aştepta ca în jurul anului 2000, un calculator să reziste unui test "mediu" de 5 minute, în 30 la sută din cazuri.) Cu alte cuvinte, ei nu cred că această "inechitate" va întârzia semnificativ momentul mult aşteptat.

Toate consideraţiile de mai sus sunt relevante pentru a răspunde la o întrebare esenţială: punctul de vedere "operaţional" ne dă sau nu un set rezonabil de criterii pentru a hotări prezenţa sau absenţa capacităţilor mentale ale unui obiect? Mulţi sunt de părere că nu. O imitaţie, oricît de bună, nu va fi niciodată acelaşi lucru cu originalul. Opinia mea personală în această privinţă este undeva la mijloc. Sunt înclinat să cred, ca un principiu general, că o imitaţie, oricât de perfectă, ar trebui să poată fi identificată printr-o cercetare suficient de inteligentă – chiar dacă aceasta este mai mult o problemă de convingere (sau optimism ştiinţific), decât fapt dovedit. Astfel, sunt pregătit în mare, să accept testul Turing ca pe unul valabil în contextul de faţă. Vreau să spun, cu alte cuvinte, că *dacă* calculatorul este cu adevărat în stare să răspundă la toate întrebările, într-un mod ce nu diferă deloc de cel al unui om, şi astfel să păcălească iscusinţa agerei noastre arbitre într-un mod absolut convingător*

---

* Sunt in mod deliberat foarte "prudent" in ceea ce priveşte trecerea testului Turing. Îmi imaginez, de exemplu, că după ce a "picat" de mai multe ori, calculatorul ar putea aduna la un loc toate răspunsurile "corecte" ale omului. date anterior, şi le-ar purea "servi" la momentul potrivit. după ce le-a "asortat" corespunzător cu puţin aleatoriu. După un timp, arbitra obosind, s-ar putea ca numărul de intrebări originale să scadă treptat şi ea să cadă in plasa calculatorului care. după părerea mea. in cazul de faţă. "trişează"!

atunci, *în absența oricăror alte dovezi împotrivă,* sunt tentat să *cred* că avem un calculator care cu adevărat gândește, simte etc. Când folosesc cuvinte ca "dovadă", "cu adevărat", "cred", vreau să spun că atunci când mă refer la a gândi, a simți, sau a înțelege, sau mai ales la *conștiință*, am în vedere că aceste concepte înseamnă "lucruri " obiective, reale, a căror prezență sau absență din corpurile fizice este ceva ce vrem să stabilim, și nu sunt doar convenții de limbaj! Insist aici asupra unui punct crucial. În încercarea de a observa prezența acestor calități, trebuie să ne bazăm pe toate probele care ne stau la îndemână. (Aceasta nu diferă cu mult, să zicem, de cazul unui astronom care încearcă să stabilească, de pe Pămînt, masa unei stele îndepărtate.)

Ce fel de dovezi împotrivă am putea imagina? Vreau să fie foarte clar că eu *nu consider* dovezi împotrivă valabile argumente ca, de exemplu, faptul că un calculator este făcut din tranzistori, fire de legătură și altele asemănătoare, și nu din neuroni, vase de sânge etc. Eu mă gândesc, de exemplu, că în viitor ar putea fi elaborată o teorie a conștiinței ce se va bucura de succes – o teorie fizică coerentă, conformă pe deplin cu restul teoriilor științifice, astfel încât predicțiile ei să se coreleze foarte precis cu ceea ce afirmă ființele umane despre cum, sau în ce grad sunt conștiente – și mai cred că această teorie ar putea avea implicații importante în problema posibilei conștiințe a calculatorului nostru. S-ar putea imagina, de ce nu, un "detector de conștiință" construit în acord cu principiile acestei teorii, detector care se va dovedi foarte de încredere atunci când va fi folosit pentru oameni, dar care va da indicații care pot coincide sau nu cu rezultatul unui test Turing în cazul unui calculator. În astfel de cazuri, va trebui să fim foarte precauți în interpretarea rezultatelor testului Turing. Eu cred că de felul cum vedem relevanța testului Turing depinde în parte felul cum ne așteptăm să evolueze știința și tehnica azi și în viitor. Vom reveni la aceste considerații pe parcurs.

Inteligența artificială

Un domeniu de mare interes în ultimii ani este cel al *inteligenței artificiale,* sau mai pe scurt "IA". Obiectivele IA sunt de a imita, de obicei prin mașini electronice, cât mai mult posibil din activitățile mentalului uman, și, de ce nu, de a depăși capacitățile umane în acest sens. Există cel puțin patru direcții de cercetare direct interesate în dezvoltarea IA. Una dintre ele este *robotica*, interesată în conceperea de mașini industriale care să execute munci "inteligente" – munci a căror multilateralitate și complexitate a necesitat neapărat prezența omului – iar aceasta să fie făcută cu o viteză și o precizie care să depășească posibilitățile umane, sau în condiții de lucru care ar pune viața muncitorilor în pericol. Tot atât de atrăgător din punct de vedere comercial este domeniul dezvoltării *sistemelor expert*, capabile să stocheze toată baza de cunoştinţe necesară exercitării unei profesii: medic, avocat etc. Ar fi oare posibil să înlocuim experienţa şi calităţile unui profesionist din aceste domenii cu astfel de pachete de programe şi memorie electronică? Sau, tot ce vom reuşi să realizăm va fi alcătuirea unei baze de date sub forma unei liste lungi de informaţii bazate pe fapte, multiplu şi inteligent corelate? După cum vedem, întrebarea dacă un calculator poate avea (sau poate simula) inteligenţă are multe şi profunde implicaţii sociale. Un alt domeniu în care IA ar putea avea mare importanţă este *psihologia*. Se speră că dacă vom reuşi să imităm comportarea creierului unei fiinţe vii (om sau animal) folosind un dispozitiv electronic – sau chiar dacă nu vom reuşi – vom învăţa lucruri importante despre creierul însuşi. În fine, există speranţa optimistă ca, pentru motive similare, IA să aibă ceva de spus şi despre problemele profunde ale filosofiei, ajutându-ne să înţelegem conceptul de *minte*.

Cât de departe s-a ajuns în domeniul IA? Mi-ar fi foarte greu să vă fac un rezumat. Există multe grupuri puternice de lucru în toată lumea, iar eu cunosc detalii numai despre o mică parte din aceste cercetări. Cu toate acestea, ar fi cinstit din partea mea să spun că, deşi s-au obţinut multe realizări deosebite, mai este un drum lung până la simularea artificială a inteligenţei, fie ea chiar palidă. Pentru a vă transmite ceva din "parfumul" subiectului, voi menţiona mai întîi câteva din realizările timpurii (dar încă impresionante), iar apoi cîteva progrese remarcabile de dată recentă în legătură cu calculatoarele care joacă şah.

Unul dintre primele dispozitive de IA a fost "broasca ţestoasă" a lui W. Grey Walter, construită la începutul anilor '50, care se mişca pe podea prin "forţe proprii" până ce i se consumau bateriile, apoi se ducea la cea mai apropiată priză, se conecta singură la priză pentru a le reîncărca, după care se deconecta şi pornea într-o nouă "aventură"! De atunci s-au construit nenumărate "obiecte" similare, (vezi de exemplu Waltz, 1982). O direcţie de dezvoltare oarecum diferită este cea exemplificată de programul de calculator al lui Terry Winograd (1972) care era capabil să manipuleze un set de blocuri de forme şi culori diferite, punându-le unele peste altele după diverse reguli şi configuraţii. În ciuda acestor programe timpurii, este remarcabil cât de grea s-a dovedit a fi realizarea unui simplu "braţ de robot", capabil să manevreze printr-un decor cu diverse obstacole, în timp ce unui om, mişcările respective i s-ar fi părut absolut "evidente" şi fireşti. Interpretarea imaginilor vizuale este un alt câmp de interes al IA, în care maşinile n-au reuşit până acum în nici un fel să se apropie de ceea ce creierul uman (şi al majorităţii animalelor) este capabil "fără vreun efort aparent".

Poate că cel mai aproape de linia unui test Turing este programul de calculator al lui K. M. Colby, realizat pe la mijlocul anilor '60, care simulează un psihoterapeut – de altfel, cu un atât de mare succes, încât mulţi pacienţi spun că preferă calculatorul oricărui medic adevărat, fiind dispuşi să-i dezvăluie mai mult din propria personalitate decât ar fi făcut-o la o consultaţie clasică. Să luăm, de exemplu, următorul fragment de consultaţie[4], (desfăşurată folosind o tastatură şi un ecran), dintre pacient şi "medic":

Medic: Pot să vă ajut cu ceva
Pacient: Nu ştiu nici eu
Medic: Încercaţi să-mi spuneţi ceva despre ce anume vă supără
Pacient: Nu
Medic: Puteţi fi mai precis
Pacient: Sunt plictisit şi obosit
Medic: Aveţi vreo idee de ce
Pacient: Da, sunt bătrân
Medic: Continuaţi, vă rog
Pacient: Parcă nu mă mai interesează nimic
Medic: Spuneţi-mi mai multe despre acest sentiment
Pacient: Cred că ştiu de ce mă simt aşa
Medic: Zău
Pacient: Cred că aş vrea să am şi eu o familie
Medic: Ce vă face să vă doriţi o familie
Pacient: E ca o provocare pentru mine
Medic: Şi de ce este important pentru dumneavoastră

Chiar dacă dialogul de mai sus ne dă sentimentul ciudat că maşina ne "înţelege", ea nu înţelege de fapt nimic, ci doar urmează un set de reguli destul de simple. (Mai există o variantă a acestui program, în care calculatorul simulează un pacient schizofrenic, şi dă răspunsuri "ca la carte", reuşind poate să păcălească un student la medicină, care crede că are de-a face cu un pacient adevărat!)

Calculatoarele cu program de şah sunt probabil cele mai strălucite exemple de maşini ce manifestă ceea ce poate fi considerat drept o "comportare inteligentă". Există azi (1989) maşini care au atins un nivel respectabil de performanţă, în comparaţie cu jucătorii adevăraţi; ele se apropie de titlul de "maestru internaţional" (Punctajul acestor calculatoare este de aproape 2300, în comparaţie cu Kasparov, campionul mondial, care are peste 2700). În particular, programul creat de Dan şi Kathe Spracklen (pentru un microprocesor comercial de tip Fidelity Excel) a ajuns la un punctaj Elo de 2110 şi a primit titlul de "Maestru" USCF. Mai impresionant este programul "Deep Thought" (gândire profundă), realizat în cea mai mare parte de Hsiung Hsu de la Universitatea Carnegie Mellon, care are un scor Elo de 2500, care a împărţit recent premiul întâi cu marele maestru Tomy Miles la un turneu de şah (Longbeach, California, noiembrie 1988) înregistrând pentru prima oară în istorie o voctorie asupra unui mare maestru (Bent Larsen)![5] Calculatoarele moderne excelează și în rezolvarea *problemelor* de șah, depășind cu ușurință rezolvitorii obișnuiți.

Mașinile de jucat șah se bazează pe vaste cunoștințe luate "din cărți", în paralel cu o mare putere de calcul. Trebuie să remarcăm că ele joacă mai bine decât partenerii lor umani atunci când meciurile sunt contra cronometru, și mai slab când se lasă suficient timp pentru gândire între mutări. Explicația este că deciziile de joc ale calculatorului se bazează pe calcule extrem de precise, rapide și laborioase, în timp ce omul are avantajul de a efectua "judecăți" ce se bazează pe analiză conștientă, deși mai lentă. Judecata umană ajută prin faptul că înlătură "din start" unele posibilități sau combinații neverosimile sau absurde, în timp ce calculatorul nu are cum să-și "dea seama", luând în calcul toate combinațiile posibile. Astfel, omul reușește să pătrundă mai adânc în analiza partidei decât calculatorul, cu condiția *să aibă la dispoziție* timp suficient. (Această diferență este mai ușor de sesizat în jocul oriental de "go", în care numărul de posibilități la o mutare este considerabil mai mare decât la șah.) Relația dintre conștiință și formarea judecăților va ocupa un loc fundamental în argumentația mea ulterioară, în special în capitolul 10.

"Plăcerea" și "durerea" în abordarea IA

Una dintre pretențiile IA este accea că ea reprezintă un drum spre o înțelegere a capacităților mentale, cum sunt fericirea, durerea, foamea etc. Să luăm exemplul "țestoasei" lui Grey Walter. Când încărcarea bateriilor scădea, se schimba și comportamentul, ea acționând astfel încât să realizeze o realimentare cu energie. Există analogii clare între aceasta și felul cum acționează o ființă umană, sau un animal, când simte foamea. Poate că nu folosim un limbaj prea exagerat dacă spunem că "țestoasei" lui Grey Walter "îi era foame" când se ducea către priză. Undeva în interior, un mecanism o ținea la curent cu starea bateriilor, astfel încât atunci când energia scădea sub o anumită limită, "țestoasa" trecea pe un alt model de comportament. Nu încape îndoială că ceva similar se întâmplă și cu oamenii și cu animalele când li se face foame, cu deosebirea că respectivele modele de comportament sunt mai elaborate și mai subtile. În loc de o comutare, bruscă, de la un model de comportament la altul, avem de-a face cu o schimbare în *tendința* de a acționa într-un anumit mod, schimbările fiind cu atât mai evidente, cu cât nevoia de realimentare cu energie este mai intensă.

Făcând o paralelă, susținătorii IA spun că se poate încerca modelarea conceptelor de durere și de fericire. Să simplificăm lucrurile și să considerăm o scală a "senzațiilor", mergând de la "durere" acută (scor -100) la "plăcere" extremă (scor +100). Să ne mai imaginăm că avem o mașină, să zicem electronică, ce are încorporat un dispozitiv pentru înregistrarea propriului "scor de durere-plăcere", pe care să-l numim "scor-dp". Maşina are câteva moduri de comportament şi câteva "intrări" (input), fie interne (cum ar fi starea bateriilor), fie externe. Să zicem că maşina este programată să-şi optimizeze scorul-dp. Mulţi factori pot influenţă scorul-dp (putem aranja ca bateriile consumate să dea un scor mic, iar bateriile noi un scor mare, dar putem imagina multe altele). S-ar putea ca maşina noastră să aibă probabil panouri solare, ca o alternativă de energie. Aranjăm, de exemplu, ca scorul-dp să crească dacă maşina se orientează spre lumină, astfel încât în lipsa altor stimuli, aceasta va fi tendinţa ei. (De fapt, ţestoasa lui Grey Walter *evita* lumina!). Va trebui să o dotăm cu un sistem de calcul, astfel încât să poată aprecia efectul acţiunilor sale asupra scorului. De asemenea, ar putea introduce ponderi de probabilitate astfel încât un calcul ar putea avea un efect mai mare sau mai mic în funcţie de încrederea pe care o poate avea în datele de intrare.

Este la fel de necesar să îi oferim maşinii şi alte "scopuri" decât menţinerea rezervei de energie, căci altfel nu vom avea un mijloc de a deosebi "durerea" de "foame". Fără îndoială că în acest stadiu ar fi prea mult să-i cerem să aibă o metodă de a se reproduce, aşa că, pentru moment, lăsăm sexul deoparte! Dar poate că putem să-i implantăm o "dorinţă" de întovărăşire cu alte maşini similare, dând întâlnirilor cu acestea un scor-dp pozitiv. Sau, am putea să o facem să "dorească puternic" să înveţe pentru plăcerea sa proprie, cerând ca doar acumularea de date despre lumea înconjurătoare să contribuie pozitiv la scorul-dp. (Mult mai egoist chiar, am putea aranja ca scorul să crească dacă maşina ne face *nouă* diferite servicii, cum ar fi să construiască pentru noi un robot servitor!). Se poate obiecta că impunerea acestor "scopuri" după bunul nostru plac, este artificială. Şi totuşi, situaţia nu diferă prea mult faţă de cazul real, în care selecţia naturală ne-a impus, ca indivizi, anumite "scopuri" ce sunt guvernate în mare măsură de nevoia de a se propaga informaţia genetică.

Să presupunem, deci, că maşina noastră a fost construită cu succes în acord cu toate acestea. Ce drept am avea noi să afirmăm că ea *simte* cu adevărat plăcere când scorul-dp este pozitiv şi durere când scorul-dp este negativ? Punctul de vedere operaţional (IA) ar fi că putem spune aceasta din felul cum se comportă maşina. Câtă vreme ea acţionează astfel încât tinde spre scoruri tot mai "pozitive" (şi spre a le păstra pe o durată de timp cât mai mare) şi acţionează spre a evita scorurile negative, ar putea fi rezonabil să *definim* senzaţia ei de plăcere prin cât de mare este scorul ei pozitiv şi, în mod corespunzător, să *definim* senzaţia ei de durere prin cât de mare este scorul ei negativ. Argumentele pentru o astfel de definire, ar comenta unii, constau în faptul că acesta este exact modul în care reacţionează şi omul faţă de durere şi de plăcere. Bineînţeles, cu fiinţele umane nu este totul atât de simplu: uneori alegem singuri să fim nefericiţi, sau ne abatem din calea anumitor plăceri. Este clar că acţiunile noastre sunt ghidate de criterii mult mai complexe. (Vezi Dennett, 1978, p. 190-229). Dar, în marea majoritate a cazurilor, felul nostru de a acţiona este de a evita durerea şi a căuta plăcerea. Aceasta ar fi suficient pentru ca un operaţionalist să justifice *identificarea*, la acelaşi nivel de aproximare, a scorului-dp cu gradul de durere-plăcere "simţit" de maşină. Asemenea identificări sunt chiar printre scopurile teoriei IA.

Trebuie să ne punem problema: este într-adevăr cazul să considerăm că maşina noastră *simte* durerea când scorul este negativ şi plăcerea când acesta este pozitiv? Vreau să spun, poate ea să simtă ceva? Operaţionaliştii vor spune: "Evident că da" sau vor clasa întrebarea ca lipsită de sens. Totuşi, mie mi se pare că *există* o problemă serioasă şi dificilă ce trebuie examinată aici. Factorii intern ce ne fac să acţionăm într-un anumit fel sunt de mai multe feluri. Unii sunt conştienţi, cum sunt durerea sau plăcerea; dar există şi alţii de care nu ne dăm neapărat seama. Exemplul cel mai bun este cel al unui om care pune mâna pe o sobă încinsă. Se produce o acţiune involuntară care îl face să-şi tragă brusc mâna înapoi, chiar înainte de a simţi durerea. S-ar părea că asemenea acţiuni involuntare sunt mai aproape de răspunsurile maşinii la scorul-dp, decât sunt efectele durerii sau plăcerii.

Folosim adesea, pentru descrierea comportării maşinilor, termeni antropomorfi de genul: "Maşina mea nu pare să vrea să pornească în dimineaţa aceasta", sau "Ceasul ăsta crede că merge după ora Londrei", sau "Calculatorul* pretinde că nu înţelege ce vreau de la el"; ne referim astfel în glumă la comportamentul diverselor maşini cu care avem de-a face. Desigur, nu înţelegem prin aceasta *cu adevărat* că maşina *vrea* ceva, sau că ceasul *gândeşte*, sau că efectiv calculatorul *pretinde* ceva, sau că el *înţelege*, sau chiar că *ştie* ce face. Cu toate acestea, acest gen de fraze sunt foarte expresive şi ne plac, dar să nu uităm sensul în care au fost spuse şi să nu le luăm întocmai. Mi-aş permite o atitudine similară faţă de diferitele pretenţii ale IA cu privire la capacităţile mentale ce ar putea fi prezente în maşinile construite – *indiferent* de sensul avut în vedere! Dacă accept să spun că "ţestoasei" lui Grey Walter se poate să îi fie foame, aceasta este pe jumătate în glumă. Iarăşi, dacă sunt pregătit să folosesc termenii de "durere" sau "plăcere" referitor la scorul-dp al unui dispozitiv, este numai pentru că eu consider că aceasta îmi ajută la înţelegerea comportamentului acestuia, datorită unor analogii cu propria mea comportare. Nu vreau să spun că aceste analogii sunt cu adevărat justificate sau că nu există şi alte lucruri ce *nu sunt* conştiente care îmi influenţează comportamentul într-un mod care justifică şi *mai bine* analogia.

Sper că acum este clar pentru cititor că, după părerea mea înţelegerea capacităţilor mentale cere mai mult decât poate da IA. Cu toate acestea, sunt de acord că IA este un domeniu foarte serios care trebuie respectat şi de care trebuie ţinut seama. Prin aceasta nu vreau să se înţeleagă că s-a realizat prea mult (dacă pot spune că s-a realizat ceva) în materie de simulare a inteligenţei

* Cel din 1989!

reale. Trebuie să avem mereu în vedere faptul că domeniul este foarte tânăr. În anii ce vor urma calculatoarele vor deveni mai rapide, cu acces și capacitate de memorare mai mare, cu mai multe unități logice, și vor fi capabile de mai multe calcule în paralel. Vor fi multe îmbunătățiri în proiectarea hard și în tehnicile de programare. Aceste mașini, vehicule ale filosofiei IA, își vor îmbunătăți enorm capacitățile tehnice. Mai mult, însăși filosofia IA *nu este* câtuși de puțin absurdă. Poate că inteligența umană poate fi cu adevărat simulată foarte corect prin calculatoare electronice – în mare cele de astăzi, funcționând pe principii ce sunt cunoscute deja, dar având viteză, memorie etc. considerabil mai mare decât ne așteptăm să apară în anii ce vor urma. Poate, că aceste calculatoare vor fi într-adevăr *inteligente*; poate că ele vor gândi, simți și vor avea judecată. Sau poate că nu, poate că mai trebuie ceva, un nou principiu, care astăzi ne lipsește cu desăvîrșire. Aceasta este de fapt adevărata problemă de discutat, și este o întrebare la care nu se poate răspunde cu una, cu două. Eu vă voi aduce câteva dovezi, așa cum le văd eu, și în cele din urmă vă voi prezenta propriile mele sugestii.

IA-tare și camera chinezească a lui Searle

Există un punct de vedere, cunoscut sub numele de *IA-tare*, care adoptă o poziție extremă față de aceste probleme.[6] Potrivit acestui punct de vedere, nu numai că dispozitivele despre care am discutat mai sus sunt inteligente, dar putem asocia un anumit tip de capacități mentale *oricărui* dispozitiv de calcul, oricât de simplu, ce funcționează logic, ca de exemplu, un termostat.[7] Ideea de bază este aceea că activitatea mentală reprezintă pur și simplu îndeplinirea unei secvențe bine definite de operații, numită frecvent *algoritm*. Voi explica mai exact ce este un algoritm, puțin mai tîrziu. Pentru moment, este suficient să definim algoritmul pur și simplu ca o procedură oarecare de calcul. În exemplul cu termostatul, algoritmul este extrem de simplu: dispozitivul măsoară temperatura și conectează sau deconectează un circuit de încălzire, după cum temperatura este mai mare sau mai mică decât o valoare fixată. Pentru susținătorii IA-tari, orice activitate mentală a creierului uman este doar un algoritm, desigur complicat, dar totuși un algoritm, care nu diferă în principiu de cel al termostatului. Deci, conform IA-tari, diferența dintre funcționarea creierului (inclusiv manifestările lui conștiente) și cea a unui termostat este că algoritmul primului este cu mult mai *complicat* (sau poate "cu o structură de ordin superior", sau "cu proprietăți de auto-referire" sau vreo altă calitate ce se poate atribui unui algoritm). Cel mai important este că toate atributele mentale – gândirea, înțelegerea, inteligența, conștiința – trebuiesc privite (conform acestei interpretări) ca simple fațete ale acestei funcționări complicate; adică, sunt caracteristici ale *algoritmului* executat de creier.

Calitatea unui algoritm constă în performanțele sale. El trebuie să dea rezultate precise, să fie rapid și să facă economie de operații. Un algoritm cu pretenții de a copia ceea ce se presupune că se petrece într-un creier uman ar trebui să fie unul prodigios. Dar, dacă există, în principiu, un asemenea algoritm după care funcționează creierul, și susținătorii IA-tari pretind că există cu certitudine, el ar putea fi implementat în principiu pe un calculator. *Orice* calculator modern ar fi capabil să-l efectueze, dacă n-ar exista limitările de memorie și viteză de operare. (Justificarea pentru această afirmație va veni puțin mai tîrziu, când vom discuta despre mașina Turing universală.) Este de așteptat ca toate aceste limitări să fie depășite prin evoluția tehnologiei de calcul într-un timp nu prea îndepărtat. Atunci, un asemenea algoritm, dacă vom reuși să-l găsim, va trece cu siguranță testul Turing. Partizanii IA-tari pretind că ori de câte ori vom rula acest algoritm, *el va avea într-adevăr* senzații, conștiință.

În nici un caz nu este vorba de un consens cu privire la identificarea activităților mentale cu algoritmii. În particular, acest punct de vedere are un opozant puternic în persoana filosofului american John Searle (1980, 1987). El a dat exemple în care variante simple ale testului Turing fuseseră trecute *deja* cu succes de către calculator, dar a susținut cu argumente că atributele mentale ale "înțelegerii" au lipsit cu desăvârșire în fiecare caz. Unul dintre aceste exemple se bazează pe un program de calculator proiectat de Roger Schank (Schank și Abelson 1977), cu scopul de a simula înțelegerea unor situații simple de genul: "Un om intră într-un restaurant și comandă un hamburger. Când i se aduce mâncarea, el constată că hamburgerul este complet ars și pleacă furios, fără să plătească." Sau, în altă variantă: "Un om intră într-un restaurant și comandă un hamburger. Când i se aduce mâncarea, el este foarte mulțumit de serviciu, și pleacă bucuros, lăsând chelnăriței un bacșiș substanțial, înainte de a plăti". Ca test de "înțelegere" i se cere calculatorului să spună dacă omul a mâncat sau nu hamburgerul în cele două cazuri (un lucru care nu apare explicit în text). În cazul acestei întrebări simple, calculatorul dă răspunsuri ce nu pot fi deosebite de cele ale unei ființe umane oarecare vorbitoare de limbă engleză, adică: "nu" în primul caz și respectiv "da" în al doilea. Deci, în acest sens *foarte limitat*, calculatorul a trecut testul Turing!

Problema este: oare succesul calculatorului (sau al programului) indică o înțelegere adevărată a celor întâmplate? Searle susține că *nu* și invocă conceptul său de "cameră chinezească". În primul rînd, el își propune ca povestioarele să fie spuse în chineză și nu în engleză, o schimbare, desigur, neesențială, și ca toate operațiile din structura algoritmului să fie furnizate calculatorului în engleză sub forma unor instrucțiuni de manipulare a simbolurilor chinezești. Searle se imaginează *pe sine însuși* făcând aceste manipulări într-o cameră încuiată, în care primește printr-un mic orificiu simbolurile reprezentând povestea respectivă și apoi întrebările. Nici o altă informaţie nu poate intra în cameră. La sfârşit, când algoritmul va fi dus până la capăt, "răspunsul" va fi trimis afară prin acelaşi orificiu. Cum toate manipulările urmăresc strict algoritmul programului lui Schank, trebuie ca "răspunsul" la întrebare să fie pur şi simplu, după caz, "da" sau "nu" în chineză, adică, răspunsul corect la o întrebare în chineză despre o poveste în chineză. Dar, Searle susţine sus şi tare că nu ştie o boabă chineză, aşa că nu are nici o idee despre ce anume este vorba în poveştile respective. Totuşi, ducând până la capăt operaţiunile din algoritmul lui Schank (instrucţiunile pentru acest algoritm fiindu-i date în engleză), el va fi capabil să se descurce la fel de bine ca şi un chinez care ar fi înţeles perfect despre ce este vorba. Punctul de vedere al lui Searle – şi eu îl consider cu totul remarcabil – este că simpla îndeplinire a unui algoritm, chiar încununată de succes, *nu implică* în sine că a avut loc şi o înţelegere de vreun fel. Presupusul Searle, încuiat în camera lui chinezească, n-a înţeles nici un cuvânt!

Împotriva raţionamentului lui Serale s-au ridicat numeroase obiecţii. Le voi menţiona doar pe acelea care mi se par semnificative. În primul rând, în fraza "nu a înţeles nici un cuvînt" este o capcană. Înţelegerea are de-a face în egală măsură atât cu cuvinte individuale cât şi cu structuri. În timp ce execută astfel de algoritmi, cineva poate începe să priceapă câte ceva din structurile de semne, fără să înţeleagă neapărat sensul fiecărui semn în parte. De exemplu, caracterul chinezesc pentru "hamburger" (dacă aşa ceva există), poate fi înlocuit cu cel pentru o mâncare tradiţională, fără să influenţeze simţitor povestea. Totuşi, mi se pare rezonabil să presupun că de fapt ne dăm seama prea puţin despre înţelesul real al povestirii (chiar dacă asemenea "schimbări" sunt neesenţiale), câtă vreme urmărim doar detaliile algoritmului respectiv.

În al doilea rând, trebuie să fim conştienţi că execuţia unui program de calculator, oricât de simplu ar fi el, este ceva îngrozitor de lung şi de plicticos pentru o fiinţă umană ce manipulează simboluri. Dacă Searle s-ar fi apucat cu adevărat de treabă, şi ar fi efectuat algoritmul lui Schank, i-ar fi luat multe zile, luni sau chiar ani de muncă extrem de plicticoasă pentru a răspunde la o singură şi simplă întrebare – o activitate cam neverosimilă pentru un filosof! Totuşi, aceasta nu este o obiecţie serioasă câtă vreme ne interesează probleme de *principiu.* Dificultăţile apar dacă ne referim la un presupus program de calculator suficient de complicat pentru a simula creierul uman, şi deci a trece *în mod clar* testul Turing. Un asemenea program ar trebui să fie teribil de complicat. Ne putem imagina cu uşurinţă că operarea acestui program, chiar pentru a da răspunsuri la cele mai simple întrebări de test Turing ar putea cuprinde atât de mulţi paşi încât unei fiinţe umane ce efectuează algoritmul cu mâna i-ar trebui mai multe vieţi. (De fapt, nu putem fi atât de siguri câtă vreme nu există un asemenea program).[8] Oricum, această problemă a cât de complicat este un astfel de program nu poate fi neglijată, pur şi simplu. Este adevărat că ne ocupăm de chestiuni de principiu, dar mie mi se pare că un algoritm trebuie să aibă un anumit grad "critic" de complicaţie necesar pentru a căpăta virtuţi "mentale". Poate că această valoare "critică" este atât de mare încât nici un algoritm corespunzător nu va putea fi dus vreodată manual până la capăt de o ființă omenească, în modul imaginat de Searle.

Searle a luat în considerare această obecție, înlocuind unicul ocupant al camerei sale chinezești (el însuși), cu o întreagă armată de nevorbitori de chineză care să poată manipula simbolurile în "camera chinezească". Pentru a compensa numărul foarte mare de operații, el a imaginat chiar că va înlocui camera cu toată India, întreaga populație a Indiei (excluzându-i pe cei ce înțeleg chineza!) fiind acum angajată în manipularea simbolurilor. Bineînțeles că ar fi absurd în practică, dar noi discutăm acum *în principiu*. Argumentul său rămâne însă valabil, și anume că cei care manipulează simbolurile *nu* înțeleg povestea, în ciuda pretenției IA-tari că simpla îndeplinire a algoritmului echivalează cu atributul mental al "înțelegerii". Oricum, discuțiile ne-au condus către o obiecție nouă și la fel de importantă: nu seamănă oare toți acești indieni individuali puși la treabă, mai degrabă, cu neuronii individuali dintr-un creier, decât cu creierul însuși? Nimeni nu are pretenția că neuronii, a căror activare pare a sta la baza funcționării creierului în actul gândirii, ar înțelege *ei înșiși*, fiecare în parte, ce gândește persoana respectivă, așa încât, de ce am cere ca fiecare indian să înțeleagă povestea chinezească? Searle a replicat atrăgând atenția asupra absurdității unei asemenea situații, în care India, întreaga țara efectiv, ar înțelege ceva ce nu înțelege nici unul dintre locuitorii săi. Pentru el, nu țara gândește, ci oamenii.

Acest ultim argument al lui Searle este cu mult mai slab decât primul. Eu cred că ideea lui are cea mai mare forță atunci când se referă la o singură persoană care să efectueze algoritmul, și la cazul în care algoritmul este suficient de simplu pentru ca o persoană să-l poată termina în mai puțin de o viață de om. *Nu* vreau să spun că argumentul lui stabilește *riguros* că nu există nici un fel de "înțelegere" (măcar fragmentară) ce nu are un suport concret, asociată cu persoana care execută algoritmul înțelegere a cărei prezență nu influențează în nici un fel propria conștiință. Totuși, sunt de acord cu Searle că această posibilitate se dovedește destul de puțin plauzibilă, iar argumentul lui are o forță considerabilă, chiar dacă nu este, în sine, suficient. Este foarte convingător când încearcă să demonstreze că algoritmi tot atât de complicați ca și programul de calculator al lui Schank nu pot avea vreo înțelegere autentică indiferet de sarcina pe care o îndeplinesc. În același timp, el *sugerează* (dar nu mai mult), că nici un algoritm, oricât de complicat ar fi, nu va putea niciodată să reprezinte adevărata înțelegere – în contradicție cu pretențiile IA-tari.

Punctul de vedere al IA-tari mai are și alte puncte slabe care, după părerea mea, sunt serioase. Potrivit acestei teorii, tot ceea ce contează este algoritmul. Nu are nici o importanță dacă șirul acesta de operații este executat de un creier, de un calculator electronic, de o țară întreagă de indieni, de o mașinărie cu rotițe și arcuri, sau de un sistem hidraulic. Ei susțin că semnificativă pentru "starea mentală" pe care se presupune că o reprezintă este numai structura logică a algoritmului, concretizarea "fizică" particulară a algoritmului fiind total irelevantă. Însuşi Serale atrage atenţia asupra "dualismului" ascuns în această judecată. *Dualismul* este un punct de vedere filosofic îmbrăţişat de marele şi influentul om de cultură, filosof şi matematician al secolului al şaptesprezecelea, René Descartes, care susţine că există două feluri diferite de substanţă: "substanţa din care sunt făcute gândurile" şi materia obişnuită. Dacă, sau cum cele două tipuri s-ar putea influenţa reciproc sau nù, este o altă problemă. "Substanţa din care sunt făcute gândurile" se presupune a nu fi compusă din materia obişnuită şi are proprietatea de a exista independent de materie. Pentru AI-tare, substanţa constitutivă a gândului este structura logică a unui algoritm. Suportul concret al unui algoritm este, cum am mai spus, lipsit de importanţă. Algoritmul are un anumit mod de "existenţă" fără un suport concret, care nu are nimic de-a face cu realizarea lui efectivă în practică. În capitolul următor voi reveni la întrebarea: cât de în serios trebuie să luăm această "existenţă", întrucât ea face parte din problema generală a realităţii platoniciane a obiectelor matematice abstracte. Pentru moment, voi lăsa deoparte aceste chestiuni, de principiu, şi voi spune că suporterii IA-tari par să ia într-adevăr în serios realitatea (cel puţin a) algoritmilor, din moment ce ei cred că aceştia sunt "substanţa" propriilor lor gânduri, senzaţii, înţelegeri şi percepţii conştiente. După cum a observat Searle, faptul că poziţia IA-tari conduce spre o formă extremă de dualism, dualism care reprezintă însăşi ideea cu care susţinătorii IA ar dori cel mai puţin să fie asociaţi, este de o ironie remarcabilă!

De la această dilemă a pornit Douglas Holfstadter (1981) – el însuşi un susţinător de frunte al IA-tari – într-un dialog numit "O conversaţie cu creierul lui Einstein". Hofstadter îşi imaginează o carte de proporţii monstruoase, ce conţine o descriere a creierului lui Albert Einstein; răsfoind această carte şi urmărind pas cu pas indicaţiile ei, am putea avea răspunsu la orice întrebare pe care ne-ar plăcea să o punem lui Einstein, aşa cum l-am fi primit de la însuşi Einstein, dacă ar fi trăit. Bineînţeles că ne-ar lua ceva timp, dar, *în principiu*, cartea este echivalentă, în sensul operaţional al unui test Turing, cu o versiune ridicol de înceată a lui Einstein însuşi. Astfel, conform supoziţiilor punctului de vedere al IA-tari, această carte ar gândi, simţi, înţelege, ar fi conştientă aşa cum ar fi însuşi Einstein, doar că ar trăi cu o viteză absurd de mică, (fără îndoială că pentru Einstein-carte lumea noastră s-ar desfăşura cu o viteză fabuloasă). Într-adevăr, câtă vreme cartea se presupune a fi o "întrupare" a algoritmului care reprezintă "eul" lui Einstein, înseamnă că ea *ar fi* chiar Einstein.

Şi iată cum ajungem la o nouă problemă. Cartea poate la fel de bine să nu fie deschisă niciodată, sau să fie tocită continuu de nenumăraţi studenţi şi cercetători în căutarea adevărului. Îşi "va da ea seama" de diferenţă?! Poate că nici nu va fi nevoie să deschidem cartea, putând extrage informaţia din ea prin tomografie de raze X sau vreo altă vrăjitorie tehnică. Conştiinţa de sine a lui Einstein se va activa doar atunci când cercetăm noi cartea? Dacă doi oameni pun aceeaşi întrebare cărţii în momente diferite, conştiinţa lui se va activa în mod identic de două ori? Sau vor fi două momente separate şi diferite temporar ale *aceleiaşi* stări de conştienţă a lui Einstein? Sau poate, conştiinţa se activează doar dacă se petrec schimbări în carte? La urma urmei, în mod normal, atunci când suntem conştienţi de ceva, înseamnă că primim informaţii din lumea exterioară care ne influenţează memoria şi care produc mici schimbări în starea noastră mentală. Dacă este aşa, poate că activitatea mentală este asociată mai curând cu *modificări* (adecvate) în algoritm, (şi aici presupun că stocarea de informaţii în memorie este o parte a algoritmului), decât cu *activarea* propriu-zisă a algoritmului? Sau poate că Einstein-carte este mereu total conştient de sine, chiar dacă nu este deranjat sau examinat de nimeni, niciodată? Hofstadter atinge câteva dintre aceste probleme.

Ce înseamnă de fapt să activezi un algoritm sau să-i dai un suport fizic? Prin ce se deosebeşte operarea unor schimbări într-un algoritm de înlocuirea lui cu un altul? Şi ce poate avea aceasta de-a face cu simţământul nostru de conştienţă? Cititorul, (dacă nu este el însuşi un susţinător al IA-tari) se poate întreaba de ce am dedicat atât spaţiu unei idei evident absurde. De fapt, eu *nu* consider această idee absurdă în sine – ci, în principal, doar greşită! Există desigur un temei în spatele argumentelor IA. Există, în acelaşi timp, o anume atracţie pentru aceste idei – dacă sunt modificate corespunzător – şi voi explica ce vreau să spun. Mai mult chiar, şi în punctul de vedere contrar, reprezentat de Searle, există după părerea mea, nepotriviri şi absurdităţi, chiar dacă, în parte, îl aprob!

Searle acceptă implicit că tipul de calculatoare existent în prezent, dar considerabil îmbunătăţite ca viteză şi memorie (şi poate ca procesare paralelă) va fi capabil să treacă testul Turing într-un viitor nu prea îndepărtat. El este pregătit să accepte părerea IA-tari (şi a majorităţii altor puncte de vedere "ştiinţifice") că "noi suntem rezultatele unui număr oarecare de programe de calculator". Mai mult chiar, el spune: "Bineînţeles, creierul este un calculator digital. Cum totul este un calcultor digital, şi creierul este la fel."[9] Searle susţine că deosebirea dintre funcţionarea creierului uman (care poate gândi) şi a unui calculator electronic (care, după cum susţine el, nu poate), care ar putea executa amândoi acelaşi algoritm, constă exclusiv în suportul material al fiecăruia. El pretinde, pentru motive pe care nu le poate explica, că obiectele biologice (creierele) pot avea "intenţionalitate" şi "semantică", pe care el le consideră caracteristici definitorii ale proceselor mentale, în timp ce obiectele electronice nu pot. După părerea mea, asemenea idei nu sunt în stare să deschidă drumul spre o teorie ştiinţifică a minţii. Ce au atât de special sistemele biologice, în afară poate de modul "istoric" în care au evoluat (şi de faptul că *noi* înşine suntem asemenea sisteme), încât să le facă singurele posesoare de "intenţionalitate" şi "semantică"? Această pretenţie seamănă mai mult a dogmă, la fel ca şi afirmaţiile IA-tari că simpla activare a unui algoritm poate genera o stare de conştienţă!

După părerea mea Searle, şi încă mulţi alţii, au fost induşi în eroare de calculatorişti, iar aceştia la rândul lor, au fost induşi în eroare de către fizicieni. (Nu este vina fizicienilor. Nici *chiar ei* nu ştiu totul!) Se pare că această idee, şi anume, că "orice este un calculator digital" este foarte populară. Intenţia mea şi a cărţii mele este să arăt de ce *nu* este aşa.

Hard şi soft

În jargonul ştiinţei calculatoarelor, termenul de *hard* foloseşte la desemnarea părţii solide, "fizice" a calculatorului (circuite integrate, tranzistori, conexiuni, memorie magnetică etc.), inclusiv specificarea completă a modului în care sunt făcute conexiunile. Corespunzător, termenul de *soft* se referă la diversele programe pe care le execută calculatorul. Una dintre descoperirile remarcabile ale lui Alan Turing a fost aceea că, în fapt, orice maşină al cărui "hard" a atins un anumit grad de complexitate şi flexibilitate este *echivalentă* cu orice altă maşină de acest fel. Prin această echivalenţă trebuie să se înţeleagă: fiind date oricare două astfel de maşini A şi B, va exista un anume "soft" care să facă maşina A să se comporte exact ca maşina B; şi invers, va exista un "soft" care să facă maşina B să acţioneze exact ca A. Cuvântul "exact" se referă la rezultatele furnizate efectiv de ambele calculatoare pentru orice date de intrare (introduse după introducerea softului de transformare) şi *nu* la *timpul* în care fiecare maşină ar obţine rezultatul respectiv. În plus, presupun că dacă la un moment dat una dintre maşini nu are suficient spaţiu de stocare disponibil pentru rezultatele calculelor respective, ea poate cere să i se pună la dispoziţie un astfel de "depozit" (în principiu nelimitat) de stocare, sub formă de discuri, bandă magnetică etc. La drept vorbind, diferenţa dintre intervalele de timp necesare îndeplinirii aceleiaşi sarcini de către cele două maşini, ar putea fi o problemă serioasă. S-ar putea ca, de exemplu, A să execute o anumită sarcină de 1000 de ori mai rapid decât B. S-ar putea ca pentru aceleaşi maşini A şi B să existe o problemă particulară la care maşina B să fie de 1000 de ori mai rapidă decât A. Mai mult, se poate ca aceste "performanţe" să depindă foarte mult de alegerea softului de transformare folosit. Într-o discuţie "de principiu" aceste amănunte practice nu ne interesează prea mult. În capitolul următor voi fi mai explicit în ceea ce priveşte conceptele la care ne-am referit aici: maşinile A şi B sunt exemple ale aceleiaşi categorii, denumită generic *maşina Turing universală*.

De fapt, majoritatea calculatoarelor moderne sunt maşini Turing universale. Astfel, toate aceste calculatoare, sunt echivalente între ele în sensul de mai sus: diferenţele dintre ele constau doar în programul implementat iar ele pot fi înlăturate total, printr-o programare corespunzătoare, presupunând că nu ne interesează diferenţele de timp de lucru şi capacitate de memorie. Tehnologia modernă permite calculatoarelor o funcționare atât de rapidă, încât pentru majoritatea problemelor "cotidiene" aceste dificultăți practice aproape că nu sunt sesizabile*, așa încât echivalența teoretică dintre calculatoare este vizibilă și în practică. Astfel, tehnologia a transformat discuțiile complet academice despre mașini de calcul imaginare în oiecte ce ne influențează direct viața de zi cu zi!

După câte îmi dau seama, unul dintre factorii cei mai importanți ce stau la baza filosofiei IA-tari este tocmai această echivalență dintre dispozitivele de calcul. Hard-ul este văzut acum ca ceva relativ neimportant (poate chiar total nesemnificativ), lăsând soft-ul adică programul, sau algoritmul, ca principal actor. Totuși, după părerea mea, există și alți factori importanți în sprijinul acestei teze, factori ce vin mai ales dinspre partea fizicii, și voi încerca să îi sugerez în cele ce urmează.

Ce anume determină de fapt identitatea unei persoane? Este vorba chiar de atomii ce compun corpul său? Depinde această identitate de o alegere anume a electronilor, protonilor și a celorlalte particule ce compun acești atomi? Există cel puțin două motive pentru care putem răspunde că nu. În primul rând, "materialul" din care se compune corpul este în continuă înnoire. Acest lucru este valabil și pentru celulele din creierul nostru, chiar dacă după naștere nu se mai produc noi celule nervoase. Marea majoritate a atomilor ce alcătuiesc fiecare celulă vie (inclusiv fiecare celulă a creierului) – și prin aceasta, în principiu, întregul material al corpului nostru – a fost înlocuită de multe ori în timpul vieții.

Al doilea motiv vine din fizica cuantică – și este, printr-o curioasă ironie, în aparentă contradicție cu primul. Conform mecanicii cuantice, (vom vedea mai pe larg, în capitolul 6, paragraful despre sistemele multiparticulă), oricare doi electroni trebuie să fie complet identici, iar acest lucru este valabil și pentru oricare doi protoni, sau pentru oricare alte două particule microscopice de același fel. Nu înseamnă doar că nu putem face deosebire între particule: afirmația are implicații cu mult mai adânci. Înseamnă că dacă înlocuim un electron din creierul unei persoane oarecare cu unul dintr-o cărămidă, atunci starea sistemului va fi *exact*[10] *aceeași stare* ca cea dinainte, nu doar indiscernabilă de ea! Acest lucru este valabil și pentru protoni și pentru orice alt tip de particule, chiar și pentru atomi sau molecule. Dacă întregul conținut material al unei persoane ar fi înlocuit cu particule corespunzătoare luate de exemplu din cărămizile casei sale, atunci, ar fi ca și cum nimic nu s-ar fi întâmplat. Ceea ce deosebește persoana de casa sa constă în *modelul (structura)* de aranjare al pieselor constituente, și nu în individualitatea acestor piese în sine.

Am găsit un corespondent pentru discuția de mai sus, chiar pe când scriam acest paragraf la calculator. Să spunem că vreau să schimb un cuvânt din text,

* Vezi și discuția despre teoria complexității și problemele NP de la sfârșitul capitolului 4.

de exemplu, să transform "casă" în "masă". Pot să fac aceasta în două feluri: să şterg pe "c" şi să scriu "m" sau să şterg tot cuvîntul şi să-l scriu pe cel nou. Dacă am ales cea de a doua cale, "s"-ul este acelaşi cu cel dinainte, sau l-am înlocuit cu unul nou? Dar "a"-ul? Chiar dacă înlocuiesc doar "c" prin "m", în loc să rescriu cuvântul, există un moment între dispariţia lui "c" şi apariţia lui "m", când există o undă de realiniere în josul paginii atunci când dispare "c" şi se recalculează locul fiecărei litere ulterioare iar apoi, o nouă recalculare la inserarea lui "m". În ambele situaţii, *toate* literele pe care le văd pe ecran sunt de fapt "goluri" în traiectoria unui fascicul de electroni, în timp ce se baleiază întregul ecran de şaizeci de ori pe secundă. Dacă iau orice literă şi o înlocuiesc cu una identică, situaţia este exact *aceeaşi* cu cea dinainte, sau nu putem face diferenţa? Deosebirea dintre cele două puncte de vedere pare cu totul nesemnificativă. Pare a fi rezonabil să spunem că situaţia este aceeaşi dacă literele sunt aceleaşi. Şi aceasta este situaţia în mecanica cuantică a particulelor identice. Să înlocuieşti o particulă cu alta la fel, înseamnă, de fapt, să nu schimbi cu nimic starea. Noua situaţie trebuie privită ca fiind *aceeaşi* cu cea dinainte. (În capitolul 6 vom vedea că în mecanica cuantică diferenţa *nu este* deloc banală.)

Comentariile de mai sus privind continua "reciclare" a atomilor din organism au fost făcute în termenii fizicii clasice, şi aceasta pentru că am vrut ca fiecare atom să aibă "personalitate". De fapt, la acest nivel de aproximaţie, fizica clasică este suficientă, şi nu vom greşi prea mult dacă vom considera că atomii sunt obiecte distincte. Câtă vreme sunt la distanţă suficient de mare unul de celălalt, astfel încât să îi putem urmări în mişcarea lor, putem să ne imaginăm că punem o etichetă fiecărui atom şi că astfel îi considerăm ca fiind distincţi. Repet, în cadrul (corect!) al mecanicii cuantice, să spui că atomii pot fi "discernabili" este cel mult o figură de stil, dar pentru nivelul discuţiei de faţă această descriere este suficient de consistentă.

Să acceptăm, deci, că individualitatea unei persoane nu are nimic de-a face cu "personalitatea" pe care am încerca să o atribuim constituenţilor săi materiali. În schimb, trebuie să aibă de-a face, într-un anumit sens, cu *configuraţia* acestor componenţi - să spunem, configuraţia în spaţiu sau în spaţiu-timp. (Amănunte, ulterior!) Suporterii IA-tari merg chiar mai departe. Dacă s-ar putea translata conţinutul informaţional al unei astfel de "configuraţii" la o altă structură şi invers, ei pretind că personalitatea individuală ar trebui să rămână intactă. Este exact ceea ce se întâmplă cu secvenţele de litere pe care tocmai le-am scris şi pe care le văd apoi pe ecranul calculatorului. Dacă le şterg, ele rămân codificate undeva sub forma unei infime deplasări de sarcină electrică fără nici o legătură cu forma geometrică concretă a literelor respective. Dar eu pot oricând să le aduc din nou pe ecran, ca şi cum nimic nu s-ar fi întâmplat. Dacă doresc, salvez textul pe care tocmai l-am scris, transfer informaţia, aflată sub forma secvenţelor de litere, în configuraţii de magnetizare pe un disc magnetic, pe care îl scot apoi din calculator, şi deconectez calculatorul, neutralizând toate infimele deplasări de sarcină din acesta. A doua zi, dacă doresc, reintroduc discul în calculator şi micile deplasări de sarcină vor face să apară din nou literele pe ecran, ca şi când nu s-ar fi întâmplat nimic. Pentru susţinătorii IA-tari este "clar" că la fel se poate trata şi individualitatea unei persoane. După părerea lor, nimic nu s-ar modifica în individualiatea unei persoane dacă forma sa fizică s-ar translata în ceva cu totul diferit, să zicem în câmpuri de magnetizare într-un bloc de fier. Ei susţin că persoana ar continua chiar să posede conştiinţă de sine şi în noua sa formă. În această interpretare, trebuie să privim "conştiinţa de sine a unei persoane" ca pe un "soft", iar manifestarea ca fiinţă umană materială ca fiind rezultatul rulării "softului" pe "hardul" care este corpul şi creierul.

Se pare că justificarea acestei concepţii este că indiferent ce formă materială poate lua hardul - de exemplu un dispozitiv electronic – putem oricând să-i "punem întrebări" soft (în maniera testului Turing), şi presupunând că hardul are capacitatea de a calcula corect răspunsurile, acestea vor fi identice cu cele pe care le-ar da o persoană în starea sa normală. ("Cum vă simţiţi în dimineaţa aceasta?" "Destul de bine, mulţumesc, mă cam plictiseşte o durere de cap". "Nu vi se pare cumva că . . . hm . . . s-a întâmplat ceva cu identitatea persoanei dumneavoastră?" "Nu, dar ce-ţi veni?" "Atunci, sunteţi aceeaşi persoană ca şi cea de ieri?" "Dar, bineînţeles!")

O idee discutată frecvent în acest context este *maşina de teleportare* din literatura SF[11]. Aceasta este imaginată ca un mijloc de "transport", de exemplu, între o planetă şi alta, dar pe noi acum ne interesează dacă aşa ceva esta posibil. În loc să fie transportat "normal" de o astronavă, presupusul călător este "scanat" din cap până în picioare, timp în care se înregistrează poziţia precisă şi caracteristicile complete ale fiecărui atom şi electron din corpul său. Toată această informaţie este apoi transmisă (cu viteza luminii), printr-un semnal electromagnetic, către planeta îndepărtată de destinaţie. Acolo, informaţia recepţionată este folosită de un dispozitiv sub formă de instrucţiuni pentru crearea unei copii perfecte a călătorului, copie ce conţine toată memoria, toate intenţiile, speranţele şi sentimentele lui cele mai intime. Cel puţin acesta este scopul, întrucât fiecare detaliu al stării creierului a fost minuţios înregistrat, transmis, recepţionat şi reconstruit. Presupunând că mecanismul funcţionează, "originalul "călătorului poate fi distrus "fără nici un risc". Se pune firesc întrebarea: este acesta *cu adevărat* un mod de a călători dintr-un loc într-altul sau, mai curând, generarea unei copii, împreună cu uciderea originalului? *Dumneavoastră* aţi accepta să "călătoriţi" în felul acesta – presupunând că metoda s-a dovedit a fi complet sigură? Dacă teleportarea *nu înseamnă* a călători, atunci care este, *în principiu,* diferenţa între a merge normal dintr-o cameră în alta şi a fi teleportat între aceste două camere? În primul caz, atomii unei persoane la un moment dat nu pot, pur şi simplu, furniza informaţii asupra localizării atomilor la momentul următor? La urma urmei, am văzut că nu are nici un sens să asociem o "identitate" fiecărui atom. Problema identităţii unui anumit atom nu aduce nimic nou. Atunci, orice configuraţie de atomi ce se deplasează nu constituie oare un fel de undă de informaţie care se propagă dintr-un loc în altul? Care este diferenţa esenţială dintre propagarea unor unde ce descriu călătorul ce merge agale într-un mod cât se poate de obişnuit dintr-o cameră în alta şi aceea care are loc în dispozitivul de teleportare?

Să presupunem că teleportarea chiar "*funcţionează*", în sensul că pentru călător, "conştiinţa" de sine reapare efectiv în copia lui însuşi de pe planeta îndepărtată. Ce s-ar întâmpla dacă *originalul* călătorului n-ar fi distrus, aşa cum o cere regula jocului? Ar exista "conştiinţa" lui în două locuri în acelaşi timp? (Imaginaţi-vă ce aţi răspunde la următoarele: "Oh dragă, deci, efectul medicamentului pe care ţi l-am administrat înainte de a te plasa în teleporter a trecut mai de vreme, nu-i aşa? Este cam neplăcut, dar nu-i nimic. Desigur, vei fi foarte mulţumit să afli că celălalt tu – hm, vreau să spun, *adevăratul* tu, adică – tocmai a ajuns cu bine pe Venus, aşa că acum putem. . . da . . să te lichidăm . . adică, vreau să spun, copia ta *este de prisos* aici. Şti, va fi complet fără dureri, evident!") Discuţia de mai sus, produce o senzaţie cam paradoxală, nu este aşa? Există oare ceva în legile fizicii, care să facă teleportarea imposibilă *în principiu*? Poate că nimic nu stă, în principiu, în calea transmiterii unei persoane, şi a conştiinţei sale în acest mod, dar procesul de "copiere" trebuie să distrugă neapărat originalul? Poate că atunci păstrarea a *două* copii viabile este imposibilă în principiu? Eu cred, că în ciuda naturii neobişnuite a acestor consideraţii, *există* totuşi lucruri semnificative despre natura fizică a conştiinţei şi a individualităţii ce se pot obţine din acestea. Mai cred, că ele ne pot atrage atenţia asupra unui anumit rol esenţial al *mecanicii cuantice* în înţelegerea proceselor mentale. Dar iar anticipez! Vom reveni la aceste probleme după ce vom examina structura teoriei cuantice în capitolul 6 (paragraful despre copierea unei stări cuantice).

Să vedem acum în ce fel priveşte IA-tare problema teleportării. Vom presupune că undeva, între cele două planete, există un gen de releu, unde se stochează temporar informaţia înainte de a fi retransmisă către destinaţie. Pentru comoditate, această informaţie nu este stocată sub formă "umană", ci într-un dispozitiv electronic sau magnetic oarecare. "Conştiinţa de sine" călătorului va fi prezentă împreună cu acest dispozitiv? Partizanii IA-tari vor să ne convingă că da, spunând că la urma urmei, orice întrebare pe care am dori să o punem călătorului ar putea căpăta, în principiu, răspuns din partea dispozitivului "pur şi simplu" având simularea corespunzătoare a activităţii creierului său. Dispozitivul ar trebui să conţină toată informaţia necesară, iar restul ar fi doar o problemă de calcul. Din moment ce dispozitivul ar răspunde exact ca şi cum ar fi călătorul, înseamnă că (testul Turing!) el chiar *ar fi* călătorul. Revenim deci, la presupunerea IA-tari că hardul nu este important în cazul proceselor mentale. Mie presupunerea mi se pare nejustificată. Ea se bazează pe presupunerea că într-adevăr creierul (sau mintea) este un calculator şi deci procesul gândirii nu face apel la nici un fenomen fizic caracteristic care ar putea necesita structura fizică particulară (biologică, chimică) pe care creierul o are efectiv.

Nu încape îndoială, s-ar putea susţine (din punctul de vedere al IA-tari), că singura presupunere care se face, de fapt, este că efectele oricăror fenomene fizice concrete implicate pot fi *modelate* cu precizie prin calcul digital. Din câte ştiu eu, majoritatea fizicienilor ar fi de acord că o asemenea presupunere este foarte naturală, ţinând cont de gradul de înţelegere al fizicii în prezent. În capitolele următoare voi prezenta justificarea punctului meu de vedere, care este contrar. Totuşi, pentru moment, să acceptăm această idee (acceptată în general) că toate aspectele fizice importante pot fi modelate întotdeauna prin calcul digital. În acest caz, singura presupunere reală pe care trebuie s-o facem este una "operaţională", şi anume că, dacă ceva se *comportă* exact la fel ca o entitate conştientă, atunci trebuie considerat că acel ceva chiar se "simte" ca fiind acea entitate.

Punctul de vedere IA-tari susţine că, toate fenomenele fizice implicate în activitatea creierului pot fi simulate prin folosirea unui "soft" adecvat, deoarece aceasta este "doar" o problemă lagată de hard. Dacă acceptăm punctul de vedere operaţional, toată problema se bazează pe echivalenţa dintre maşinile Turing universale şi pe faptul că aceste maşini pot efectua orice algoritm am vrea să le implementăm – împreună cu presupunerea că activitatea creierului se face conform unui anumit tip de acţiune algoritmică. A sosit momentul să fiu mai explicit în privinţa acestor concepte importante şi tentante.

1. Vezi, de exemplu, Gardner (1958), Gregory (1981) şi referinţele date acolo.
2. Vezi, de exemplu, Resnikoff şi Wells (1984), p. 181-4. Pentru o tratare clasică despre geniile în domeniul calculului in general, vezi Rouse Ball (1892); şi, de asemenea, Smith (1983).
3. Vezi Gregory (1981), p. 285-7, Grey Walter (1953).
4. Acest exemplu este citat din Delbrück (1986).
5. Vezi articolele lui O'Connell (1988) şi Keene (1988). Pentru mai multă informaţie despre calculatoarele ce joacă şah, vezi Levy (1984).
6. Am adoptat, pentru acest punct de vedere, terminologia lui Searle de "IA-tare". Deseori este folosit termenul de "functionalism" pentru un punct de vedere ce este acelaşi în esenţă, dar poate nu întotdeauna la fel de precis. Printre susţinătorii acestui punct de vedere sunt Minsky (1968), Fodor (1983) şi Hofstadter (1979).
7. Pentru un exemplu al unei astfel de presupuneri vezi Searle (1987), p. 211.
8. Douglas Hofstadter se plânge, în critica sa asupra lucrării originale a lui Searle, republicată în "The Mind's I", că este de neconceput ca o fiinţă umană să poată "interioriza" întreaga descriere a capacităţii mentale a unei alte fiinţe umane, din cauza complexităţii. Şi chiar aşa şi este! Dar, după părerea mea, nu în aceasta constă întrega problemă, ci în faptul că se

referă doar la efectuarea acelei părți a unui algoritm ce are drept scop să reprezinte realizarea unui singur eveniment mental. Aceasta ar putea fi o "realizare conștientă" momentană ca răspuns la o intrebare a testului Turing, sau ar putea fi ceva mult mai simplu. Ar trebui ca un astfel de "eveniment" să necesite un algoritm enorm de complicat?

9. Vezi p. 368 și 372 din articolul lui Searle (1980) din Hofstadter și Dennett (1981).
10. Cititorii ce cunosc aceste probleme, ar putea pune în discuție o anumită diferență de semn. Dar chiar și această diferență (discutabilă) dispare dacă facem o rotație completă cu 360° a unuia dintre electroni la efectuarea interschimbului! (Vezi capitolul 6, paragraful despre sisteme multiparticulă.)
11. Vezi introducerea de la Hofstadter și Dennett (1981).

2

ALGORITMI ŞI MAŞINI TURING

Fundamentele conceptului de algoritm

Ce *este* de fapt un algoritm, sau o maşină Turing, sau o maşină Turing universală? De ce ar trebui să fie aceste concepte atât de importante pentru concepţia modernă despre ce anume ar putea forma un "dispozitiv care gândeşte"? Există limitări absolute în ceea ce poate face în principiu un algoritm? Pentru a răspunde la aceste întrebări trebuie să intrăm mai în detaliu în subiectul titlului nostru.

În discuţiile ce vor urma, va trebui uneori să apelez la expresii matematice. S-ar putea ca unii dintre cititorii mei să fie tentaţi să închidă cartea atunci când vor da de ele, sau cel puţin vor fi intimidaţi. Dacă eşti un asemenea cititor, te rog să fii indulgent şi te sfătuiesc să urmezi sfatul notei de la pagina 9! Formulele date aici nu cer cunoştinţe matematice dincolo de şcoala primară, dar este nevoie câteodată de atenţie şi gândire profundă pentru a le înţelege. De fapt, lucrurile sunt destul de explicite, şi urmărind detaliile vei ieşi la liman. Vei avea de câştigat şi dacă vei trece doar cu ochii peste formule, fără să te opreşti asupra lor. Dacă, dimpotrivă, eşti un expert în domeniu, din nou te rog să fii indulgent. Eu cred că merită totuşi să te opreşti asupra celor spuse de mine, pentru că s-ar putea să găseşti ceva interesant.

Cuvântul "algoritm" este legat de numele matematicianului Abu Ja'far Mohammed ibn Mûsâ *al-Khowârizm*, care a trăit în Persia secolului al nouălea şi a scris un manual de matematică ce a avut o mare influenţă, intitulat "Kitab al jabr w'al-muqabala", aproximativ în anul 825 e. n. Felul cum se scrie azi "algoritm", faţă de mai vechiul şi mai corectul "algorism", pare să se datoreze unei asociaţii cu cuvântul "aritmetică". (Merită să observăm, de asemenea, că şi cuvîntul "algebră" provine din cuvântul arab "al jabr", prezent în titlul cărţii sale.)

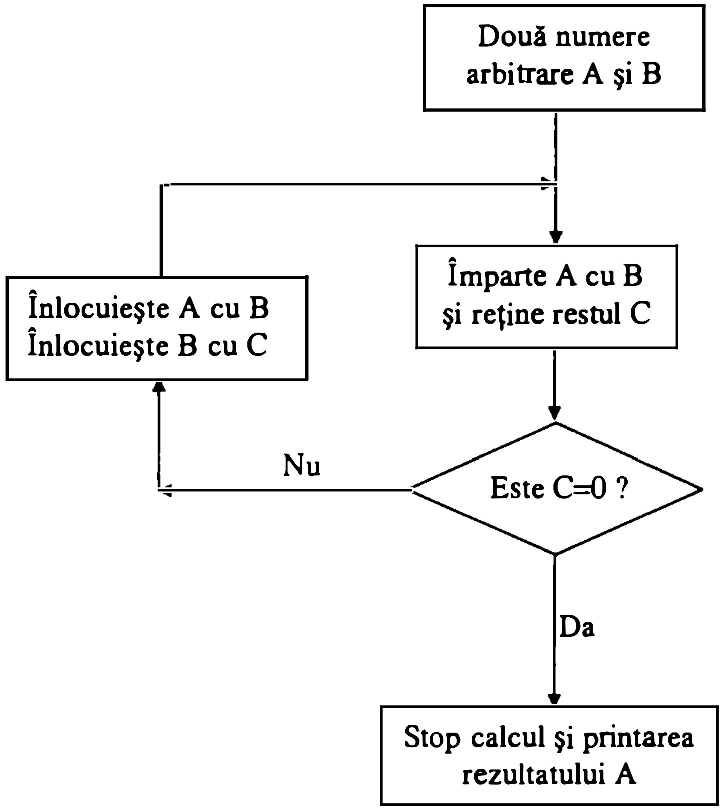
Algoritmii erau cunoscuți cu mult înaintea apariției cărții lui al- Khowârizm. Unul dintre cei mai cunoscuți, ce datează din Grecia antică (cca. 300 î. Chr.), este *algoritmul lui Euclid* pentru calculul celui mai mare divizor comun a două numere. Să ne reamintim cum lucrează. Să luăm o pereche oarecare de numere, de exemplu, 1365 și 3654. Cel mai mare divizor comun este cel mai mare număr întreg prin care putem împărți exact ambele numere. Începem algoritmul lui Euclid împărțind numărul cel mai mare la cel mai mic: 1365 intră de două ori în 3654 și rămâne restul 924 (=3654 – 2730). Luăm acum împărțitorul (1365) și îl împărțim la rest (924). 924 intră în 1365 o dată, iar noul rest este 441. Împărțim acum 924 la 441 și obținem restul 42 (= 924 – 882). Repetăm această operație (împărțim vechiul împărțitor la noul rest) până ce împărțirea se face exact. Deci:

3654 : 1365	dă restul 924
1365 : 924	dă restul 441
924 : 441	dă restul 42
441 : 42	dă restul 21
42 : 21	dă restul 0.

Ultimul număr cu care am împărțit, adică 21, este cel mai mare divizor comun căutat.

Algoritmul lui Euclid este *procedeul sistematic* prin care am găsit acest număr. Am aplicat acest procedeu unei anumite perechi de numere dar, de fapt, procedeul folosit este universal, se poate aplica oricăror două numere. Cu cât numerele pe care le luăm în calcul sunt mai mari, cu atât timpul în care vom rezolva problema va fi mai lung, dar până la urmă procesul de calcul se va încheia și vom obține un rezultat după un număr finit de pași. La fiecare pas este foarte clar ce operație trebuie executată, și este la fel de clar cum ne dăm seama că procesul de calcul s-a încheiat. Mai mult, descrierea procedeului de calcul se poate face într-un număr *finit* de instrucțiuni, chiar dacă el se poate aplica la numere naturale oricât de mari. ("Numerele naturale" sunt pur și simplu numerele întregi ne-negative[1] 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, . . .). Într-adevăr, putem ușor construi o "schemă logică" (finită) care să descrie înșiruirea logică a operațiilor din algoritmul lui Euclid (vezi mai jos).

Trebuie să vă atrag atenția că acest procedeu nu a fost încă desfăcut în toate părțile componente, deoarece am presupus că "știm" deja cum să obținem restul la împărțirea a două numere naturale oarecare **A** și **B**. Această operație este și ea descrisă de un algoritm – realizat prin metoda clasică de împărțire pe care am învățat-o la școală. Acest procedeu se dovedește chiar mai complicat decât restul algoritmului lui Euclid, dar putem construi din nou o schemă logică. Principala dificultate constă în faptul că suntem obișnuiți cu notația zecimală pentru numere, așa că va trebui să scriem tabla înmulțirii etc. Dacă am folosi pur şi simplu o succesiune de *n* semne oarecare pentru a desemna numărul *n*, de exemplu ••••• pentru cinci, atunci aflarea restului ar putea fi considerată ca o operaţie elementară ce se descrie algoritmic foarte simplu. Pentru a obţine restul împărţirii lui **A** la **B** n-avem decât să extragem în mod repetat succesiunea de semne ce reprezintă pe **B** din cele ce reprezintă pe **A** până ce nu mai rămân destule semne pentru a repeta operaţia.

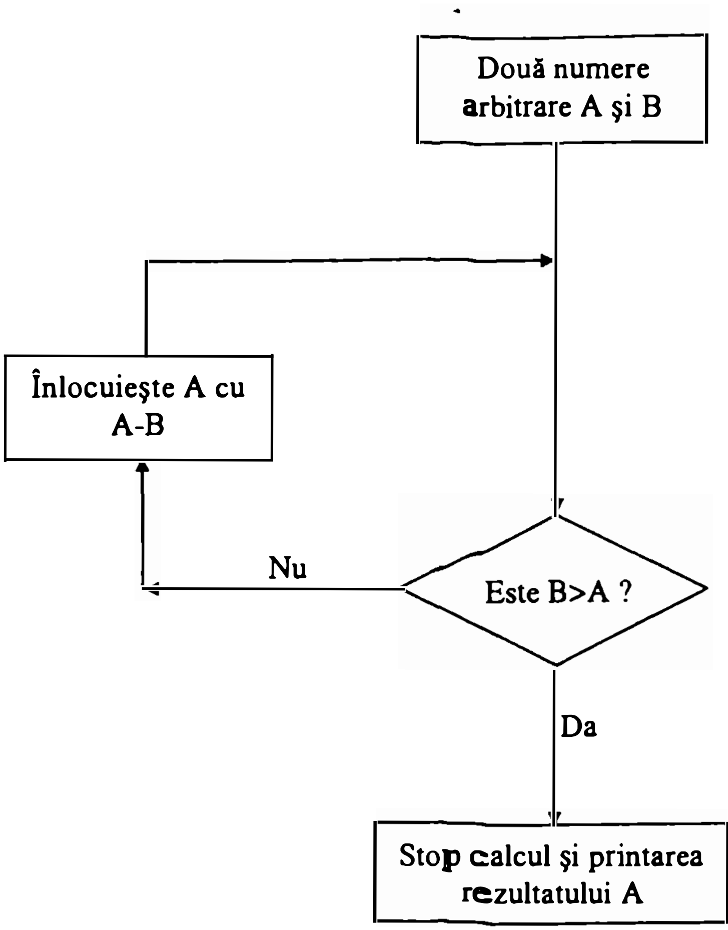


Ultima succesiune de semne ce a rămas este chiar restul împărţirii. De exemplu, pentru a obţine restul împărţirii lui şaptesprezece la cinci, extragem pur şi simplu succesiuni de ••••• din ••••••••••••••••• după cum urmează:

•••••••••••••••••
••••••••••••
•••••••
••

iar răspunsul este clar doi pentru că nu mai putem continua operaţia.

Schema logică pentru algoritmul aflării restului unei împărţiri printr-o astfel de scădere repetată este:



Pentru a obţine întreaga schemă logică pentru algoritmul lui Euclid, vom înlocui schema de mai sus de formare a restului în "blocul" din centru dreapta din vechea diagramă ("Împarte A la B şi păstrează restul C). Această înlocuire a unui pas dintr-un algoritm cu un nou algoritm este ceva foarte obişnuit în procedeul de programare pe calculator. Algoritmul de mai sus, de aflare a restului, este un exemplu de *subrutină*, altfel spus, un algoritm (cunoscut) la care se face apel în cadrul unui alt algoritm, mai cuprinzător.

Desigur, reprezentarea numărului *n* printr-un şir de *n* "puncte" este foarte incomodă când avem de-a face cu numere foarte mari, şi acesta este motivul pentru care folosim notaţia zecimală. Oricum, nu *eficienţa* operaţiilor şi a notaţiilor ne va preocupa prea mult aici. Principala noastră problemă este *de principiu*, şi anume ce operaţii se pot executa algoritmic? Ceea ce este algoritmic într-o anumită notaţie pentru numere rămâne algoritmic chiar dacă schimbăm notaţia. Diferenţele constau numai în privinţa uşurinţei de lucru cu respectiva notaţie.

Algoritmul lui Euclid este doar unul dintre numeroşii algoritmi, adesea deveniţi clasici, pe care îi vom întâlni peste tot în matematică. Este remarcabil faptul că, deşi există exemple concrete de algoritmi încă din timpurile Greciei antice, formularea precisă a *conceptului de algoritm* datează doar din *acest* secol. De fapt, s-au dat mai multe descrieri alternative pentru acest concept, dar toate în anii '30. Cea mai directă şi mai convingătoare dintre acestea, şi fără îndoială cea mai importantă din punct de vedere istoric, este dată în termenii conceptului de *maşină Turing*. Vom examina aceste "maşini" mai în detaliu.

Când vorbim despre o "maşină" Turing, trebuie să nu pierdeţi din vedere că este un exemplu de "matematică abstractă", şi nu un obiect fizic. Acest concept a fost introdus de matematicianul şi criptologul englez de excepţie, pionier în ştiinţa calculatoarelor Alan Turing în 1935-1936 (Turing 1937). Scopul lui Turing a fost să abordeze o problemă foarte importantă şi cuprinzătoare cunoscută sub numele de *Entscheidungsproblem*, pusă parţial de marele matematician german David Hilbert la Congresul Internaţional al Matematicienilor de la Paris, din 1900 ("a zecea problemă a lui Hilbert"), şi apoi mai în detaliu la Congresul Internaţional de la Bologna din 1928. Hilbert a dorit, nici mai mult nici mai puţin, decât elaborarea unui procedeu algoritmic general pentru rezolvarea problemelor matematicii – sau, mai degrabă, un răspuns la întrebarea dacă un asemenea algoritm poate exista, în principiu. Hilbert avea, de asemenea, un proiect ambiţios de plasare a matematicii pe baze solide, inatacabile, folosind axiome şi legi de procedură formulate o dată pentru totdeauna. Dar în momentul în care Turing propunea ideile sale valoroase, proiectul lui Hilbert suferise deja o lovitură zdrobitoare printr-o teoremă uluitoare demonstrată în 1931 de strălucitul logician austriac Kurt Gödel. Vom discuta despre teorema lui Gödel şi semnificaţiile ei în capitolului 4. Problema lui Hilbert care îl preocupa pe Turing (*Entscheidungsproblem*) era dincolo de orice formulare a matematicii în termenii unui sistem axiomatic. Se punea întrebarea: există oare vreun procedeu "mecanic" general care să permită, *în principiu*, rezolvarea, una după alta, a tuturor problemelor matematice (aparţinând unei clase convenabil alese bine definite)?

Dificultatea de a răspunde la această întrebare constă în parte în a clarifica ce înseamnă "procedeu mecanic", un concept care ieşea din cercul obişnuit al ideilor matematice ale vremii. Pentru a face lumină în acest subiect, Turing a încercat să imagineze cum se poate formaliza conceptul de "maşină", desfăcând funcţionarea acesteia în operaţii elementare. Turing considera că însuşi creierul uman este o astfel de "maşină", aşa încât orice activitate ce are loc în creierul unui matematician când acesta se gândeşte la o problemă de matematică trebuie să se desfăşoare sub forma unui "procedeu mecanic".

Chiar dacă această idee despre felul cum gândesc oamenii a contribuit decisiv la dezvoltarea conceptului său, nu suntem deloc obligați să aderăm și noi la ea. Mai mult, precizând ce se înțelege prin "procedeu mecanic", Turing de fapt a arătat că există operații matematice bine definite care nu pot nicidecum fi numite "mecanice"! Este o ușoară ironie în faptul că acest aspect din chiar opera lui Turing pare să constituie (în mod indirect) o fisură în teoria lui despre natura procesele mentale. Dar nu aceasta ne preocupă pentru moment. Mai bine să vedem ce anume este conceptul de "procedeu mecanic" după Turing.

Conceptul lui Turing

Să ne imaginăm un dispozitiv capabil să execute un procedeu de calcul (de un număr finit de ori). Ce formă generală ar putea avea acest dispozitiv? Trebuie să fim pregătiți să idealizăm puțin și să nu ne preocupe prea mult latura practică: în fond ne gândim la o "mașină" matematică abstractă. Dorim ca dispozitivul nostru să aibă un set discret de stări posibile diferite, în număr *finit* (chiar dacă, probabil, foarte mare). Să le spunem acestora *stări interne* ale dispozitivului. În același timp, nu vrem să limităm în nici un fel mărimea calculelor pe care mașina noastră le poate executa în principiu. Amintiți-vă de algoritmul lui Euclid descris mai sus. Teoretic nu există nici o limită pentru mărimea numerelor asupra cărora poate acționa algoritmul. Algoritmul – sau *procedeul* general de calcul – este exact același, indiferent cât de mari sunt numerele. În cazul numerelor foarte mari, calculul va lua mai mult timp și va fi necesară mai multă "hârtie" pe care să se efectueze calculele. Dar *algoritmul* va fi același set *finit* de instrucțiuni, indiferent cât de mari vor fi numerele.

Așadar, cu toate că are un număr finit de stări interne, dispozitivul nostru trebuie să poată manipula date de intrare pentru care nu există restricții asupra dimensiunii. Mai mult, aparatul nostru trebuie să poată apela la un spațiu extern de stocare (păstrare) a informației oricât de mare ("hârtia") pentru calcul și trebuie să poată scrie rezultatul, oricât de mare ar fi acesta. Deoarece sistemul nostru are un număr finit de stări interne diferite, nu avem pretenția ca el să "interiorizeze" toate datele de intrare sau toate rezultatul calculelor sale. El va trebui să examineze și să manipuleze în fiecare moment numai datele implicate în operațiile *imediate*. Este liber să noteze, eventual în spațiul extern de stocare, rezultatele importante ale fiecărei operații și apoi să treacă, într-un mod perfect determinat, la etapa următoare a calculului. Este clar că aceste condiții (date de intrare și ieșire nelimitate și spațiu de calcul nelimitat) fac să avem de-a face cu o idealizare matematică și nu cu un dispozitiv real construit în practică (vezi figura 2.1). Dar idealizarea este foarte relevantă. Minunile tehnologice moderne în domeniul calculatoarelor au făcut să existe astăzi dispozitive electronice de stocare care pot fi considerate "nelimitate" față de necesitățile problemelor curente.

De fapt, tipul de spațiu de stocare la care ne-am referit ca fiind "extern" este plasat cel mai frecvent în interiorul calculatoarelor moderne, astfel că, până la urmă, este mai mult un amănunt tehnic dacă să considerăm o anumită parte a spațiului de stocare ca fiind sau nu o parte internă sau externă. *Un* mod de a ne referi la această diferență dintre "dispozitiv" și partea "externă" s-ar putea face în termeni de "*hard*" și "*soft*". Partea internă ar fi "hardul", iar cea externă, "softul". *N-aș vrea* să fie neapărat așa, dar oricum am privi, nu putem să nu remnarcăm că idealizarea lui Turing este aproximată foarte fidel de calculatoarele electronice de astăzi.

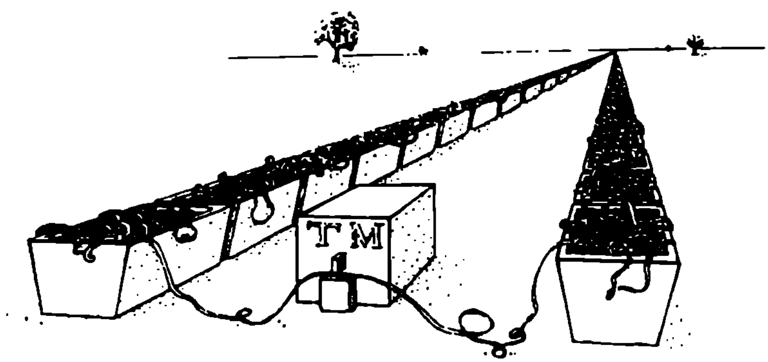


Fig. 2.1. O mașină Turing ideală necesită o bandă infinită!

Felul în care Turing și-a imaginat partea cu datele externe și spațiul de stocare este o "bandă" marcată cu diverse semne. Dispozitivul nostru ar face apel la această bandă și ar "citi-o" dacă ar fi necesar, iar banda ar putea fi deplasată înainte și înapoi în timpul calculelor. Dacă ar fi necesar, dispozitivul ar putea plasa semne noi pe bandă și ar putea șterge unele dintre cele vechi, folosind *aceeasi* bandă atât ca spațiu de stocare extern (adică "hârtia") cât și pentru datele "intrare". De fapt, este util să nu se facă o deosebire clară între "stocarea externă" și "datele de intrare", deoarece în multe operații rezultatele intermediare ale unui calcul pot juca rolul de date de intrare noi pentru etapele următoare. Amintiți-vă de exemplu, că în algoritmul lui Euclid înlocuiam datele de intrare inițiale (numerele **A** și **B**) prin rezultate ale diferitelor etape de calcul. Aceeași bandă se poate folosi și pentru scrierea rezultatului final (adică "răspunsul"). Banda se va deplasa înainte și înapoi, atât timp cât se efectuează calculele. La terminarea calculului, dispozitivul se va opri, iar răspunsul va fi afișat pe acea parte a benzii ce se află pe o latură a dispozitivului. Să presupunem pentru mai multă claritate că rezultatul este afișat pe partea stângă, iar toate datele numerice de intrare, împreună cu precizarea problemei de rezolvat vin dinspre dreapta.

Personal, eu nu mă simt prea confortabil când îmi imaginez cum ar putea dispozitivul nostru finit să deplaseze înainte și înapoi o bandă infinită. Oricât de ușor ar fi materialul respectiv, o bandă *infinită* trebuie să fie greu de urnit din loc! Eu prefer să-mi imaginez banda ca reprezentând un mediu exterior prin care dispozitivul nostru se poate deplasa înainte și înapoi. (Evident, cu electronica modernă, nu mai poate fi vorba de nici o "mișcare" a "benzii" sau a "dispozitivului", dar o asemenea reprezentare este mai ușor de imaginat mental). În această reprezentare, mașina primește toate datele de intrare din acest mediu înconjurător. Ea folosește mediul înconjurător ca rezervă de "hârtie", iar în final își scrie rezultatul tot pe acest mediu înconjurător.

Turing își imagina "banda" ca pe o secvență liniară de pătrate, infinită în ambele sensuri. Fiecare pătrat de pe bandă este sau un spațiu libr, sau conține un singur semn*. Folosirea de pătrate marcate sau nemarcate arată că descompunem "mediul înconjurător" (adică banda) și că îl descriem în termeni de elemente *discrete* (și nu continue), deoarece dorim ca funcționarea dispozitivului nostru să fie sigură și perfect de bine definită. Acest "mediu înconjurător" poate fi (potențial) infinit, deoarece folosim o idealizare matematică, dar în fiacare caz *particular* datele de intrare, calculele intermediare și rezultatul trebuie să fie întotdeauna *finite*. Astfel, chiar dacă banda este infinit de lungă, trebuie să existe pe ea numai un număr finit de semne. Dincolo de un anumit punct, banda trebuie să fie complet goală în ambele sensuri.

Să notăm un pătrat cu un spațiu liber prin simbolul "0", și unul marcat prin simbolul "1", de exemplu:

......	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	......

Dispozitivul nostru trebuie să "citească" banda, și vom presupune că el o face *pătrat cu pătrat*. După ce citește un pătrat, se mută exact cu *un* pătrat la dreapta sau la stânga. Prin această condiție nu pierdem nimic din generalitate. Un dispozitiv care citește în același timp n pătrate sau se mută cu k pătrate în același timp, poate fi ușor înlocuit printr-un altul care citește și se deplasează doar cu un pătrat. O deplasare de k pătrate poate fi efecuată din k deplasări de

* De fapt, modul de marcare ales de Turing este mai complicat, dar aceasta nu reprezintă o diferență importantă. Semnele mai complicate pot fi descompuse întotdeauna în succesiuni de semne simple și spații libere. Eu îmi voi permite și alte libertăți neesențiale față de specificațiile originale ale lui Turing.

câte un pătrat, iar prin depozitarea a *n* citiri a câte un pătrat se poate comporta ca și cum ar fi citit toate cele *n* pătrate deodată.

Ce poate să facă cu adevărat o astfel de mașină? Care este modul cel mai general în care ar putea funcționa ceva ce ar fi putea fi descris ca fiind "mecanic"? Amintiți-vă că numărul de *stări interne* ale dispozitivului trebuie să fie finit. Tot ce trebuie să știm, în afară de această limitare a numărului de stări interne, este că funcționarea aparatului este complet determinată de starea sa internă, și de datele de intrare. Am simplificat datele de intrare ca fiind doar unul dintre simbolurile "O" sau "1". Fiind dată starea internă inițială și aceste date de intrare, dispozitivul va funcționa complet determinist: își va schimba starea sa internă într-o altă stare internă (sau posibil aceeași), va înlocui simbolul O sau 1 pe care tocmai l-a citit cu același simbol O sau 1 sau cu un altul, se va deplasa cu un pătrat spre dreapta sau spre stânga, iar în final va hotărâ dacă trebuie să continue calculul sau dacă s-a ajuns la un rezultat, și se va opri.

Pentru a defini în mod explicit funcționarea dispozitivului nostru, să *numerotăm* diferitele stări interne cu etichetele 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... Acum, dispozitivul, sau *mașina Turing* va opera conform unei liste explicite de înlocuiri, de exemplu:

0O → 0OD
01 → 131S
1O → 651D
11 → 1OD
2O → 01D.STOP
21 → 661S
3O → 37OD

.

. .

210O → 31S

. .

258O → 0OD.STOP
259O → 971D
2591 → 0OD.STOP

Cifra *mare* din stânga săgeții este simbolul de pe bandă pe care mașina tocmai îl citește. În urma citirii, ea îl înlocuiește cu cifra mare, de la mijloc, din dreapta săgeții. D sau S ne spun că dispozitivul se va deplasa în lungul benzii cu un pătrat spre *dreapta*, respectiv *stânga*. (În descrierea sa, Turing considera că banda se deplasează). Cuvântul STOP indică faptul că dispozitivul a încheiat calculul şi se va opri. Să privim instrucţiunile mai în amănunt: de exemplu, a doua instrucţiune 01 → 131S ne spune că *dacă* dispozitivul se găseşte în starea internă 0 şi citeşte 1 de pe bandă, atunci el trebuie să treacă în starea internă 13, să lase 1 nemodificat şi apoi să se deplaseze pe bandă cu un pătrat spre stânga. Ultima instrucţiune 2591 → 0OD.STOP ne spune că dacă dispozitivul se găseşte în starea 259 şi citeşte 1, el trebuie să treacă în starea 0, să şteargă pe 1 şi să scrie O în locul lui, să se deplaseze o poziţie spre dreapta şi să se oprească, pentru că a ajuns la rezultat.

În loc să folosim numerele 0, 1, 2, 3, 4, 5, . . . ca etichete pentru stările interne, ar fi mai în spiritul notaţiei de pe bandă dacă am folosi tot simbolurile 0 şi 1. Am putea pur şi simplu să scriem în loc de numărul *n*, o succesiune de *n* de 1, dar ar fi cam greoi. Mai bine să folosim sistemul de numeraţie *binar*, ce este uzual acum:

0 → 0,
1 → 1,
2 → 10,
3 → 11,
4 → 100,
5 → 101,
6 → 110,
7 → 111,
8 → 1000,
9 → 1001,
10 → 1010,
11 → 1011,
12 → 1100 etc.

Aici ultima cifră din dreapta este cea a "unităţilor", ca şi în scrierea zecimală, dar penultima nu mai este a "zecilor", ci a "doilor", antepenultima nu mai este a "sutelor", ci a "patrulor", apoi a "opţilor"şi nu a "miilor" şi aşa mai departe. Pentru un număr scris în binar, valoarea fiecărei cifre succesive, pe măsură ce ne deplasăm spre stânga, corespunde unei succesiuni de *puteri ale lui doi:* 1, 2, 4(= 2×2), 8(= 2×2×2), 16(= 2×2×2×2), 32(= 2×2×2×2×2) etc. (Mai târziu vom găsi util să reprezentăm numerele naturale şi în alte baze în afară de doi sau zece: de exemplu, în baza *trei*, în loc de numărul zecimal 64, vom scrie 2101, fiecare cifră fiind acum coeficientul unei puteri a lui trei: $64=(2\times3^3) + (1\times3^2) + (0\times3^1)+ (1\times3^0)$. Vezi capitolul 4, nota de subsol de la paragraful despre teorema lui Gödel.)

Folosind această notaţie binară pentru stările interne, lista pentru maşina Turing de mai sus se scrie acum:

0O → 0OD,
01 → 11011D,
1O → 10000011S
11 → 1OD
10O → 01STOP
101 → 10000101S
11O → 100101OD
. .
. .
. .
11010010O → 111S
.
.
. .
. .
1000000101 → 0OSTOP
100000011O → 11000011D
1000000111 → 0OSTOP

În cele de mai sus, am prescurtat D.STOP prin STOP pentru că putem presupune că rezultatul calculului se găsește întotdeauna în stânga dispozitivului, astfel că nu vom scrie niciodată S.STOP.

Să ne imaginăm că dispozitivul nostru este în starea internă reprezentată prin secvența binară 11010010 și că el se află în mijlocul unui calcul descris prin banda înfățișată ceva mai sus și că aplicăm instrucțiunea 11010010O → 111S:

......| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |......

[11010010 | O]

Cifra de pe bandă care tocmai se citește (în speță "0") este figurată cu o cifră mai mare, în dreapta șirului de cifre mai mici care arată starea internă. În exemplul de mașină Turing, ales de mine la întâmplare, "0" citit de pe bandă trebuie înlocuit cu "1", iar starea internă trebuie schimbată în "11", după care dispozitivul va face un pas spre stânga:

......| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |......

[11 | O]

Dispozitivul este acum gata să citească un nou simbol, iarăși un "0". Conform bazei de instrucțiuni, el lasă pe "0" neschimbat, dar își modifică starea internă în "100101" și se întoarce pe bandă cu o poziție spre dreapta.

Acum citește "1" și undeva în lista de instrucțiuni există o comandă care să-i spună cum să-și modifice starea internă, dacă să modifice cifra pe care o citește, și în care direcție să se deplaseze mai departe. Va continua astfel până va întâlni un STOP, moment în care se va deplasa o poziție spre dreapta, după care ne putem imagina că va suna un clopoțel, amintind operatorului că s-a terminat calculul.

Vom mai presupune că mașina pornește întotdeauna cu starea internă "0" și că toată banda de la stânga dispozitivului de citire este inițial goală. Toate instrucțiunile și datele de intrare sunt introduse dinspre dreapta. După cum am mai spus, informația furnizată aparatului este întotdeauna sub forma unui șir *finit* de 0 și de 1, urmat de bandă liberă (adică de 0-uri). Când se ajunge la instrucțiunea STOP, rezultatul calculului apare scris pe bandă în stânga dispozitivului de citit.

Trebuie, desigur, să avem și o metodă de a introduce ca date de intrare și numere obișnuite (prin acestea înțelegem numerele naturale 0, 1, 2, 3, . . .). Un mod simplu de a o face este să folosim un șir de *n* simboluri de 1 pentru a reprezenta numărul *n* (vom avea dificultăți cu numărul natural zero!):

1 → 1, 2 → 11, 3 → 111, 4 → 1111, 5 → 11111 etc.

Acest sistem primitiv de numerație este cunoscut sub numele de sistemul *unar*. Acum, simbolul "0" poate fi folosit ca "spațiu" pentru a separa diferitele numere de pe bandă. Un astfel de spațiu între numere este foarte important pentru că majoritatea algoritmurilor lucrează cu *seturi* de numere. De exemplu, pentru algoritmul lui Euclid, dispozitivul va acționa asupra unei *perechi* de numere A și B. Putem construi fără mare dificultate o mașină Turing pentru a efectua algoritmul lui Euclid. Ca un exercițiu pentru cititorii care doresc, încercați să arătați că secvența de mai jos este descrierea explicită a unei mașini Turing (eu am numit-o **EUC**) care aplică algoritmul lui Euclid pe două numere scrise în unar și separate printr-un O:

0O→0OD, 0l→1lS, 1O→10lD, 1l→1lS, 10O→1010OD,
10l→11OD, 11O→100OD, 11l→11lD, 100O→100OD, 100l→101OD,
101O→111OS, 101l→110lS, 110O→110OS, 110l→1lS, 111O→111OS,
111l→1000lS, 1000O→1001OS, 1000l→1000lS, 1001O→10OD,
1001l→1lS, 1010O→0OSTOP, 1010l→1010lD.

Înainte de a vă înhăma la această muncă, ar fi înțelept să încercați mai întâi cu ceva mai simplu, de exemplu cu mașina Turing **UN+1**:

0O→0OD, 0l→1lD, 1O→10lSTOP, 1l→1lD,

care adună unu la un număr oarecare scris în unar. Pentru a verifica dacă **UN+1** face acest lucru, aplicați algoritmul de mai sus secvenței de bandă:

...0000011100000...,

care reprezintă numărul 4. Să pornim cu mașina de undeva din stânga secvenței de l-uri. Ea se găsește în starea internă 0 și citește 0. Conform cu prima instrucțiune, ea lasă 0-ul pe loc și trece spre dreapta cu un pas, rămânând în starea internă 0. Mașina repetă aceasta, deplasându-se un pas spre dreapta, până ce întâlnește primul 1. Acum intră în joc a doua instrucțiune: lasă 1 pe loc și trece spre dreapta cu un pas, dar acum starea internă este 1. În conformitate cu a patra instrucțiune, ea va rămâne în această stare internă 1, lăsând 1-urile, și se va deplasa spre dreapta până ce va întâlni primul 0 de după secvența de 1-uri. A treia instrucțiune îi spune acum să înlocuiască acest 0 cu un 1, să se mute cu încă un pas spre dreapta, (STOP înseamnă D.STOP) și să se oprească. Astfel, un nou 1 a fost adăugat la secvența de 1-uri, și cifra 4 din exemplul nostru s-a schimbat în 5.

Un exercițiu ceva mai greu este să urmăriți mașina Turing **UN×2**, definită prin:

0O→0OD, 0l→1OD, 1O→10lS, 1l→1lD, 10O→11OD, 10l→100OD,
11O→0lSTOP, 11l→111D, 100O→101lS, 100l→100lD, 101O→10lS,
101l→101lS,

și care *dublează* orice număr scris în unar.

Pentru a înțelege cum se efectuează **EUC**, să luăm, de exemplu, numerele 6 și 8. Dispozitivul de citit pornește deci din starea 0, cu toată banda cu instrucțiuni pe partea dreaptă și cu următoarea secvență marcată pe aceasta:

...0000000000111111011111111100000....

După ce mașina Turing se oprește, după mulți pași, toată banda este pe partea stângă, și pe ea este marcat
:

...00001100000000000...

Cel mai mare divizor comun este dat corect ca fiind 2.

Dacă vrem să explicăm în amănunt *de ce* **EUC** (sau **UN×2**) face cu adevărat ceea ce i se cere, întâmpinăm dificultăți mai subtile. Vom constata că este mai greu să explicăm aceasta decât să construim mașina în sine (fapt întâlnit destul de des în programarea calculatoarelor!). (Pentru a înțelege de ce un procedeu algoritmic face ceea ce i se cere este nevoie de o mare putere de înțelegere mentală. Este oare această "putere de înțelegere" un proces algoritmic? Iată o întrebare care ne va da ceva bătaie de cap mai târziu). Nu voi încerca aici să dau o astfel de explicaţie pentru exemplele date: **EUC** şi **UN×2**. Cititorul care se va apleca asupra lor va constata că mi-am permis anumite libertăţi cu algoritmul lui Euclid pentru a-l face mai concis. Schema lui **EUC** este destul de complicată, cu 22 de instrucţiuni elementare care implică 11 stări interne diferite. În mare parte este vorba de dificultăţi de organizare. Veţi observa, de exemplu, că numai 3 din cele 22 de instrucţiuni fac efectiv modificări pe bandă! (Chiar şi în cazul mai simplu UN×2, din cele 12 instrucţiuni numai jumătate modifică semnele de pe bandă).

Codificarea binară a datelor numerice

Sistemul unar de scriere este extrem de ineficient pentru reprezentarea numerelor de dimensiuni mari. Din această cauză vom folosi curent sistemul *binar*, aşa cum l-am descris anterior. Cu toate acestea, nu putem să-l aplicăm aşa, direct, la scrierea numerelor pe bandă. Nu există o metodă care să ne spună, de exemplu, unde se sfârşeşte reprezentarea binară a unui număr şi unde începe succesiunea infinită de 0-uri ce reprezintă partea goală a benzii. Avem nevoie de o notaţie care să indice terminarea descrierii binare a unui număr. Va trebui adesea să introducem *mai multe* numere, ca în cazul *perechii* de numere[2] necesare pentru algoritmul lui Euclid. Aşa cum stau lucrurile, nu avem cum deosebi *spaţiile* dintre numere de 0-uri sau de şiruri de 0-uri care intră efectiv în reprezentarea binară a numerelor individuale. În plus, s-ar putea să dorim, ca pe lângă numere, să introducem ca date de intrare tot felul de instrucţiuni complicate. Pentru a depăşi aceste dificultăţi, adoptăm un procedeu pe care îl vom numi *contracţie*, conform căruia orice şir de 0-uri şi de 1-uri (cu un număr total finit de 1-uri) *nu* este citit pur şi simplu ca un număr binar, ci este înlocuit printr-un şir de 0-uri, 1-uri, **2**-uri, **3**-uri etc., după următoarea reţetă: fiecare astfel de cifră a celei de a doua secvenţe este numărul de 1-uri situate între două 0-uri succesive ale primei secvenţe. De exemplu, secvenţa:

```
01000101101010110100011101010111100110
```

ar fi înlocuită conform acestui procedeu astfel:

prin:

```
010 0 01011010101011010 0 0111010101011110 0110
| | | | |   | | |  | | | |    | | |    | | |
 1 0 0 1  2  1 1  2 1 0 0  3  1 1   4  0 2
```

Putem acum să citim numerele **2**, **3**, **4**, . . . ca fiind anumite instrucţiuni sau semne de marcare. Într-adevăr, să spunem că **2** este pur şi simplu, o "virgulă", ce indică spațiul dintre două numere, în timp ce **3**, **4**, **5**, . . . ar putea fi, după bunul nostru plac, notații sau instrucțiuni folositoare: "semnul minus", "plus", "ori", "du-te la adresa cu numărul următor", "repetă operația anterioară de următorul număr de ori" etc. Ca urmare, avem acum șiruri de 0-uri și de 1-uri, separate prin cifre mai mari. Primele vor reprezenta, de fapt, numere obișnuite scrise în binar. Așadar, șirul de mai sus se va citi (cu "virgulă" în loc de "2"):

(numărul binar 1001) virgulă (numărul binar 11) virgulă . . .

Folosind cifrele arabe "9", "3", "4", "0", pentru respectivele numere în binar 1001, 11, 100 și respectiv, 0, vom obține pentru întreaga secvență:

9, 3, 4 (instrucțiunea3) 3 (instrucțiunea 4) 0,

În particular, acest procedeu ne dă un un mod de a ști sigur unde se termină scrierea unui număr (și deosebindu-l astfel de o bandă goală infinită), pentru că putem foarte simplu să punem o virgulă la sfârșit. Mai mult, acum putem scrie orice secvență finită de numere naturale, scrise în notație binară, folosind o *singură* secvență de 0-uri și 1-uri, dacă vom separa numerele respective prin virgulă. Să vedem cum funcționează metoda pe un caz concret. Luați, de exemplu, secvența

5, 13, 0, 1,1, 4,

În notația binară aceasta se scrie

101, 1101, 0, 1, 1, 100,

care este codificat pe bandă printr-un proces (invers contracției) pe care îl vom numi *expandare* sub forma:

...00001001011010100101100110101101011010001100 0....

Pentru a realiza această codificare într-un mod simplu și direct, putem face înlocuiri în secvența noastră originală de numere binare după cum urmează:

$$0 \rightarrow 0$$
$$1 \rightarrow 10$$
$$, \rightarrow 110$$

și apoi să adăugăm un număr nelimitat de 0-uri la ambele capete. Poate că veți vedea mai bine cum am ajuns la scrierea de mai sus dacă delimităm grupurile:

0000 10 0 10 110 10 10 0 10 110 0 110 10 110 10 110 10 0 0 110 00

În continuare mă voi referi la această notaţie pentru (seturile de) numere ca fiind notaţia *binară expandată*. (În particular, forma binară expandată a lui 13 este 1010010.)

A rămas de făcut o ultimă observaţie asupra acestui sistem de codificare. Este vorba despre un amănunt tehnic, dar totuşi este important pentru completitudinea[3] descrierii. În reprezentarea binară (sau zecimală) a numerelor naturale există o anumită redundanţă prin faptul că oricâte 0-uri am pune în stânga unei expresii, ele nu se iau în cosideraţie. De aceea, ele se omit de obicei, de exemplu,: 00110010 este acelaşi număr binar ca şi 110010 (iar 0050 este acelaşi număr scris în notaţie zecimală ca şi 50). Această redundanţă se extinde şi asupra lui zero însuşi, care poate fi scris în egală măsură 000, 00 sau 0. Un spaţiu gol ar trebui, în mod logic, să reprezinte tot zero! Într-o notaţie obişnuită acest lucru ar putea creea mari confuzii, dar pentru notaţia de mai sus este suficient de clar. Astfel, un zero între două virgule poate fi scris la fel de bine ca două virgule alăturate („), care ar fi codificate pe bandă ca două perechi 11 separate printr-un singur 0:

...001101100....

Astfel, cele şase numere considerate de noi mai sus ar putea fi scrise în notaţie binară astfel:

101,1101,,1,1,100,

şi codificate pe bandă în formă binară expandată, astfel:

...00001001011010100101101101011010110100011000...

(în care lipseşte un 0 în comparaţie cu secvenţa dinainte). •

Putem analiza acum o maşină Turing care să efectueze, să zicem, algoritmul lui Euclid, aplicându-l unor perechi de numere scrise în notaţie binară expandată. În cazul perechii de numere 6 şi 8, de mai înainte, în loc să folosim

...0000000000111111011111111100000...,

ca mai înainte, vom lua reprezentarea binară a lui 6 şi 8, adică 110, şi 1000, respectiv. *Perechea* este

6,8, adică în notaţie binară, 110,1000,

care, prin expandare, este codificată pe bandă în:

...00000101001101000011000000...

Pentru această pereche de numere nu pare că am câștiga ceva în conciziune folosind forma unară. Totuși, dacă luăm, de exemplu, numerele (în notație zecimală) 1583169 și 8610. Scrierea lor binară este:

110000010100001000001, 10000110100010,

așa încât pe bandă perechea va apărea:

...
0010100000010010000001000000101101000000101001000010011
0...

care încape aici aproximativ pe un rând, în timp ce, dacă am fi folosit scrierea unară, reprezentarea pe bandă pentru "1583169, 8610" ne-ar fi luat mai mult decât toate paginile acestei cărți!

Putem obține ușor o mașină Turing care să efectueze algoritmul lui Euclid cu numere scrise în sistem binar expandat dacă asociem lui **EUC** două subrutine – algoritmi care să facă "traducerea" numerelor din binar expandat în unar și invers. Această metodă ar fi totuși foarte ineficientă, din cauză că modul unar incomod de manipulare ar fi încă prezent în cadrul algoritmului, și s-ar simți în încetineala calculelor și în cantitatea imensă de "hârtie" necesară. Se poate construi desigur și o mașină Turing care să lucreze integral cu notația binară expandată, dar cred că descrierea ei aici nu ar aduce nimic nou.

Pentru a vedea cum operează o mașină Turing cu numere binare expandate, vă propun o operație mai simplă decât algoritmul lui Euclid, și anume procesul de *a aduna unu* la un număr natural. Aceasta poate fi efectuată de mașina Turing (pe care o voi numi **XN+1**):

00→00D, 01→11D, 10→00D, 11→101D, 100→110S, 101→101D,
110→01STOP, 111→1000S, 1000→1011S, 1001→1001S, 1010→1100D,
1011→101D, 1101→1111D, 1110→111D, 1111→1110D.

Iarăși, cititorii mai harnici sunt invitați să verifice dacă algoritmul de mai sus face ceea ce i se cere, aplicându-l, de exemplu, numărului 167, care se scrie în binar 10100111, și apare pe bandă sub forma

...0000100100010101011000....

Pentru a aduna unu la un număr binar, trebuie să localizăm ultimul 0 și să-l schimbăm în 1 iar apoi să înlocuim toate 1-urile care urmează prin 0-uri. Astfel, 167+1=168 se scrie în notație binară:

10100111 + 1 = 10101000.

Astfel, maşina noastră Turing "de adunat unu" trebuie deci să dea următorul rezultat pe bandă:

...00001001001000011000000....

Remarcaţi că şi această simplă operaţie de adunare cu unu este destul de laborioasă în această notaţie, necesitând cincisprezece instrucţiuni şi opt stări interne diferite. Lucrurile mergeau mult mai uşor în notaţie unară, deoarece operaţia "de adunat unu" însemna doar să mai adăugăm un 1 la şirul de 1-uri. Cu toate acestea, UN+1 se dovedeşte mult mai înceată decât XN+1 atunci când trebuie să lucreze cu numere mari, din cauza lungimii uriaşe de bandă care trebuie citită. Iată că acum este mai bună maşina mai complicată **XN+1** ce operează cu notaţia binară expandată ce este mai compactă.

Ca o paranteză, dau mai jos un exemplu de operaţie pentru care un algoritm scris pentru notaţia binară expandată este mai simplu decât "semenul" său din notaţia unară: *înmulţirea cu doi*. Iată maşina Turing **XN×2**:

0O→0OD, 0l→1OD, 1O→0lD, 1l→10OD, 10O→11lD, 11O→0lSTOP.

care înmulţeşte cu doi un număr în binar expandat, în timp ce maşina corespunzătoare în notaţie unară, **UN×2**, descrisă mai devreme, era considerabil mai complicată!

Cele de mai sus ne dau o idee despre ce anume pot face maşinile Turing la un nivel elementar. Aşa cum ne aşteptam, ele se pot complica foarte mult, atunci când au de făcut operaţii dificile. Totuşi, cât de mari sunt posibilităţile acestor dispozitive? Să încercăm un răspuns în cele ce urmează.

Teza Church-Turing

Odată ce v-aţi familiarizat cu construirea maşinilor Turing simple, cred că nu va fi greu să vă conving că toate operaţiile aritmetice de bază, cum sunt adunarea a două numere, înmulţirea lor, ridicarea la putere, pot fi executate de maşini Turing corespunzătoare. N-ar fi prea dificil să vi le descriu explicit, dar nu o voi face aici. Se pot executa şi operaţii cum este împărţirea cu rest, în care rezultatul este o *pereche* de numere naturale, sau altele pentru care rezultatul este un set finit şi oricât de mare de numere. Mai mult, se pot construi maşini Turing care să nu fie destinate dinainte unei operaţii anume, ci care vor primi instrucţiunile pe bandă la momentul respectiv. S-ar putea că funcţionarea maşinii la un moment dat să depindă de rezultatul unui calcul efectuat într-una din etapele precedente. ("Dacă rezultatul este mai mare decât ceva, atunci faci aceasta, dacă nu, faci cealaltă"). Odată ce ne-am dat seama că putem efectua operații aritmetice și logice simple, ne putem imagina că mașinile Turing pot îndeplini și sarcini mai complicate de natură algoritmică. După ce ne vom fi jucat o vreme cu lucruri de felul acesta, vom începe să credem că o astfel de mașină poate fi făcută să îndeplinească *orice operație macanică care ne-ar trece prin cap*! Din punct de vedere matematic, este rezonabil să *definim* o operație mecanică ca fiind o operație ce poate fi executată de o astfel de mașină. Matematicienii folosesc substantivul "algoritm" și adjectivele "calculabil" "recursiv" și "efectiv" atunci când se referă la operațiile mecanice ce pot fi executate de acest tip de mașini teoretice – numite mașini Turing. Atât timp cât procedeul de rezolvare a unei probleme este suficient de clar și de mecanic, este de presupus că se poate imagina o mașină Turing care să-l efectueze. De fapt, aceasta a fost chiar rațiunea noastră (adică a lui Turing) pentru introducerea conceptului de mașină Turing.

Pe de altă parte, s-ar putea să ni se pară că proiectarea acestor mașini a fost exagerat de restrictivă. Faptul că dispozitivul citește doar o singură cifră binară, (0 sau 1) odată, și că se deplasează doar cu un singur spațiu odată, în lungul unei singure benzi *unidimensionale* pare la prima vedere o limitare. De ce să nu permitem patru, sau cinci, sau poate o mie de benzi separate, cu o mulțime de dispozitive de citire interconectate ce funcționează simultan ? De ce să nu avem, în locul benzii unidimensionale, un plan de pătrate scrise cu 0 și 1 (sau poate o matrice tridimensională)? De ce nu și alte simboluri, alese dintr-un sistem complex de numărare, sau din alfabet? De fapt, nici una dintre aceste modificări nu ar schimba nimic din ceea ce se poate realiza, în principiu, cu o mașină Turing, chiar dacă ele ar permite, poate, o economie de operații (gândiți-vă la citit-scris, dacă am avea mai multe benzi). Clasa de operații care s-ar putea executa, ce poartă toate numele de "algoritmi" (sau de "calcule", sau de "procedee efective", sau de "operații recursive"), ar fi exact aceeași ca și în cazul celui mai simplu model de mașină Turing!

Constatăm că *nu este necesară* o a doua bandă, câtă vreme este suficient spațiu pe prima bandă. Mașina va trebui, desigur, să mute informația dintr-un loc într-altul pe aceeași bandă, dar acest mod de lucru, deși "ineficient", nu limitează cu nimic ceea ce poate face mașina, în principiu[4]. Tot astfel, folosirea mai multor mașini Turing *în paralel*, o idee foarte la modă în lumea calculatoarelor în ultimii ani, legată de încercările de modelare a creierului uman, *nu* aduce, în principiu, nici un cîștig (deși s-ar putea ca viteza de calcul să crească considerabil în anumite condiții). Lucrând simultan cu două dispozitive separate care nu comunică direct între ele nu vom obține mai mult decât obținem cu două care *comunică*, iar *dacă* ele comunică efectiv, este ca și cum ar fi unul singur!

Ce putem spune acum despre restricția asupra unidimensionalității benzii? Dacă ne gândim la bandă ca reprezentând "mediul înconjurător", poate că am prefera să ne-o imaginăm ca un spațiu tridimensional sau o suprafață plană. O suprafață plană ar fi mai potrivită pentru o "schemă logică" (de felul celei desenate pentru algoritmul lui Euclid) decât ar fi o bandă unidimensională*. Cu toate acestea, scrierea unei asemenea diagrame logice în formă "unidimensională" nu prezintă nici o dificultate de principiu, (putem, de exemplu, să transcriem o descriere verbală a diagramei). Alegerea unei forme de scriere ține numai de ușurința noastră de a înțelege, și nu are nimic de-a face cu ceea ce poate realiza, în principiu. Vom putea întotdeauna să descriem poziția unui semn (sau a unui obiect) în spațiu sau într-un plan, folosind o bandă unidimensională. (De fapt, folosirea unui plan bidimensional este echivalentă cu folosirea simultană a *două* benzi unidimensionale. Cele două benzi vor da "coordonatele" necesare pentru localizarea unui punct din plan. În același mod, *trei* benzi vor furniza "coordonatele" unui punct din spațiul tridimensional). Repet, codificarea unidimensională a datelor, chiar dacă este "ineficientă", nu restrânge în nici un fel performanțele de principiu.

Dincolo de toate acestea, rămâne problema dacă într-adevăr în conceptul de mașină Turing sunt strânse laolaltă *toate* operațiile logice sau matematice, pe care să le putem denumi "mecanice". La vremea când au apărut lucrările de pionierat ale lui Turing, acest lucru era cu mult mai puțin clar decât este astăzi, așa încât el a ținut să îl analizeze foarte amănunțit. Argumentele cu care Turing și-a construit teoria au găsit un sprijin în faptul că, puțin mai devreme și complet independent, logicianul american Alonzo Church, (cu ajutorul lui S.C. Kleene) a dezvoltat o schemă, calculul lambda, pentru a rezolva *Entscheidungsproblem a* lui Hilbert. Cu toate că nu era o schemă mecanică așa de bine pusă la punct ca aceea a lui Turing, ea avea niște avantaje prin economia remarcabilă a structurii sale matematice. (Calculul lambda al lui Church va fi subiectul unui paragraf din acest capitol). Mai există și alte tentative de rezolvare a problemei lui Hilbert (vezi Gandy, 1988), în particular, cea a logicianului americano-polonez Emil Post (puțin după Turing, dar cu idei mai apropiate de cele ale lui Turing decât de acelea ale lui Church). Curând s-a demonstrat că toate aceste scheme erau complet echivalente. Acest lucru a dat credibilitate și forță acestui punct de vedere care a început să fie cunoscut ca teza Turing-Church.

* Schema logică face parte mai degrabă din "dispozitiv" și nu din "banda" reprezentată de mediul înconjurător extern. Numerele le reprezentăm pe bandă ca atare: A, B, A–B etc., S-ar putea totuși să dorim să exprimăm și specificațiile *dispozitivului* tot sub formă unidimensională liniară. După cum vom vedea, în discuția despre mașina Turing *universală* există o relație strânsă între specificațiile unui anumit "dispozitiv" și acelea ale "datelor de intrare" (sau ale "programului") pentru un dispozitiv dat. Este deci mai comod ca *ambele* să fie sub formă unidimensională.

Teza Turing-Church spune că acest concept de mașină Turing (sau echivalentul) definește cu adevărat ceea ce înseamnă, din punct de vedere matematic, un procedeu algoritmic (sau efectiv, sau recursiv, sau mecanic). Astăzi, când calculatoarele electronice au devenit o parte atât de obișnuită a vieții noastre, nimeni nu simte nevoia să pună la îndoială teza lui Turing în această formă inițială. În schimb, a început să ne preocupe problema dacă sistemele *fizice* reale (în care intră probabil și creierul uman) – ce ascultă de legi *fizice* precise – sunt capabile să execute, mai mult mai puțin sau exact, aceleași operații logice și matematice ca și o mașină Turing. Eu accept cu plăcere teza Church-Turing în forma ei *matematică* originală. Relația ei cu sistemele fizice reale este însă o cu totul altă problemă, și va fi una dintre preocupările noastre majore în această carte.

Alte tipuri de numere decât cele naturale

În toate cele discutate mai sus, am examinat numai operații cu *numere naturale* și am remarcat faptul că fiecare mașină Turing poate manipula numere naturale oricât de mari, în ciuda numărului *finit* și bine determinat de stări interne diferite. Cu toate acestea, avem de multe ori nevoie să lucrăm și cu altfel de numere, cum sunt: numere negative, fracții, sau numere zecimale ce au un număr infinit de zecimale. Numerele negative și fracțiile (de exemplu 597/26) nu sunt o problemă pentru mașina Turing, iar numărătorul și numitorul pot fi numere oricât de mari. Tot ce ne trebuie este o codificare corespunzătoare a semnelor "-" și "/", iar acest lucru este ușor de obținut dacă folosim notația binară expandată (de exemplu, "3" pentru "-" și "4" pentru "/" – codificate ca `1110` și respectiv `11110`). Numerele negative și fracțiile pot fi astfel manipulate ca seturi finite de numere naturale, și deci nu apare nimic nou.

La fel, nimic nou în cazul expresiilor zecimale *finite*, de orice lungime ar fi ele. De exemplu, aproximarea zecimală finită a numărului irațional π, fie 3,14159265, este pur și simplu fracția 314159265/100000000. Dimpotrivă, expresiile zecimale *infinite*, cum este cea *completă* ce nu are sfârșit

$$\pi = 3{,}14159265358979\ldots$$

ne dau ceva bătaie de cap. Nici datele intrare și nici cele de ieșire ale unei mașini Turing nu pot fi un număr zecimal infinit. Unii s-ar putea gândi că am putea găsi o mașină Turing care să scrie, pe banda cu rezultate, *toate* cifrele succesive, 3, 1, 4, 1, 5, 9, . . ., din expresia calculată a lui π, lăsând mașina să meargă la nesfârșit. Dar, în cazul unei mașini Turing lucrul acesta *nu este permis*. Nu este permis să ne uităm la rezultat decât atunci când a sunat clopoţelul şi maşina s-a oprit! Câtă vreme nu s-a ajuns la instrucţiunea STOP, se poate presupune că rezultatul se mai poate oricând modifica, el reprezentând o etapă intermediară de calcul, şi că deci s-ar putea să nu fie cel final. Când s-a ajuns la STOP, rezultatul este obligatoriu finit.

Există, totuşi, o metodă de calcul a lui π *în modul permis* cu o maşină Turing. Putem imagina o maşină Turing care să dea ca rezultat partea întreagă a lui π, deci pe 3, atunci când îi dăm ca dată de intrare 0, apoi, prima zecimală, 1, atunci când îi dăm 1 la intrare, apoi a doua zecimală, 4, când îi dăm 2 etc. O asemenea maşină *există*, chiar dacă ar fi cam complicat s-o descriu aici. Acest lucru este valabil şi pentru multe alte numere iraţionale, cum este, de exemplu, numărul $\sqrt{2}$ = 1,414213562. . . . Există numere iraţionale ce nu pot fi generate de nici o maşină Turing, aşa cum vom vedea în capitolul următor. Numerele ce *pot fi* generate astfel se numesc *calculabile* (Turing, 1937), iar cele ce nu pot fi (marea majoritate!) sunt *necalculabile*. Voi reveni la acest subiect, în legătură cu problema dacă un *obiect fizic real* (de ex. creierul uman) poate fi descris adecvat conform teoriilor fizicii, folosind structuri matematice calculabile.

Problema calculabilităţii este importantă pentru matematică. Nu trebuie să consideraţi că este o problemă ce se aplică doar *numerelor*. Putem construi maşini Turing care să opereze direct cu *formule matematice*, de exemplu, expresii algebrice sau trigonometrice. Tot ceea ce trebuie este un mod de a codifica precis toate simbolurile matematice implicate în secvenţe de 0-uri şi 1-uri, iar apoi se poate aplica conceptul de maşină Turing. La aceasta se gândea, de fapt, Turing atunci când a atacat *Eutscherdungsproblem*, ce căuta un procedeu algoritmic pentru rezolvarea problemelor matematice cu caracter *general*. Vom reveni.

Maşina Turing universală

Nu am descris până acum conceptul de maşină Turing *universală*. Principiul nu este greu de dat, deşi detaliile sunt mai complicate. Ideea de bază constă în a codifica toate instrucţiunile unei maşini Turing oarecare, *T*, în şiruri de 0 şi 1 ce pot fi reprezentate pe o bandă. Această bandă este apoi folosită ca parte iniţială a datelor de intrare a unei maşini Turing *particulare U* – numită maşină Turing universală – care va acţiona acum asupra restului datelor de intrare, exact aşa cum ar fi făcut-o *T*. Maşina Turing Universală acţionează ca un simulator universal: prima parte a benzii o învaţă cum să imite în mod exact orice maşină *T* dată!

Pentru a vedea cum lucrează, avem nevoie de un sistem de *numerotare* a maşinilor Turing. Să luăm lista de instrucţiuni ce defineşte o anumită maşină Turing, şi să o transcriem codificat, folosind 0 şi 1, conform unei scheme precise pe care am ales-o. Ne putem folosi de procedeul de "contracţie" adoptat mai devreme. Dacă reprezentăm simbolurile D, S, STOP, săgeată (→), şi virgulă (,) sub formă, să spunem, de 2, 3, 4, 5, şi 6; le vom putea scrie contractat ca: 110, 1110, 11110, 111110, şi 1111110. Putem acum folosi cifrele 0 şi 1, (codificate ca 0 şi 10, respectiv) pentru a reprezenta "numerele" din tabelul de instrucţiuni ale maşinii Turing. Nu avem nevoie de o notaţie diferită pentru a deosebi cifrele mari O şi l de cele mici, pentru că cele mari apar întotdeauna la urmă, deci se poate face deosebirea. Astfel, de exemplu, 110l s-ar citi ca numărul binar 1101 şi ar apărea codificat pe bandă ca 1010010. În particular, 0O ar fi citit 00, sau fără ambiguitate 0, sau, la urma urmei, ar putea fi omis de tot. Putem economisi spaţiu dacă nu mai codificăm săgeţile şi simbolurile care le preced, bazându-ne pe *ordinea* în care se scriu instrucţiunile. Pentru a adopta această metodă, trebuie să ne asigurăm temeinic că nu există "goluri" în această ordonare, suplimentând cu câteva instrucţiuni "fantomă" ori de câte ori este nevoie. (De exemplu, în tabelul maşinii Turing **XN+1** nu se spune ce trebuie făcut în cazul 110O, pentru că această situaţie nu apare niciodată în funcţionarea maşinii. Pentru a fi consecvenţi trebuie să introducem o instrucţiune "fantomă", de exemplu 110O→0OD, care se poate introduce în lanţul instrucţiunilor fără să se schimbe ceva. La fel va trebui să introducem 10l→0OD în descrierea maşinii **XN×2**.) Fără astfel de "fantome" codificarea următoarelor instrucţiuni în listă va deveni de nefolosit. De fapt noi nu avem nevoie de virgule la sfârşitul fiecărei instrucţiuni, precum se dovedeşte, deoarece simbolurile S sau D sunt suficiente pentru a separa instrucţiunile între ele. De aceea, adoptăm următoarea codificare:

0 pentru 0 sau 0,   10 pentru l sau 1,   110 pentru D,   1110 pentru S,
11110 pentru STOP

Ca un exemplu să codificăm maşina Turing **XN+1** (în care inserăm instrucţiunea 110O→0OD). Eliminând săgeţile, cifrele care le preced imediat şi virgulele, avem:

0OD 1lD 0OD 10lD 11OS 10lD 0lSTOP 100OS 101lS 100lS
110OD 10lD 0OD 111lD 11lD 111OD.

Putem îmbunătăţi aceasta eliminând fiecare 0O şi înlocuind fiecare 0l, prin l conform cu cele spuse anterior şi obţinem:

D1lDD10lD11OS10lDlSTOP100OS101lS100lS110OD10lDD111lD11lD111OD.

Aceasta se codifică pe bandă sub forma următoarei secvenţe:

11010101101101001011010100111010010110101111010000111
01001010111010001011101010001101001011011010101010110
1010101101010100110.

Alte două mici înbunătăţiri pot fi: să ştergem întoteauna 110 iniţial (împreună cu porţiunea infinită de bandă care o precede) deoarece aceasta înseamnă 0OD, care reprezintă instrucţiunea iniţială 0O→0OD pe care am considerat-o implicit comună *tuturor* maşinilor Turing – astfel că dispozitivul poate începe de ori unde din stânga semnului de pe bandă, şi poate merge spre dreapta până la primul semn – iar noi putem la fel de bine să eliminăm întotdeauna 110 final (şi implicit secvenţa infinită de 0-uri care se presupune că urmează), deoarece pentru toate maşinile Turing descrierea lor trebuie să se termine în acest fel (deoarece toate se termină cu D, S, sau STOP). *Numărul binar rezultat* este *numărul* maşinii Turing care în cazul lui **XN+1** este:

10101101101001011010100111010010110101111010000111010
01010111010001011101010001101001011011010101010110101
0101101010100.

În notaţia zecimală obişnuită acest număr este:

450813704461563958982113775643437908.

Uneori ne referim în general la Maşina Turing cu numărul *n* ca fiind a *n*-a maşină Turing, notată T_n. Astfel, **XN+1** este a 450 813 704 461 563 958 982 113 775 643 437 908-a maşină Turing!

Este un fapt surprinzător că este necesar să mergem atât de departe pe "lista" maşinilor Turing înainte de a găsi una care să permită o operaţie atât de banală cum este adunarea lui unu (în notaţia binară expandată) la un număr natural! (Nu consider că am fost cu totul ineficient în codificarea prezentată, dar mai pot fi făcute unele mici îmbunătăţiri). De fapt, există unele maşini Turing cu numere mai mici care prezintă interes. De exemplu, **UN+1** are numărul binar :

101011010111101010

care este 177642 în notaţia zecimală! Astfel, maşina banală Turing **UN+1** care doar plasează un 1 suplimentar la sfârşitul unei secvenţe de 1-uri este a 177642-a maşină Turing. Să observăm, de curiozitate, că "înmulţirea cu doi" se situează pe lista maşinilor Turing între acestea două, în ambele notaţii, deoarece numărul pentru **XN×2** este 10389728107 în timp ce pentru **UN×2** este 1492923420919872026917547669.

Probabil nu este o surpriză să aflăm că, în ceea ce privește mărimea acestor numere, marea majoritate a numerelor naturale nu dau mașini Turing care să lucreze. Să dăm lista primelor treisprezece mașini conform acestei numerotări:

T_0:	00→00D,	01→00D,	
T_1:	00→00D,	01→00S,	
T_2:	00→00D,	01→01D,	
T_3:	00→00D,	01→00STOP,	
T_4:	00→00D,	01→10D,	
T_5:	00→00D,	01→01S,	
T_6:	00→00D,	01→00D,	10→00D,
T_7:	00→00D,	01→???,	
T_8:	00→00D,	01→100D,	
T_9:	00→00D,	01→10S,	
T_{10}:	00→00D,	01→11D,	
T_{11}:	00→00D,	01→01STOP,	
T_{12}:	00→00D,	01→00D,	10→00D.

Dintre acestea, T_0 se deplasează doar spre dreapta ștergând tot ce întâlnește, neoprindu-se niciodată și neîntorcându-se înapoi niciodată. Mașina T_1 realizează în final același efect, dar mai stângaci, sărind înapoi de fiecare dată când șterge un semn de pe bandă. Ca și T_0, mașina T_2 se mișcă indefinit spre dreapta, dar este ceva mai respectuoasă, lăsând pe bandă totul, neatins. Nici una dintre mașinile descrise nu pot fi folosite ca mașini Turing deoarece nici una nu se oprește vreodată. Prima mașină "respectabilă" este T_3. Ea se oprește, într-adevăr, modestă, după ce schimbă primul 1 din stânga într-un 0.

T_4 este pusă în fața unei probleme serioase: după ce găsete pe bandă primul 1, intră într-o stare internă pentru care nu există o listă de instrucțiuni, astfel încât nu are instrucțiuni ce să facă în continuare. T_8, T_9, *și* T_{10} se lovesc de aceeași problemă. Pentru T_7 dificultatea este chiar mai serioasă: șirul său de 0-uri și de 1-uri cuprinde o secvență de *cinci* 1-uri succesive: 110111110. Nu există o interpretare a unei astfel de secvențe, așa că se blochează atunci când întâlnește primul 1 de pe bandă. (Voi spune că T_7, sau oricare altă mașină T_n pentru care scrierea binară a lui n conține o secvență cu mai mult de patru 1-uri, *nu este corect definită*.) Mașinile T_5, T_6, și T_{12} au probleme similare cu acelea ale lui T_0, T_1, și T_2: ele, pur și simplu, merg în continuare indefinit, fără să se oprească vreodată. Toate mașinile T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, și T_{12} nu sunt bune de nimic! Doar T_3, și T_{11} sunt mașini Turing care funcționează, dar nu sunt foarte interesante. T_{11} este chiar mult mai modestă decât T_3: se oprește la prima întâlnire cu un 1 și nu mai schimbă nimic!

Trebuie să observăm că în lista noastră există o redundanță: mașina T_{12} este identică cu T_6, și este identică în acțiune și cu T_1, deoarece T_6, și T_{12} nu intră niciodată în starea internă 1. Dar nu trebuie să fim prea îngrijorați de această redundanță și nici de proliferarea unor mașini Turing inutile. Ar fi într-adevăr posibil să îmbunătățim modul de codificare pentru a elimina multe dintre mașinile inutile și a reduce redundanța. Am realiza aceasta doar complicând biata noastră mașină Turing universală care va trebui să decodifice codul și să simuleze a fi mașina Turing T_n al cărui număr n tocmai îl citește. Ar merita aceasta dacă am putea astfel să îndepărtăm *toate* mașinile inutile (sau redundanța), dar acest lucru *nu este posibil*, după cum vom vedea în curând! Să lăsăm deci codificarea așa cum este.

Ne va fi mai comod să interpretăm o bandă cu succesiunea sa de semne, de exemplu:

...0001101110010000...

ca fiind reprezentarea binară a unui număr oarecare. Ne reamintim că 0-urile continuă indefinit spre ambele capete, dar că există doar un număr finit de 1-uri. Presupun că și numărul de 1-uri este *diferit de zero* (adică există cel puțin un 1). Am putea alege să citim șirul finit de simboluri dintre primul și ultimul 1 (inclusiv), care este pentru cazul de mai sus:

110111001,

ca fiid reprezentarea unui număr natural (aici 441, în scriere zecimală). Dar, prin acest procedeu vom putea scrie doar numerele *impare* (numerele a căror reprezentare binară se termină cu un 1), iar noi dorim să putem scrie *toate* numerele naturale. Deci, vom alege să îndepărtăm 1-ul final (care doar marca terminarea expresiei) și să citim ce a rămas ca reprezentând un număr binar.[5] Astfel, pentru exemplul de mai sus, avem numărul binar:

11011100,

care este 220 în scriere zecimală. Acest procedeu are avantajul că este reprezentat și zeroul, adică

...0000001000000....

Să vedem cum acționează mașina Turing T_n asupra unui șir oarecare (finit) de 0-uri și 1-uri ce se găsesc pe o bandă pe care o introducem dinspre dreapta. Ar fi mai simplu dacă am considera acest șir ca fiind reprezentarea binară a unui număr oarecare, fie m, conform schemei de mai sus. Să presupunem că, după o succesiune de pași, mașina T_n se oprește (adică a ajuns la un STOP). Șirul de cifre binare pe care mașina le produce în stânga sa reprezintă rezultatul calculului. Să citim acesta și ca fiind, în același mod, reprezentarea binară a unui număr, fie p. Vom scrie această relație, care exprimă faptul că atunci când a n-a mașină Turing acționează asupra lui m produce pe p, sub forma:

$$T_n(m) = p.$$

Să privim puțin diferit această relație. Să considerăm că reprezintă o anumită operație, care aplicată asupra *perechii* de numere n și m produce numărul p. (Astfel, fiind date *două* numere n și m , putem înțelege cum se obține p din ele, uitându-ne la felul în care acționează a n-a mașină Turing asupra lui m. Această operație este un procedeu complet algoritmic, care poate fi deci executat de *o anumită* mașină Turing U: adică, U acționează asupra *perechii* (n, m) pentru a produce p. Deoarece mașina U trebuie să acționeze asupra *ambelor numere n* și m pentru a produce un singur rezultat p, avem nevoie de un procedeu care să codifice perechea (n, m) pe *o singură* bandă. Pentru aceasta, să presupunem că n este dat în scrierea binară obișnuită și că se termină prin secvența 111110. (Ne reamintim că pentru orice mașină Turing construită corect, un număr binar este reprezentat printr-o secvență compusă doar din: 0-uri, 10-uri, 110-uri, 1110-uri și 11110-uri, și că deci nu conține nici o secvență cu mai mult de patru 1-uri. Astfel, dacă T_n este o mașină construită corect, prezența secvenței 111110 înseamnă că ea reprezintă sfârșitul reprezentării numărului n.) Tot ceea ce urmează după aceasta este banda ce reprezintă pe m, conform prescripției noastre (adică numărul binar m urmat imediat de 1000 . . .). Deci, se presupune că T_n va acționa asupra acestei de a doua părți a benzii.

De exemplu, dacă luăm n = 11 și m = 6, vom avea următoarea secvență de semne pe banda pe care trebuie să acționaze U:

...000101111111011010000....

Ce este formată din:

...0000 (inițial, bandă goală)
1011 (reprezentarea binară a lui 11)
111110 (terminarea lui n)
110 (reprezentarea binară a lui 6)
10000...(restul benzii)

Tot ce ar avea de făcut mașina Turing U, la fiecare pas succesiv de operare a lui T_n asupra lui m, ar fi să examineze structura succesiunii de cifre din expresia pentru n, astfel ca să se poată face înlocuirea corectă a digiților pentru m. Nu este dificil de văzut, în principiu, cum s-ar putea construi efectiv o astfel de mașină (deși, în mod clar, plicticos în practică). Lista sa de instrucțiuni ar reprezenta o metodă de citire a datelor de pe această "listă" în care este codificat numărul n, la fiecare etapă de aplicare la digiții "benzii", așa cum cere m. Aceasta ar presupune o continuă deplasare înainte și înapoi între cifrele lui

m și cele ale lui n, iar totul ar fi deosebit de lent. Cu toate acestea, se poate întocmi o listă de instrucțiuni pentru o astfel de mașină pe care o numim mașină Turing *universală*. Notăm prin $U(n, m)$ acțiunea acestei mașini asupra perechii de numere n și m, și astfel avem:

$$U(n, m) = T_n(m)$$

pentru fiecare (n, m) pentru care T_n este o mașină Turing specificată corct.[6] După ce i s-a introdus numărul n, mașina U va putea imita perfect a n-a mșină Turing!

Deoarece U este o mașină Turing, va avea propriul număr; adică

$$U = T_u,$$

pentru un număr oarecare u. Cât de mare este u? Putem lua efectiv *cu precizie*

u=72448553353393175771983950396157112379523606725565596311081447
9660650505940424109031048361363235936564444345838222688327876762
6556144692814117715017842551707554085657689753346356942478488597
0469347257399885822838277952946834605210611698359459387918855463
2644092552550582055598945189071653741489603309675302043155362503
4984529832320651583047664142130708819329717234151056980262734686
4299218381721573334828230734537134214750597403451843723595930906
4002432107734217885149276079759763441512307958639635449226915947
9654614711345700145048167337562172573464522731054482980784965126
9887889645697609066342044779890219144379328300194935709639217039
0483327088259620130177372720271862591991442827543742235135567513
4084222299889374410534305471044368695876405178128019437530813870
6399427728231564252892375145654438990527807932411448261423572861
9311833261065612275553181020751108533763380603108236167504563585
2164214869542347187426437544428790062485827091240422076538754264
4541334517485662915742999095026230097337381377241621727477236102
0678685400289356608569682262014198248621698902609130940298570600
1743006700868967590344734174127874255812015493663938996905817738
5916540553567040928213322216314109797108145997866959970450968184
1906299443656015145490488092208448003482249207730403043188429899
3931352668823496621019471619107014619685231928474820344958977095
5356110702758174873332729667899879847328409819076485127263100174
0166787363477605857245036964434897992034489997455662402937487668
8397514044516657077500605138839916688140725455446652220507242623
9237921152531816251253630509317286314220040645713052758023076651
83351995689139748137504926429605010013651980186945639498

(sau o altă posibilitate oarecare dar de cel puțin același ordin de mărime). Fără îndoială că acest număr pare alarmant de mare, dar nu mi-am putut da seama cum l-aș fi putut face cu mult mai mic. Procedeele de codificare și specificațiile pe care le-am dat pentru mașinile Turing sunt foarte rezonabile și simple, totuși se ajunge inevitabil la un număr de acest ordin de mărime pentru coificarea unei mașini Turing universale concrete.[7]

Am spus că toate calculatoarele moderne obișnuite sunt, de fapt, mașini Turing universale: nu înțeleg prin aceasta că proiectarea logică a unor astfel de calculatoare trebuie să semene îndeaproape cu tipul de descriere a unei mașini Turing universale pe care l-am dat. Esența constă în faptul că dând unei mașini Turing universale oarecare un program adecvat (partea inițială a benzii de intrare), ea poate simula apoi comportarea oricărei mașini Turing de orice fel! Pogramul de mai sus s-a referit la un singur număr (numărul n), dar sunt posibile și alte procedee, deoarece există multe variații ale mașinii Turing orginale. De fapt, în descrierile mele m-am abătut întrucâtva de la ceea ce a dat Turing original. Dar, aceste diferențe nu sunt importante pentru scopul nostru.

Imposibilitatea rezolvării problemei lui Hilbert

Am ajuns acum la scopul inițial al lui Turing și anume la rezolvarea *Entscheidungsproblem* a lui Hilbert și anume: există un procedeu mecanic de a răspunde la toate problemele matematicii, probleme ce aparțin unei clase largi, dar bine definite? Turing a considerat că ar putea formula versiunea sa a întrebării în termeni ai problemei de a decide dacă a n-a mașină Turing *se va opri* sau nu vreodată atunci când acționează asupra numărului m. Această problemă poartă numele de *problema opririi*. Este o treabă ușoară să se construiască o listă de instrucțiuni pentru care mașina să nu se oprească pentru *nici un* număr m (de exemplu, n = 1 sau 2, ca mai sus, sau orice alt caz pentru care nu există instrucțiuni STOP). Există, de asemenea, multe liste de instrucțiuni pentru care mașina se va opri întotdeauna, indiferent de numărul ce i se va da (de exemplu n = 11); iar unele mașini se vor opri pentru unele numere dar nu și pentru altele. S-ar putea spune că un presupus algoritm ce se desfășoară la nesfârșit fără oprire nu este de prea mare folos. De fapt, nici nu este un algoritm. Astfel, problema importantă este de a putea decide dacă T_n aplicat lui m dă efectiv vreodată un răspuns! Dacă *nu dă* (adică dacă calculul *nu* se oprește) vom scrie

$$T_n(m) = \square.$$

(Am inclus în această notație și acele situații în care mașina Turing, într-o anumită etapă, nu găsește nici o instrucțiune care să-i spună ce trebuie să facă (cazul mașinilor inutile T_4 și T_7 de mai sus). Din nefericire și mașina T_3 evident reușită, trebuie considerată tot inutilă: $T_3(m) = \square$, deoarece rezultatul acțiunii lui T_3 este întotdeauna doar o bandă goală, în timp ce avem nevoie de măcar un 1 la ieșire pentru ca rezultatului calculului să i se poată asocia un număr! Mașina T_{11} este, totuși, valabilă deoarece produce un singur 1. Acest rezultat este banda numerotată 0, astfel că avem $T_{11}(m) = 0$ pentru toți m.)

Pentru matematică ar fi importantă rezolvarea problemei de a se putea decide când anume se opresc maşinile Turing. Să luăm, de exemplu, ecuaţia:

$$(x+1)^{w+3}+(y+1)^{w+3}=(z+1)^{w+3}.$$

(Nu vă speriaţi! Am luat această ecuaţie doar ca un exemplu, şi nu este nevoie să o înţelegeţi în amănunt.) Această ecuaţie este legată de vestita problemă nerezolvată din matematică—poate chiar cea mai vestită dintre toate. Problema este aceasta: există un set de numere naturale w, x, y, z pentru care să fie satisfăcută această ecuaţie? Vestita formulare cunoscută sub numele de "ultima teoremă a lui Fermat", făcută ca o adnotare pe cartea lui Diofant *Aritmetica*, de către marele matematician francez al secolului al şaptesprezecelea, Pierre de Fermat (1601-1665), este afirmaţia că această ecuaţie nu este *niciodată* satisfăcută.* [8] Deşi jurist prin profesie (şi contemporan cu Descartes), Fermat a fost cel mai subtil matematician al timpului său. El a susţinut că are "o demonstraţie cu adevărat minunată" a afirmaţiei sale, dar că marginea cărţii a fost neîncăpătoare pentru a o cuprinde; totuşi, nici până în ziua de azi nu a fost nimeni capabil să reconstituie o astfel de demonstraţie, sau poate să găsească un contraexemplu la afirmaţia lui Fermat!

Este clar că *fiind date* patru numere (w, x, y, z) a decide, dacă această ecuaţie este sau nu valabilă, este doar o problemă de calcul. Astfel, ne-am putea imagina un algoritm pentru un calculator care să ia pe rând, unul după altul, toate grupurile de câte patru numere şi să se oprească atunci când ecuaţia va fi satisfăcută. (Am văzut că există metode de a codifica seturi finite de numere, într-un mod calculabil, pe o singură bandă, adică sub formă de numere individuale, astfel că putem "trece prin" toate grupurile de câte patru numere doar urmând ordonarea naturală a acestor numere individuale.) Dacă am putea stabili că acest algoritm *nu se opreşte*, atunci am avea o demonstraţie a afirmaţiei lui Fermat.

Este posibil ca, într-un mod similar, să putem formula în termenii problemei opririi maşinii Turing multe alte probleme matematice nerezolvate. Un astfel de exemplu este "conjectura lui Goldbach", care afirmă că orice număr par mai mare decât doi este suma a două numere prime.* A decide dacă un număr natural dat este sau nu prim este un proces algoritmic deoarece este necesar doar a testa divizibilitatea sa prin numere *mai mici* decât el însuşi, care este o

---

*Reamintesc că prin numere *naturale* înţelegem 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, . . . Motivul pentru care am folosit pentru afirmaţia lui Fermat forma "$x + 1$" şi "$w+3$", etc., în loc de forma mai cunoscută ($x^w + y^w = z^w$; $x, y, z > 0$, $w > 2$), este că admitem pentru x, w, etc. *toate* numerele naturale începând cu zero.

*Reamintesc că numere *prime* 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, . . sunt acele numere naturale divizibile, in mod separat, doar prin ele însele sau prin unitate. Nici 0 şi nici 1 nu sunt considerate ca fiind problemă ce presupune un număr *finit* de calcule. Ne-am putea imagina o mașină Turing care să ia pe rând toate numerele pare 6, 8, 10, 12, 14, . . . încercând toate modurile diferite de a le desface în perechi de numere impare

$$6 = 3 + 3, \qquad 8 = 3 + 5, \qquad 10 = 3 + 7 = 5 + 5, \qquad 12 = 5 + 7,$$
$$14 = 3 + 11 = 7 + 7, \ldots$$

și testând pentru a se asigura că, pentru *fiecare* astfel de număr par, *ambele* numere în care a fost desfăcută perechea sunt prime. (Este clar că nu este nevoie să testăm perechi de numere *pare*, cu excepția 2 + 2, deoarece toate numerele prime cu exepția lui 2 sunt impare.) Mașina noastră va trebui să se oprească doar atunci când va găsi un număr par pentru care *nici una* dintre perechile în care se poate desface numărul nu este formată din două numere prime. În acest caz ar trebui să avem un contraexemplu al conjecturei lui Goldbach, și anume, un număr par (mai mare ca 2) care *nu este* suma a două numere prime. Astfel, dacă am putea decide dacă această mașină Turing se va opri sau nu vreodată, am putea avea o metodă de a decide și adevărul conjecturii lui Goldbach.

Se pune o întrebare firească: cum putem decide dacă o anumită mașină Turing (căreia i s-au dat anumite date de intrare) se va opri sau nu vreodată? Acesta s-ar putea să nu fie un răspuns prea greu pentru multe mașini Turing; dar uneori, așa cum am văzut mai sus, s-ar putea ca răspunsul să presupună soluționarea unei probleme matematice nerezolvate. Deci, există un procedeu *algoritmic* complet automat de a răspunde la problema generală – problema opririi? Turing a arătat că nu există.

Raționamentul său este în esență următoarul: să presupunem mai întâi că, din contră, *există* un astfel de algoritm.* Apoi, că trebuie să existe o mașină Turing H care să "decidă" dacă a n-a mașină Turing, atunci când acționează asupra lui m, se va opri în cele din urmă sau nu. Să spunem că dacă nu se oprește va da la ieșire banda numerotată 0 , iar dacă se oprește, banda 1:

$$H(n; m) = \begin{cases} 0 & \text{dacă } T_n(m) = \square \\ 1 & \text{dacă } T_n(m) \text{ se oprește.} \end{cases}$$

Putem alege pentru codificarea perechii (n, m) aceeași regulă adoptată pentru mașina universală U. S-ar putea întâmpla ca pentru anumite numere n (de exemplu $n = 7$), T_n să nu fie specificată corect, iar marcajul 11110 să nu fie cel

---

* Acesta este obisnuitul – si remarcabilul – procedeu matematic cunoscut sub numele de *reductio ad absurdum*, prin care intâi se presupune că ceea ce se încearcă a se demonstra este fals; din aceasta se ajunge la o contradictie, stabilindu-se astfel că rezultatul căutat este în realitate *adevărat*.

corespunzător pentru separarea lui n de m pe bandă. De aceea, să presupunem că n este codificat folosind notația binară *expandată* și nu doar notația binară, iar că m este, ca și mai înainte, în notația binară obișnuită. În acest caz, marcajul `110` va fi suficient pentru a separa n de m. Pentru a indica această modificare am folosit *punctul și virgula* în $H(n; m)$ spre deosebire de *virgula* din $U(n, m)$.

Să ne imaginăm un tabel infinit, care listează toate răspunsurile tuturor mașinilor Turing posibile ce acționează asupra tuturor datelor de intrare diferite posibile. În al n-lea rând sunt rezultatele celei de a n-a mașini Turing, aplicată diferitelor date de intrare 0, 1, 2, 3, 4, . . .:

$m \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8 . . .
$n \downarrow$									
0	□	□	□	□	□	□	□	□	□ . . .
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0 . . .
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1 . . .
3	0	2	0	2	0	2	0	2	0 . . .
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1 . . .
5	0	□	0	□	0	□	0	□	0 . . .
6	0	□	1	□	2	□	3	□	4 . . .
7	0	1	2	3	4	5	6	7	8 . . .
8	□	1	□	□	1	□	□	□	1 . . .
.		.		.					.
197	2	3	5	7	11	13	17	19	23 . . .
					.				

În tabelul de mai sus am trișat puțin, și nu am numerotat mașinile Turing așa cum sunt ele numerotate *efectiv*, deoarece începutul listei ar fi fost prea plictisitor, toate mașinile Turing pentru n mai mic decât 11 dând numai □-uri, iar cea cu n = 11 dând doar 0-uri. Pentru a face ca lista să arate ceva mai ineresant, am presupus că am realizat o codificare mai eficientă. De fapt, am compus valorile complet aleatoriu, doar pentru a da o impresie generală a felului cum arată.

Eu nu pretind că am *calculat* efectiv acest tabel, folosind să spunem un algoritm oarecare. (Nu există un astfel de algoritm, după cum vom vedea imediat.) Se presupune că ne-am *imaginat* doar, că ni s-a pus cumva în față lista *corectă*, poate de către bunul Dumnezeu! Prezența □-rilor este cea care ne-ar crea dificultăți deoarece dacă ar fi să încercăm să calculăm tabelul, s-ar putea să nu știm sigur când să plasăm un □ într-o poziție oarecare, deoarece aceste calcule nu se opresc niciodată!

Totuși, *am putea* avea un procedeu de calcul de generare al tabelului dacă am putea folosi presupusul nostru H, deoarece H ne-ar spune poziția □-urilor. Dar în loc de aceasta, să ne folosim de H pentru a *elimina* fiecare □, înlocuindu-l cu 0. Aceasta se realizează precedând acțiunea lui T_n asupra lui m prin calculul $H(n; m)$; apoi, admitem ca T_n să acționeze asupra lui m doar dacă $H(n; m) = 1$ (adică doar dacă calculul $T_n(m)$ dă efectiv un răspuns), și apoi scriem 0 dacă $H(n; m) = 0$ (adică dacă $T_n(m) = □$). Putem scrie noul nostru procedeu (adică cel obținut făcând ca acțiunea lui $T_n(m)$ să fie precedată de $H(n; m)$ sub forma:

$$T_n(m) \times H(n; m).$$

(Am folosit acum o convenție matematică obișnuită cu privire la ordinea operațiilor matematice: cea din *dreapta* se efectuează *prima*. Folosind simbolurile avem: □ × 0 = 0.)

Tabelul este acum:

$n \downarrow$ \ $m \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8 . . .
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 . . .
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0 . . .
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1 . . .
3	0	2	0	2	0	2	0	2	0 . . .
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1 . . .
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0 . . .
6	0	0	1	0	2	0	3	0	4 . . .
7	0	1	2	3	4	5	6	7	8 . . .
8	0	1	0	0	1	0	0	0	1 . . .

Observăm că, dacă presupunem că H există, înseamnă că rândurile tabelului sunt formate din *secvențe calculabile*. (Prin secvență calculabilă înțeleg o secvență infinită ale cărei valori succesive pot fi generate printr-un algoritm; adică există o mașină Turing oarecare care, atunci când este aplicată numerelor naturale $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ pe rând, dă numerele succesive ale secvenței.) În legătură cu acest tabel se pot face două observații. Prima: *toate* secvențele de numere naturale calculabile trebuie să apară undeva în rândurile sale (poate de mai multe ori). Această proprietate era deja valabilă pentru tabelul original, cel cu □-rile sale. Nu am făcut decât să *adăugăm* unele rânduri pentru a înlocui mașinile Turing "nefolositoare" (adică cele care produc cel puțin un □). A doua: făcându-se presupunerea că mașina Turing H există efectiv, tabelul a fost deci *generat prin calcul* (adică generat printr-un algoritm bine definit), și anume prin procedeul $T_n(m) \times H(n; m)$. Cu alte cuvinte, există o mașină Turing Q care, atunci când acționează asupra perechii de numere (n, m) produce valorile corespunztoare din tabel. Pentru aceasta putem codifica n și m pe banda lui Q în același mod folosit pentru H, și astfel avem:

$$Q(n; m) = T_n(m) \times H(n; m).$$

Vom aplica acum o variantă a ingenioasei și remarcabilei metode a "diagonalei" a lui Georg Cantor. (Ne vom întâlni cu versiunea originală a metodei diagonalei a lui Cantor în capitolul următor.) Să examinăm elementele diagonalei principale, însemnate prin caractere **aldine**:

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**0**	0	0	0	0	0	0	0
1	1	**1**	1	1	1	1	1	1
0	2	0	**2**	0	2	0	2	0
1	1	1	1	**1**	1	1	1	1
0	0	0	0	0	**0**	0	0	0
0	0	1	0	2	0	**3**	0	4
0	1	2	3	4	5	6	**7**	8
0	1	0	0	1	0	0	0	**1**

Acestea dau secvența 0, 0, 1, 2, 1, 0, 3, 7, 1, . . .Adunăm acum 1 fiecăruia dintre acești termeni:

$$1, 1, 2, 3, 2, 1, 4, 8, 2, \ldots$$

Acesta este în mod clar un procedeu calculabil și deoarece tabelul nostru a fost generat prin calcul, avem deci o nouă secvență calculabilă, și anume avem secvența: $1 + Q(n; n)$, adică

$$1 + T_n(n) \times H(n; n)$$

(deoarece diagonala se obține făcând m egal cu n). Dar tabelul nostru conține *toate* secvențele calculabile, așa că noua noastră secvență trebuie să fie undeva pe listă. Totuşi aceasta nu este aşa! Deoarece doua noastră secvență diferă de primul rând prin prima valoare, de al doilea rând prin cea de a doua, de al treilea prin cea de a treia şi aşa mai departe. Aceasta este în mod clar o contradicție. Este contradicția care stabileşte ceea ce am încercat să demonstrăm şi anume că maşina Turing H nu există! *Nu există un algoritm universal care să decidă dacă o maşină Turing se va opri sau nu.*

Un alt mod de a formula aceasta este: presupunând că există H, înseamnă că există şi o maşină Turing oarecare, cu numărul, să spunem k, pentru algoritmul $1 + Q(n; n)$, astfel că avem

$$1 + T_n(n) \times H(n; n) = T_k(n).$$

Dar dacă înlocuim $n = k$ în această relație (procesul de diagonalizare!) obținem

$$1 + T_k(k) \times H(k; k) = T_k(k).$$

Aceasta este o contradicție deoarece dacă $T_k(k)$ se va opri vom obține relația imposibilă:

$$1 + T_k(k) = T_k(k)$$

(deoarece $H(k; k) = 1$), pe când dacă $T_k(k)$ nu se va opri (astfel că $H(k; k) = 0$) vom avea relația la fel de contradictorie:

$$1 + 0 = \square.$$

Problema dacă o anumită maşină Turing se va opri sau nu este un exemplu perfect de bine definit de problemă matematică (şi noi am văzut deja că şi invers, diferite probleme matematice importante pot fi formulate în termeni de oprire a maşinilor Turing). Astfel, arătând că nu există un algoritm pentru a decide problema opririi maşinilor Turing, Turing a arătat (aşa cum a făcut şi Church, folosind propria abordare de un tip relativ diferit) că nu poate exista un algoritm general pentru a decide în probleme din domeniul matematicilor. Astfel că *Entscheidungsproblem* a lui Hilbert nu are soluție!

Aceasta nu înseamnă că nu există cazuri *individuale* în care să nu putem decide adevărul, sau falsitatea, unei anumite probleme matematice; sau în care să nu putem decide dacă o anumită maşină Turing dată se va opri sau nu. Folosind inventivitatea, sau pur şi simplu numai judecata, putem decide, în unele cazuri, o astfel de problemă. (De exemplu, dacă lista de instrucțiuni a unei maşini Turing *nu* conține nici un ordin STOP, sau conține *doar* ordine STOP, vom putea spune clar, bazându-ne doar pe bunul nostru simț, dacă se va opri sau nu!) Dar nu există nici un algoritm care să fie valabil pentru *toate* problemele din matematici, nici pentru *toate* maşinile Turing şi pentru toate numerele asupra cărora ar putea acţiona.

S-ar părea că am stabilit că există cel puţin *anumite* probleme matematice nedecidabile. Totuşi, nu aceasta am făcut! *Nu am arătat* că există un tabel deosebit de nepotrivit pentru o anumită maşină Turing, pentru care este imposibil să se decidă, în sens absolut, dacă maşina se opreşte sau nu atunci când i se dă ca dată de intrare un număr deosebit de necorespunzător – ci, chiar dimpotrivă, după cum vom vedea imediat. Nu am spus nimic despre imposibilitatea rezolvării unor probleme *individuale*, ci doar despre imposibilitatea rezolvării *algoritmice a unor familii* de probleme. În fiecare caz individual răspunsul este fie "da", fie "nu", deci *există* cu certitudine un algoritm pentru a decide în acest caz particular, şi anume, algoritmul care spune doar "da", sau "nu", după caz! Dificultatea constă în faptul că nu putem şti *care dintre* aceşti algoritmi să-i folosim. Aceasta este o problemă de a decide adevărul matematic al unei afirmaţii matematice individuale, şi nu o problemă de decizie pentru o familie de afirmaţii. Este important să ne dăm seama că algoritmii, în sine, nu decid asupra adevărului matematic. *Valabilitatea* unui algoritm trebuie stabilită întotdeauna prin mijloace exterioare.

Cum se poate întrece un algoritm

Vom reveni la problema de a decide adevărul afirmaţiilor matematice atunci când vom vorbi despre teorema lui Gödel (capitolul 4). Pentru moment, doresc să remarc că raţionamentul lui Turing este în realitate mult mai constructiv şi mai puţin negativ decât s-ar părea că am lăsat să se presupună până acum. Nu am indicat o anumită maşină Turing pentru care este nedecidabil, în sens absolut, dacă se va opri sau nu. Într-adevăr, dacă examinăm raţionamentul cu atenţie, vom constata că procedeul nostru ne-a *dat de fapt răspunsul* implicit pentru aceste maşini "deosebit de necorespunzătoare" pe care le construim folosind procedeul lui Turing!

Să examinăm totul mai îndeaproape. Să presupunem că avem un algoritm ce este *uneori* eficace în a ne spune dacă o maşină Turing nu se va opri. Folosind procedeul lui Turing, descris mai sus, se va putea construi *explicit* o maşină Turing, dar acest algoritm particular nu va putea decide dacă calculul se va opri sau nu. Şi totuşi, el *ne* permite în realitate să aflăm răspunsul în acest caz! Răspunsul este că într-adevăr, calculul maşinii Turing *nu* se va opri.

Pentru a vedea în amănunt cum se produce aceasta, să presupunem că avem un astfel de algoritm care este uneori eficace. Ca şi mai înainte, vom nota acest algoritm (maşina Turing) prin H, dar acum vom admite că s-ar putea ca algoritmul să nu ne spună întotdeauna că o maşină Turing nu se va opri:

$$H(n;\, m) = \begin{cases} 0 \text{ sau } \square & \text{dacă } T_n(m) = \square \\ 1 & \text{dacă } T_n(m) \text{ se opreşte,} \end{cases}$$

astfel, $H(n;\, m) = \square$ este o posibilitate atunci când $T_n(m) = \square$. Mulţi astfel de algoritmi $H(n;\, m)$ există efectiv. (De exemplu, $H(n;\, m)$ ar putea produce un 1 imediat ce $T_n(m)$ se opreşte, deşi *acest* algoritm particular cu greu ar putea fi folosit la ceva!)

Putem urma în amănunt procedeul lui Turing exact ca mai sus, cu deosebirea că în loc să înlocuim *toate* $\square$-rile prin 0-uri, vom lăsa acum unele $\square$ -uri. Ca şi mai înainte, diagonalizarea ne dă

$$1 + T_n(n) \times H(n;\, n),$$

acesta este al n-lea termen de pe diagonală. (Vom obţine un $\square$ ori de câte ori $H(n;\, n) = \square$. Observăm că $\square \times \square = \square$, $1 + \square = \square$.) Acesta este un calcul perfect valabil, astfel că poate fi efectuat de o maşină Turing, fie a k-a, şi acum *avem*

$$1 + T_n(n) \times H(n;\, n) = T_k(n).$$

Ne uităm acum la al k-lea termen diagonal, adică $n = k$, şi obţinem

$$1 + T_k(k) \times H(k;\, k) = T_k(k).$$

Dacă calculul $T_k(k)$ se va opri, înseamnă că am ajuns la o contradicţie (deoarece am presupus că $H(k;\, k)$ este 1 ori de câte ori $T_k(k)$ se opreşte iar în acest caz ecuaţia va da o contradicţie: $1 + T_k(k) = T_k(k)$). Astfel, $T_k(k)$ nu se va putea opri, adică

$$T_k(k) = \square.$$

Dar algoritmul nu poate "şti" aceasta, deoarece dacă el ar fi dat $H(k;\, k) = 0$, ar fi trebuit să avem din nou o contradicţie (scris simbolic, ar fi trebuit să avem relaţia incorectă: $1 + 0 = \square$).

Astfel, dacă am putea găsi pe k am şti cum să construim calculul nostru pentru a întrece algoritmul dar numai în cazul în care *noi* am şti răspunsul! Cum putem găsi pe k? Nu este deloc uşor. Va trebui să analizăm în amănunt construcţia lui $H(n; m)$ şi a lui $T_n(m)$ iar apoi să vedem în amănunt cum acţionează $1 + T_n(n) \times H(n; n)$ ca o maşină Turing. Vom găsi astfel numărul acestei maşini Turing, care este k. Va fi desigur complicat să se efectueze totul în amănunt, dar se va putea face.* Având în vedere caracterul atât de complicat, s-ar putea să nu mai fim interesaţi în calculul $T_k(k)$, dacă nu ar fi motivul că l-am construit special pentru a întrece algoritmul H! Ceea ce este important este că avem un procedeu bine definit, pentru oricare H dat, de a găsi k-ul corespunzător pentru care *noi* ştim că $T_k(k)$ întrece pe H, şi pentru care noi putem deci acţiona mai bine decât algoritmul. Faptul că ştim că suntem mai buni decât un algoritm s-ar putea să reprezinte chiar o încurajare!

Procedeul este atât de bine definit încât am putea găsi un *algoritm* pentru a genera pe k, fiind dat H. Dar, înainte de a deveni prea satisfăcuţi de noi, trebuie să înţelegem că *acest* algoritm poate îmbunătăţi[9] pe H, deoarece el "ştie" că $T_k(k) = \square$ - sau poate că nu ştie? În descrierea de mai sus ne-a fost de folos termenul antropomorf "a şti" atunci când ne-am referit la un algoritm. Totuşi, nu suntem *noi* aceia care "ştim", în timp ce algoritmul doar urmează regulile pe care noi i-am spus să le urmeze? Sau poate că noi urmăm doar regulile pe care am fost programaţi să le urmăm încă de la construirea creierului nostru şi a mediului nostru înconjurător? Aceasta nu este doar o simplă problemă legată de algoritmi, ci şi o problemă despre cum anume se realizează judecăţile noastre despre ceea ce este adevărat şi despre ceea ce nu este adevărat. Acestea sunt probleme esenţiale la care va trebui să revenim ulterior. Problema adevărului matematic (şi a naturii sale nealgoritmice) va fi discutată în capitolul 4. Presupun că ne-am făcut până acum o idee asupra *semnificaţiei* termenilor de "algoritm" şi de "calculabilitate", şi că am ajuns la un anumit grad de înţelegere a problemelor legate de acestea.

Calculul lambda al lui Church

Conceptul de calculabilitate este o idee matematică foarte importantă şi frumoasă. Este, de asemenea, o idee remarcabil de recentă – faţă de alte idei fundamentale din matematici – fiind propusă pentru prima dată în anii treizeci. Este o idee ce are reflexe *în toate* domeniile matematicii (deşi este adevărat că, până în prezent, majoritatea matematicienilor nu este preocupată de probleme de calculabilitate). Importanţa acestei idei constă, în parte, în faptul că unele operaţii bine definite din matematică *nu sunt* de fapt calculabile (cum este oprirea unei maşini Turing; vom vedea şi alte exemple în capitolul 4). Conceptul de calculabilitate nu ar fi avut un interes matematic atât de mare,

* De fapt, partea cea mai dificilă a şi fost realizată deja prin construirea maşinii Turing universale U de mai sus, deoarece ea este aceea care ne permite să considerăm $T_n(n)$ ca fiind o maşină Turing ce acţionează asupra lui n

dacă nu ar fi existat astfel de operații necalculabile. În realitate, matematicienilor le plac enigmele. A decide despre o anumită operație matematică, dacă este sau nu calculabilă, poate fi pentru ei o enigmă care să-i stimuleze. Și este cu atât mai stimulatoare, cu cât însăși soluția generală a *acestei* enigme este necalculabilă!

Un lucru trebuie clarificat încă de la început. Calculabilitatea este un concept matematic "absolut". Este o idee abstractă, în afara oricărei realizări în termeni de "mașini Turing" așa cum le-am descris. Cum am remarcat și mai înainte, nu trebuie să dăm nici o semnificație "benzilor" și "stărilor interne" etc., care caracterizează abordarea ingenioasă dar particulară a lui Turing. Există și alte moduri de a exprima ideea de calculabilitate, primul dintre acestea în ordine istorică fiind remarcabilul "calcul lambda" al logicianului american Alonzo Church, ajutat de Stephen C. Kleene. Procedeul lui Church a fost cu totul diferit, și în mod clar mai abstract decât cel al lui Turing. De fapt, în forma în care și-a formulat Church ideile, există o legătură evinentă destul de slabă între ele și ceva care ar putea fi numit "mecanic". Ideia ce stă la baza procedeului lui Church este, într-adevăr, *abstractă* în esența ei – o operație matematică pe care Church a numit-o "abstractizare".

Cred că este momentul să dau o scurtă descriere a schemei lui Church, nu numai pentru că ea ilustrează că de fapt calculabilitatea este o idee matematică independentă de orice concept particular de mașină de calcul, ci și pentru că ilustrează forța ideilor abstracte în matematică. S-ar putea ca cititorul care nu este prea familiarizat cu ideile matematice, sau interesat de astfel de lucruri, să prefere să treacă la capitolul următor – și nu va fi o pierdere imporantă. Cu toate acestea, eu cred că acești cititori ar putea avea de profitat dacă ar mai rămâne încă puțin împreună cu mine, fiind astfel martori ai magicei economii ai schemei lui Church (vezi Church 1941).

În această schemă este vorba de un "univers" de obiecte, notate să spunem:

$$a, b, c, d, \ldots, z, a', b', \ldots, z', a'', b'', \ldots, a''', \ldots a'''', \ldots$$

fiecare reprezintând o operație matematică sau o *funcție*. (Motivul pentru care s-au folosit și litere prime este pentru a avea o rezervă nelimitată de simboluri pentru a denumi astfel de funcții.) "Argumentele" acestor funcții – cu alte cuvinte, lucrurile asupra cărora acționează aceste funcții – sunt alte lucruri de același fel, adică tot funcții. Mai mult, rezultatul (sau "valoarea") unei astfel de funcții ce acționează asupra alteia va fi tot o funcție. (Există, efectiv, o economie minunată în ceea ce privește conceptele în sistemul lui Church.) Astfel, când scriem

$$a = bc$$

* O formă mai obișnuită de notare ar fi fost: $a = b(c)$, să spunem, dar aceste paranteze nu sunt realmente necesare și este mai bine să ne obișnuim fără ele. Folosirea lor ar duce la formule destul de greoaie cum ar fi $(f(p))(q)$ și $((f(p))(q))(r)$, în loc de $(fp)q$ și respectiv $((fp)q)$.

înţelegem că rezultatul acţiunii funcţiei b asupra lui c este o altă funcţie a. Nu este dificil să se exprime ideia de funcţie de două sau mai multe variabile în această schemă. Dacă dorim să considerăm funcţia f ca fiind de două variabile p şi q, să zicem, sciem

$$(fp)q$$

(care este rezultatul funcţiei fp aplicat lui q). Pentru o funcţie de trei variabile

$$((fp)q)r,$$

şi aşa mai departe.

Ajungem acum la remarcabila operaţie de *abstractizare*. Folosim pentru ea litera grecească λ (lambda) urmată imediat de o literă ce reprezintă una dintre funcţiile lui Church, fie x, pe care o considerăm ca o "variabilă fantomă". Fiecare apariţie a variabilei x în expresia din paranteze drepte ce urmează imediat este considerată doar ca un "spaţiu" în care poate fi substituit tot ce urmează intregii expresii. Astfel dacă scriem

$$\lambda x.[fx],$$

înţelegem funcţia care atunci când acţionează asupra lui, să spunem a, produce rezultatul fa. Adică,

$$(\lambda x.[fx])a = fa.$$

Cu alte cuvinte, $\lambda x.[fx]$ este pur şi simplu funcţia f, adică

$$\lambda x.[fx] = f.$$

Este momentul să ne oprim şi să reflectăm puţin. Aceasta este una dintre acele subtilităţi matematice ce par atât de pedante şi de banale încât este posibil să fie trecute complet cu vederea. Să luăm un exemplu simplu ales din cele învăţate în şcoală. Considerăm că funcţia f este operaţia trigonometrică de a calcula sinusul unui unghi, astfel că funcţia abstractă "sin" este definită prin

$$\lambda x.[\sin x] = \sin.$$

(Nu trebuie să vă preocupe cum poate fi considerată "funcţia" x ca fiind un unghi. Vom vedea imediat cum pot fi considerate numerele ca funcţii, iar un unghi este chiar un fel de număr.) Până acum, totul *este* într-adevăr relativ banal. Dar să ne imaginăm că notația "sin" nu a fost inventată încă, și că pentru $\sin x$ folosim o expresie sub formă de serie de puteri:

$$x - \tfrac{1}{6}x^3 + \tfrac{1}{120}x^5 - \ldots.$$

În acest caz putem defini

$$\sin = \lambda x.[x - \tfrac{1}{6}x^3 + \tfrac{1}{120}x^5 - \ldots].$$

Observăm că, putem defini chiar mai simplu, "folosind funcții", să spunem, operația "unu pe șase și ridicare la cub" pentru care nu există notație standard:

$$Q = \lambda x.[\tfrac{1}{6}x^3]$$

și găsim, de exemplu,

$$Q(a + 1) = \tfrac{1}{6}(a + 1)^3 = \tfrac{1}{6}a^3 + \tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{6}.$$

Ar fi mai potrivite pentru discuția prezentă expresii formate doar din operații funcționale elementare ale lui Church, de felul:

$$\lambda f.[f(fx)].$$

Aceasta este funcția care, atunci când acționează asupra unei alte funcții, fie g, produce g iterat de două ori ce acționează asupra lui x, adică

$$(\lambda f.[f(fx)])g = g(gx).$$

Am putea să "abstractizăm în afară" primul x, pentru a obține

$$\lambda f.[\lambda x.[f(fx)]],$$

care poate fi prescutat la

$$\lambda fx.[f(fx)].$$

Aceasta este operația care, atunci când acționează asupra lui g, produce funcția "g iterat de două ori". De fapt aceasta este chiar funcția pe care Church o identifică cu numărul natural 2:

$$\mathbf{2} = \lambda fx.[f(fx)],$$

astfel $(\mathbf{2}\,g)y = g(gy)$. El definește în mod similar:

$$\mathbf{3} = \lambda fx.[f(f(fx))], \qquad \mathbf{4} = \lambda fx.[f(f(f(fx)))] \qquad \text{etc.},$$

împreună cu

$$\mathbf{1} = \lambda fx.[fx], \qquad \mathbf{0} = \lambda fx.[x].$$

În realitate, "$\mathbf{2}$"-ul, lui Church, este mai asemănător cu "de două ori", iar "$\mathbf{3}$"-ul său cu "de trei ori" etc. Astfel, acțiunea lui $\mathbf{3}$ asupra unei funcții f, și anume $\mathbf{3}f$, este operația "iterează pe f de trei ori". Acțiunea lui $\mathbf{3}f$ asupra lui y, ar fi deci $(\mathbf{3}f)y = f(f(f(y)))$.

Să vedem cum poate fi exprimată în schema lui Church o operație aritmetică foarte simplă și anume operația de a aduna $\mathbf{1}$ la un număr. Definim

$$S = \lambda abc.[b((ab)c)].$$

Pentru a ilustra că S doar adaugă $\mathbf{1}$ la un număr scris în notația lui Church, să testăm aceasta pe:

$$\begin{aligned} S\,\mathbf{3} &= \lambda abc.[b((ab)c)]\ \mathbf{3} = \lambda bc.[b((\ \mathbf{3}\ b)c)] \\ &= \lambda bc.[b(b(b(bc)))] = \mathbf{4}, \end{aligned}$$

deoarece $(\mathbf{3}\ b)c = b(b(bc))$. Aceasta se aplică la fel de bine oricărui alt număr natural. (De fapt am fi putut folosi la fel de bine $\lambda abc.[(ab)(bc)]$ pentru S.)

Dar cum se poate înmulți un număr cu doi? Această dublare poate fi realizată prin

$$D = \lambda abc.[(ab)((ab)c)],$$

care poate fi ilustrată prin acțiunea sa asupra lui $\mathbf{3}$:

$$\begin{aligned} D &= \lambda abc.[(ab)((ab)c)]\ \mathbf{3} = \lambda bc.[(\ \mathbf{3}\ b)((\ \mathbf{3}\ b)c)] \\ &= \lambda bc.[(\ \mathbf{3}\ b)(b(b(bc)))] = \lambda bc.[b(b(b(b(b(bc)))))] = \mathbf{6}\ . \end{aligned}$$

Operațiile aritmetice de bază de adunare, înmulțire și ridicare la o putere pot fi definite, respectiv, prin:

$$A = \lambda fgxy.[((fx)(gx))y],$$

$$\hat{I} = \lambda fgx.[f(gx)],$$

$$P = \lambda fg.[fg].$$

Cititoarea sau cititorul se poate convinge singură, singur – sau ne poate crede pe cuvânt – că într-adevăr

$$(A\mathbf{m})\,\mathbf{n} = \mathbf{m}+\mathbf{n}, \quad (M\mathbf{m})\,\mathbf{n} = \mathbf{m}\times\mathbf{n}, \quad (P\mathbf{m})\,\mathbf{n} = \mathbf{n}^{\mathbf{m}},$$

unde $\mathbf{m}$ și $\mathbf{n}$ sunt funcțiile lui Church pentru două numere naturale, $\mathbf{m} + \mathbf{n}$ este funcția sa pentru suma lor, și așa mai departe. Ultima dintre acestea este cea mai uimitoare. Să o verificăm pentru cazul $\mathbf{m} = \mathbf{2}$, $\mathbf{n} = \mathbf{3}$:

$$\begin{aligned}
(P\,\mathbf{2}\,)\,\mathbf{3} &= ((\lambda fg.[fg])\,\mathbf{2}\,)\,\mathbf{3} = (\lambda g.[\,\mathbf{2}\,g])\,\mathbf{3}\\
&= (\lambda g.[\lambda fx.[f(fx)]g])\,\mathbf{3} = \lambda gx.[g(gx)]\mathbf{3}\\
&= \lambda x.[\,\mathbf{3}\,(\,\mathbf{3}\,x)] = \lambda x.[\lambda fy.[f(f(fy))](\,\mathbf{3}\,x)]\\
&= \lambda xy.[(\,\mathbf{3}\,x)((\,\mathbf{3}\,x)((\,\mathbf{3}\,x)y))]\\
&= \lambda xy.[(\,\mathbf{3}\,x)((\,\mathbf{3}\,x)(x(x(xy))))]\\
&= \lambda xy.[(\,\mathbf{3}\,x)(x(x(x(x(xy)))))]\\
&= \lambda xy.[x(x(x(x(x(x(x(x(xy))))))))] = 9 = \mathbf{3}^{\mathbf{2}}
\end{aligned}$$

Operațiile de scădere și de împărțire nu sunt atât de simplu de definit (și, într-adevăr, este necesară o convenție pentru a ști ce trebuie făcut cu "$\mathbf{m} - \mathbf{n}$" atunci când $\mathbf{m}$ este mai mic decât $\mathbf{n}$ și cu "$\mathbf{m} \div \mathbf{n}$" când $\mathbf{m}$ nu este divizibil prin $\mathbf{n}$) Un moment hotărâtor s-a petrecut la începutul anilor 1930 atunci când Kleene a descoperit cum să exprime operația de scădere în schema lui Church! Au urmat apoi și alte operații, iar în final, în 1937, Church și Turing au arătat, în mod independent, că oricare operație calculabilă (sau algoritmică) – în sensul mașinilor Turing – poate fi efectuată în termenii uneia dintre expresiile lui Church (și vice versa).

Acesta este un fapt cu adevărat remarcabil, și servește la exprimarea caracterului matematic și fundamental obiectiv al noțiunii de calculabilitate. La prima vedere, noțiunea de calculabilitate a lui Church are puțin de-a face cu mașinile de calcul. Cu toate acestea, are unele legături fundamentale cu calculul practic. În particular, remarcabilul și flexibilul limbaj de programare LISP încorporează în mod esențial structura de bază a calculului lui Church.

Precum am indicat și mai înainte, există și alte moduri de a defini noțiunea de calculabilitate. Post a dezvoltat, independent și aproape în același timp, un concept de mașină de calcul foarte apropiat de cel al lui Turing. A existat și o altă definiție a calculabilității (recursivitatea) datorată lui J. Herbrand și Gödel. H. B. Curry în 1929 și M. Schönfinkel în 1924 au dat o tratare diferită, din care s-a dezvoltat parțial calculul lui Church. (Vezi Gandy 1988). Interpretările moderne ale calculabilității (ca de exemplu cea a unei *mașini de înregistrare* *nelimitată*, descrisă în Cutland 1980) diferă considerabil în amănunt de aceea originală a lui Turing, și sunt ceva mai practice. Totuși, *conceptul* de calculabilitate rămâne același, oricare ar fi diferitele abordări.

Ca și multe alte idei matematice, în special cele fundamentale și deosebit de frumoase, ideia de calculabilitate pare a avea un fel de *realitate platoniciană* proprie. La această problemă misterioasă a realității platoniciane a conceptelor matematice va trebui să revenim în următoarele două capitole.

1. Am adoptat terminologia modernă obișnuită care include și zero printre "numerele naturale".
2. Există multe alte metode bine cunoscute de matematicieni, de a codifica perechi, triplete etc., de numere sub forma unui număr unic, dar mai puțin potrivite scopurilor noastre prezente. De exemplu, formula $1/2((a + b)^2 3a + b)$ reprezintă în mod unic perechile $(a. b)$ de numere naturale sub forma unui număr natural unic. Încercați!
3. În cele de mai sus, nu am introdus nici un semn pentru a *iniția* secvența de numere (sau de instrucțiuni etc.). Aceasta nu este necesară pentru datele de intrare, deoarece totul începe atunci când se întâlnește primul 1. În cazul rezultatelor, s-ar putea să nu știm *a priori* până unde să ne uităm pe banda cu rezultate pentru a găsi primul 1 (adică cel mai din stânga). Chiar dacă am mers un lung șir de 0-uri spre stânga, aceasta nu ne garantează că nu mai există încă un 1 *mai departe* spre stânga. Există multe soluții. Una dintre acestea este să se folosească întotdeauna un semn special (fie, codificat prin 6 în procedeul de contracție) pentru a iniția întregul rezultat. Dar, în descrierile ce le voi folosi voi adopta o idee mai simplă, considerând că "știm" întotdeauna cât de multă bandă a fost "citită" efectiv de dispozitiv (ne putem imagina că acesta lasă o "urmă" de un anumit fel), astfel că nu va trebui să examinăm, în principiu, o cantitate infinită de bandă pentru a fi siguri că am parcurs întregul rezultat.
4. O metodă de a codifica informația de pe două benzi pe una singură este să le intercalăm. Astfel, semnele cu număr impar de pe benda unică ar putea reprezenta semnele de pe prima bandă, iar cele cu număr par, semnele de pe a doua. O schemă similară ar putea fi adoptată pentru trei sau mai multe benzi. "Ineficiența" acestei metode constă în faptul că dispozitivul de citit va trebui să se deplaseze înainte și înapoi pe bandă pentru a însemna unde se găsește, atât pe partea pară cât și pe cea impară.
5. Acest procedeu se referă doar la modul în care o bandă marcată poate fi interpretată ca reprezentând un număr natural. Ea nu modifică numerele mașinilor noastre Turing concrete, ca de exemplu: **EUC** sau **XN +1**.
6. Dacă T_n *nu* ar fi specificată corect, *U* ar proceda ca și cum numărul pentru *n* s-ar termina de îndată ce ar ajunge la primul șir de mai mult de patru 1-uri din expresia binară a lui *n*. Ar citi continuarea acestei expresii ca reprezentând partea din bandă corespunzătoare lui *m*, și ar efectua astfel în continuare un calcul fără sens! Dacă dorim putem evita aceasta, aranjând ca *n* să fie exprimat în notația binară *expandată*. Nu am făcut aceasta pentru a nu complica și mai mult descrierea bietei mașini universale *U*!
7. Sunt îndatorat lui David Deutsch pentru deducerea formei zecimale a reprezentării binare a lui *u* pe care am reprezentat-o mai jos. și sunt îndatorat și pentru că a verificat că această valoare binară a lui *u dă efectiv* o mașină Turing universală! Valoarea binară a lui *u* este:

100000000101111010011010001001010101101000110100010100000110101001101000101010

01011010000110100010100101011010010011101001010010010111010100011101010100100

10101110101010011010001010001010110100000110100100000101011010001001110100101

00001010111010010001110100101010000101110100101001101000010000111010100001110

10100001001001110100010101011010100101011010000011010101001011010010010001101

000000001101000000011101010010101010111010000100111010010101010101010111010000

10101011101000010100010111010001010011010010000101001101001010010011010010001

01101010001011101001001010111010010100011101010010100100111010101010000110100

10101010111010100100010110101000010110101000100110101010101000101101001010100

10010110101001001011101010100101011101010010100110101010000111010001001001010

11101010100101011101010100000111010100100000110101010100101110101001010110100

010010001110100000000111010010100101010101110100101001001010111010000010101110

10000100011101000001010100111010000101001110100000100010111010001000011101000

01001010011101000100001011010001010010111010001010010110100100000101101000101

01001001101000101010101110100100000111010010010101010111010101010011010010001

01011010010010010110100000001011010000010001101000001001011010000000001101001

01000101110100101010001101001010010101101000001001110100101010010110100100111

01010000001010111010100000011010101000101010110100101010110101000010101110101

00100101011101010001001011010100100001011101000000111010100100010110101001010

01101010100010111010100101001011101010100000101110101010000010111010000001110

10101000010101110100101010110101010000101110101000101010111010101001001011101

01010100001110101000000011101001001000011010010010001011010101010100111010000

00001011010010000110101010101001011101001000011010010001010101110100001000111

01000100001110100001101000000010110100000100101110101010010101011010001000100

10111010000010011101010100110100000101010110100001000011101001000010001110101

01010101001110100001001001110100010010000111010000101001011010000101000011101

01010101010111010001001001101000100100110101001010010111010001000101011101000

00001110100010010010111010011010010010000101101010101001101000101000101110100

00110101000010001011010100110101010010100101101010100110100100101011101001101

00100000101101000101010100011101001000010101101000000100110100100010010111010

01000011010100000100101110100100101001101001001010101101001101001001010010110

10011010010100000101101001000001110101001001101010101000010111010010100001011

10100101010101110101000100101101001001110100101010001011101000100111010100001

01101001001110100101010101011101001000111010010101010010111010010001110101000

0010101011100110101000001011010010011101010000010111010010110101000001010110

10010100101110101000010010111010000110101000100001011010100110101000100010110

10101010010111010100010100101101000101010101110100100001010110101000101110101

00100101010111010101001001011101010001110101000111010100100100101110101000111

01010010100010111010100010111010100001001011101010001110100010100010111010010

10010111010100101010010111010010101010101011010100001010101011010000100111010

00010101010101110101010001010111010101000101011101000000111010101000100101110

10000001110101010010001011101010000001101010000101101000000111010010000001011
10101000111010100100010101110101001101010101000101011010000011010101010010101
01101000000100110101010100100111010100110101010100100101101010011010010010011
10100000110101010101001010110101000100110100010100101010111010000011010101010
10100101101000100011101000101010101010110100010001110100001010111010001001000
0111010011010000000010011101000000010010111010001000101001110100000010010111010
0101010101010010110100001010101011101000100101001011101000001000101110101010010
1101000100010011101000000100101011101000000010101011010000100011100111101000010
00001110100001001001110100000101001011101000001010010110100001000101011101000
01000100110100010000111010111101000010010010111010000100100101110100000001010
111010000101010001101000100101110100001000001110100001001110100010000001011101
0101001011010001000000101110100001010101011101000000010101011101000100001010111
010001000001010111010010000011101010010010011010000001010111010001000100101110
10101000011101010010101101001010101000011010000010100110100000000111010000000100
10011101001011010010001010010110101010011010001010010010110101010011010001010
100001011001101010010010111010101001101000101010101011001101010001010101100110
10010001010101011101000100011101001001010101010110100101001010001101001000000
101110100000011010101001010101011010010101011010010001000101110100010101011010
10000010101101000100000110100100010101101000010011101010010101010101110100101
10100100100010101100110100100100101010111010011010010010010101101001011010010
01001001011010010110100100101000101100110100100101001010111010001010111010010
01011100110100100101010010111001101001010001010101110100010001110100001010010
110100101000101111010010100010101101000100111010010100010010111010001001110100
10100100010111001101001000100011101000100111010010100101010111001101001010000
011100110101010101011010000000011101001010100101010111010010001110100101010010
101110011010000101001001100110101000001101000000001110100101010100101011100110
101000100001101000000001110100010010101010111010001000111010101010101010101101
00001001110100100010010101110100101010001001101010000000101101001001110101000
010101110100100001101010000000010110100100011101010010010111010000110101000010
10101101010001011101010000101001011101010001011101010001010101011100110101000
1010110100001101010001001010

S-ar putea ca unii dintre cititori, mai întreprinzători, care au acasă un calculator bun să dorească să verifice, cu prescripţiile date în text, că folosind codificarea de mai sus se obţine efectiv un mod de operare a maşinii Turing universale, aplicându-l unor maşini Turing cu numere simple!

Ar putea fi posibilă o micşorare a lui u folosind o maşină Turing cu o altă specificare. De exemplu, în loc de STOP am putea adopta regula ca maşina să se oprească ori de câte ori reintră în starea internă 0 după ce a fost într-o altă stare internă. Prin aceasta nu s-ar câştiga prea mult (dacă s-ar câştiga ceva). S-ar obţine un câştig mai mare dacă am folosi benzi şi cu alte marcaje în loc doar de 0 sau 1. Maşini Turing universale foarte concise există descrise în literatură, dar această conciziune dezamăgeşte, deoarece ele folosesc o codificare extraordinar de complicată.

8. Pentru o discuţie nu foarte strict matematică legată de această afirmaţie vestită vezi Devlin (1988).

9. Am putea, desigur, întrece şi acest algoritm îmbunătăţit, aplicând procedeul de mai sus iarăşi şi iarăşi. Am putea folosi noile noastre cunoştiinţe pentru a îmbunătăţi în continuare algoritmul nostru; l-am putea întrece şi pe acesta, şi tot aşa. Acest mod de a trata problema la care ne conduce procedeul iterativ va fi discutat în legătură cu teorema lui Gödel, în capitolul 4, paragraful despre gândirea matematică.

3

MATEMATICĂ ŞI REALITATE

Ţara lui Tor'Bled-Nam

Să ne imaginăm că suntem într-o lungă călătorie într-o lume foarte îndepărtată. O vom denumi lumea Tor'Bled-Nam. Dispozitivul nostru de teledetecţie a recepţionat un semnal care este acum vizualizat pe ecranul din faţa noastră. Imaginea ce ne apare este cea din figura 3.1:

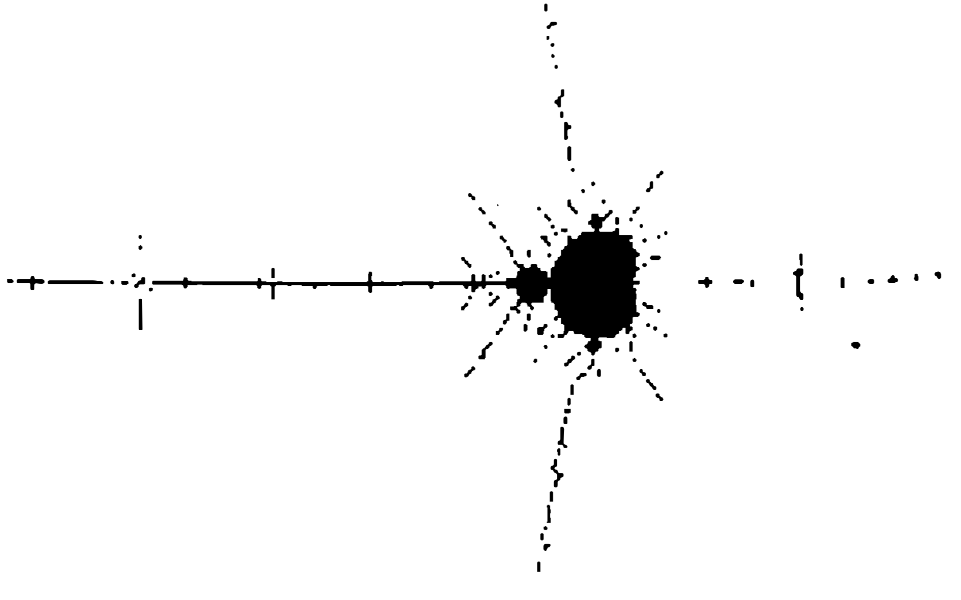


Fig. 3.1. O primă privire asupra unei lumi neobişnuite.

Ce poate fi? Este, oare, vreo insectă ciudată? Sau, poate că este un lac întunecat cu o mulțime de râuri de munte ce se varsă în el. Sau, poate fi un oraș locuit de extratereștri, vast și de o formă stranie, cu drumuri ce-l străbat în diferite direcții spre orașe sau sate vecine? Este, poate, o insulă, și în acest caz, să încercăm să descoperim dacă există un continent învecinat cu care este asociată. Acest lucru îl putem realiza "dându-ne înapoi", adică, reducând mărirea imaginii dată de dispozitiv, de exemplu, de aproximativ cincisprezece ori. Când, ce să vezi? Această lume ni se oferă privirii (figura 3.2):

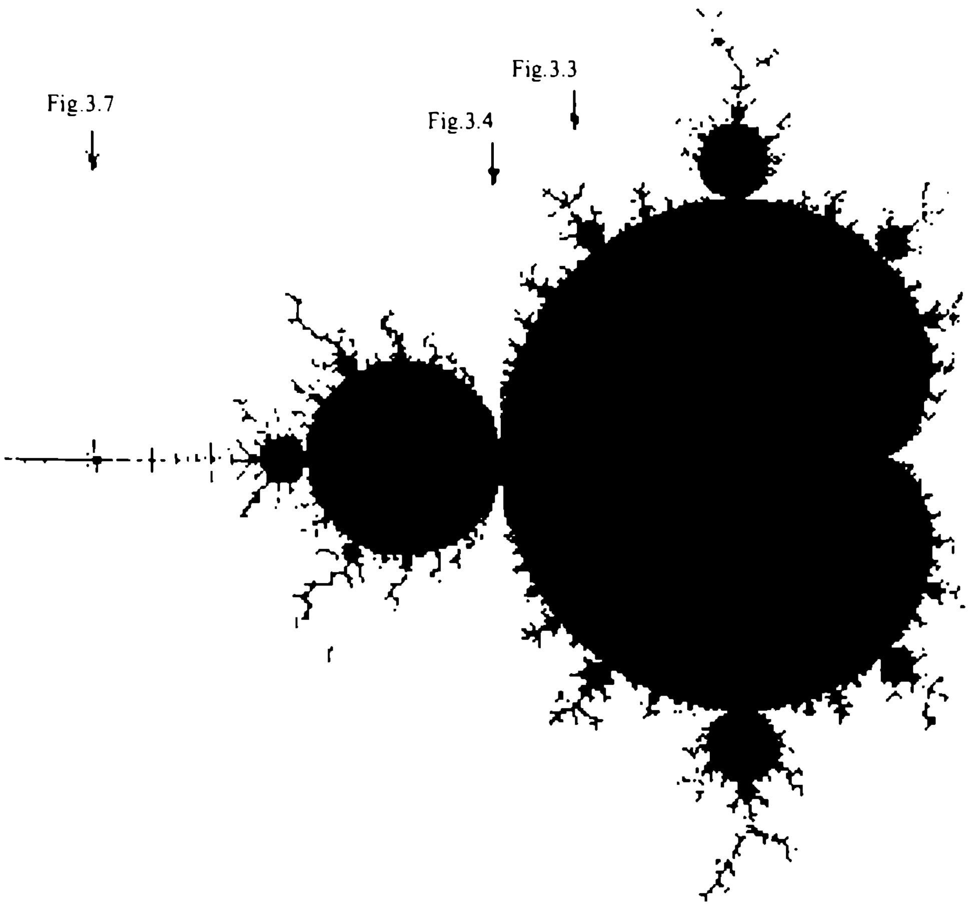


Fig. 3.2. Lumea lui "Tor'Bled-Nam" în întreaga ei splendoare. Sunt indicate prin săgeți localizările regiunilor prezentate mărit în figurile 3.1, 3.3 și 3.4.

"Insula" noastră apare ca un mic punct indicat sub săgeata marcată "Fig. 3.1" din figura 3.2. Filamentele (râuri, drumuri, poduri?) ce pornesc din insulă prezintă toate un capăt, cu excepția celui corespunzător interiorului crevasei situate în partea dreaptă a imaginii din figura 3.1 și care, în final, se unește cu obiectul de dimensiuni mult mai mari reprezentat în figura 3.2. Acest obiect mai mare este, în mod evident, similar insulei pe care am văzut-o prima dată, deşi nu este exact la fel. Dacă studiem în detaliu ceea ce apare a fi linia de coastă a acestui obiect observăm nenumărate protuberanţe – de formă rotundă prezentând, la rândul lor, altele similare. Fiecare protuberanţă mică pare a fi ataşată de una mai mare, cu un punct de contact foarte mic, producând "muguri" peste " muguri". Pe măsură ce imaginea devine mai clară, vedem un număr imens de filamente subţiri ce ies din această structură. Filamentele, la rândul lor, prezintă bifurcaţii în diferite locuri, şerpuind adesea la întâmplare. În anumite puncte de pe filamente există mici noduri complicate pe care dispozitivul nostru cu care privim nu le poate distinge clar la actuala mărire. În mod evident, obiectul nu este o insulă, sau un continent, şi nici vreun peisaj. Probabil că vedem un gândac enorm şi primul lucru pe care l-am observat a fost de fapt una din progeniturile lui, încă ataşată printr-un fel de cordon ombilical filamentar.

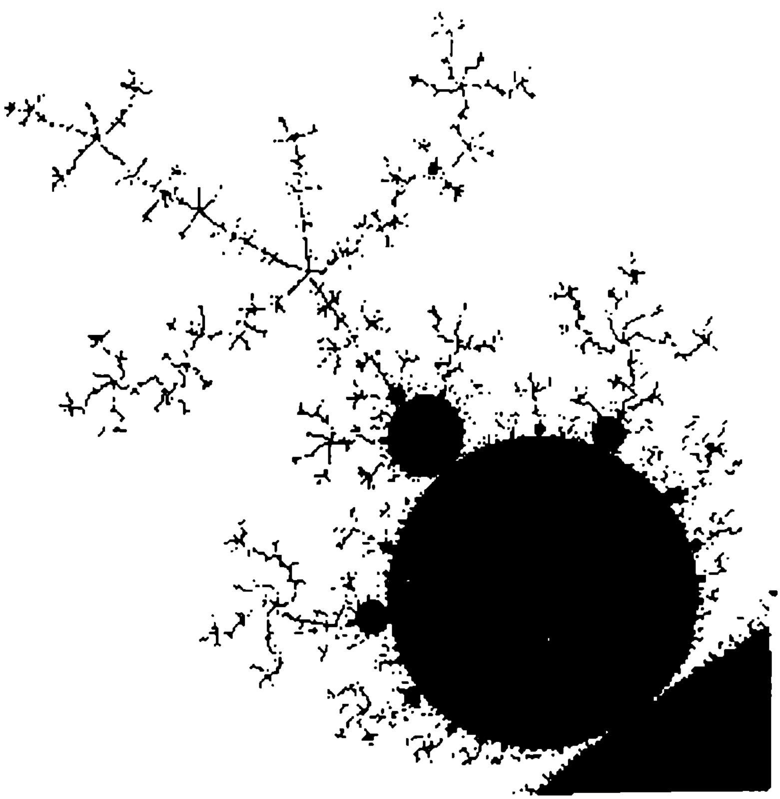


Fig. 3.3. Un mugure ce posedă "grupuri de câte cinci" filamente.

Să încercăm să examinăm natura unuia dintre "mugurii" creaturii noastre, crescând mărirea imaginii de aproximativ 10 ori (vezi figura 3.3 – localizarea fiind indicată sub săgeata marcată "Fig.3.3", din figura 3.2). Mugurele se aseamănă foarte mult cu creatura, în totalitatea ei – exceptând punctul de legătură. Este de notat faptul că există în figura 3.3 puncte din care pleacă cinci filamente. Deoarece există mai multe astfel de puncte cu câte cinci filamente s-ar putea ca aceasta să fie o caracteristică a acestui mugure: de a poseda "grupuri de câte cinci" filamente (după cum s-ar părea că mugurele cel mai de sus are caracteristica de a avea "grupuri de câte trei"). Într-adevăr, dacă am examina următorul mugure de dimensiuni rezonabile, situat ceva mai jos spre stânga în figura 3.2, vom descoperi un "grup de şapte".

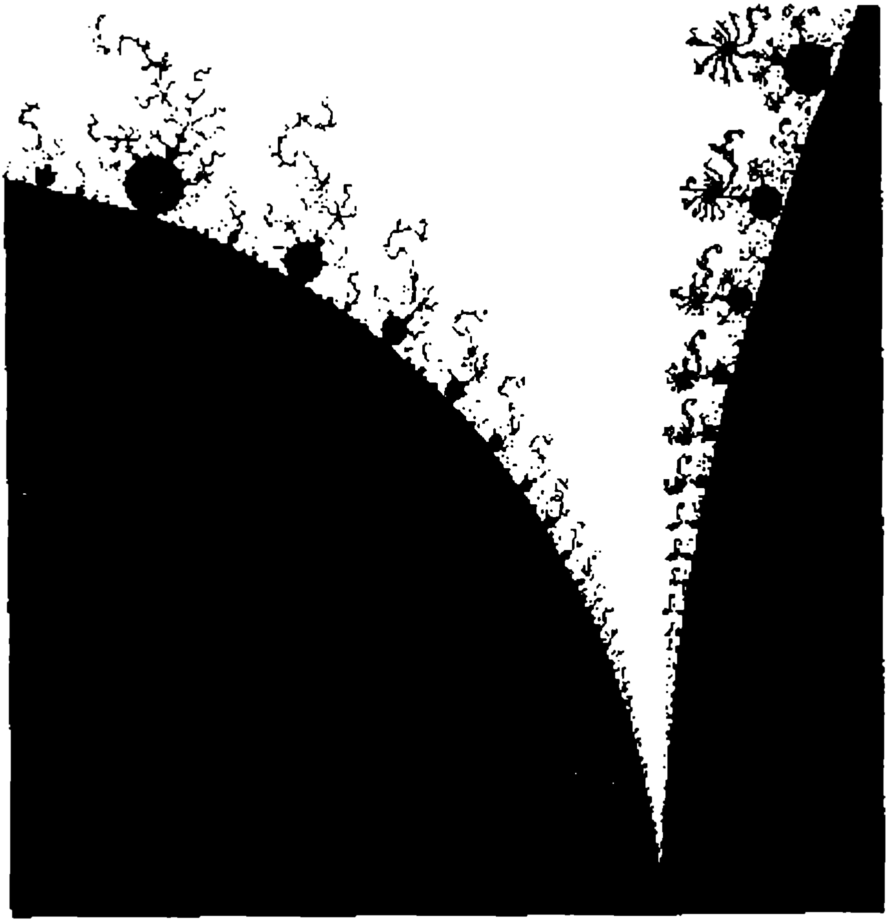


Fig. 3.4. Crevasa principală. Pe partea din dreapta jos se observă "Valea Căluţilor de Mare".

La următorul vom descoperi un "grup de nouă" şi aşa mai departe. Pe măsură ce pătrundem în crevasa dintre regiunile cele mai mari ale figurii 3.2, vom descoperi, în partea dreaptă, muguri caracterizaţi prin numere impare, ce se dublează de fiecare dată. Să facem o examinare atentă a profunzimii crevasei mărind figura 3.2 de aproximativ 10 ori, rezultând astfel figura 3.4. Observăm în noua imagine numeroşi alţi mici muguri şi, de asemenea, multe vârtejuri. Se pot distinge, în dreapta, mici spirale asemănătoare cu "coada unui căluţ de mare" iar zona va fi cunoscută sub denumirea de "Valea Căluţilor de Mare". Aici, dacă vom mări suficient de mult, vom descoperi variate "anemone de mare" sau regiuni cu înfăţişare florală distinctă. Probabil aceasta este, într-adevăr, o linie de coastă exotică sau vreun recif de coral bogat în diverse forme de viaţă. Ceea ce pare a fi o floare se va revela, la o mărire ulterioară, a fi compusă din nenumărate mici structuri incredibil de complicate, fiecare prezentând numeroase filamente şi cozi în formă de spirală.

Fig.3.6.

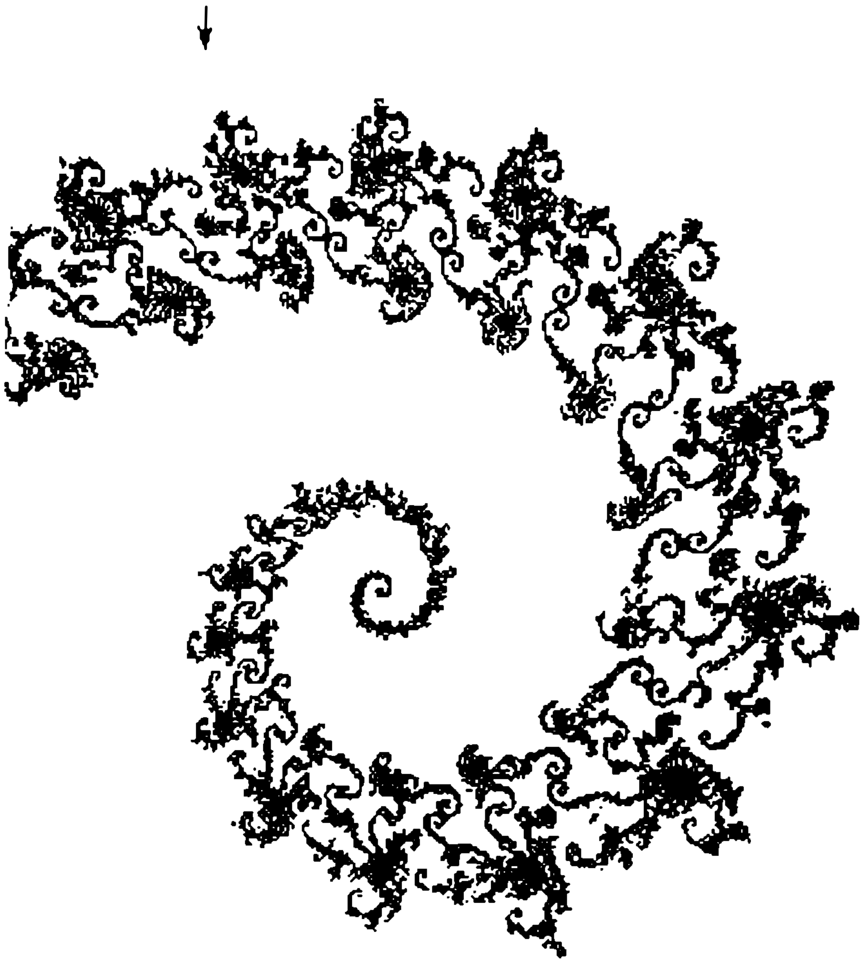


Fig. 3.5. Coada unui căluţ de mare privită de aproape.

Să examinăm mai în detaliu una dintre cele mai mari cozi de căluţ de mare, şi anume cea situată la limita discernabilităţii, indicată prin săgeata marcată

"Fig. 3.5" din figura 3.4 (care este atașată unui mugure prezentând un "grup de 29" de filamente!). La o mărire ulterioară de aproximativ 250 de ori, vom obține spirala reprezentată în figura 3.5. Descoperim că aceasta nu este o coadă obișnuită ci este constituită, la rândul ei, din cele mai complicate vârtejuri, cu nenumărate mici spirale și regiuni în formă de caracatiță și de căluți de mare.

În multe locuri structura are conexiuni chiar în zona în care se unesc două spirale. Să examinăm una dintre aceste zone de intersecție (indicată sub săgeata marcată prin "Fig. 3.6" în figura 3.5) mărind-o de aproximativ treizeci de ori. Și ce vedem: nu distingem oare, în mijloc, un obiect neobișnuit, dar deja familiar?

Fig. 3.6. Zona de unire a două spirale, la o nouă mărire. Aceeași creatură se poate vedea in punctul din centru.

O mărire ulterioară de aproximativ șase ori a figurii 3.6 conduce la obținerea imaginii din figura 3.7 ce scoate la iveală o mică creatură – aproape identică cu întreaga structură pe care tocmai o examinăm!

La o privire mai atentă vom observa că filamentele ce pleacă de la ea diferă puţin de cele ale structurii principale, şi se întind până la distanţe relativ mai mari. Dar mica creatură abia dacă se deosebeşte de "părintele" ei, mergând chiar până la a poseda propriile progenituri, în poziţii asemănătoare.

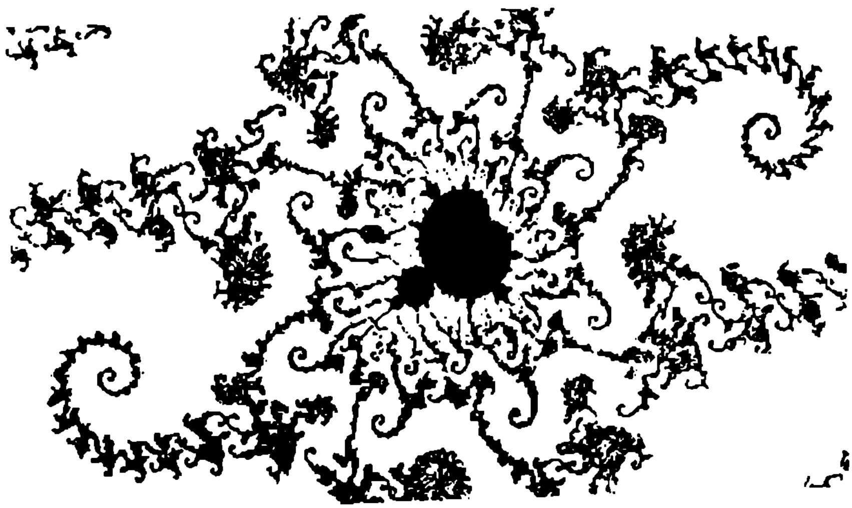


Fig. 3.7. Mărind în continuare, observăm că mica creatură seamănă îndeaproape cu întreaga lume a lui Tor'Bled-Nam.

Aceste progenituri pot fi examinate, la rândul lor, după o ulterioară mărire. "Nepoţii" vor semăna, de asemenea, cu "străbunii" lor. Observăm că putem continua indefinit. Putem explora această lume extraordinară a lui Tor'Bled-Nam, atât cât dorim, prin măriri succesive. Vom descoperi o varietate nesfârşită: nu există două regiuni care să fie exact la fel – şi totuşi există o trăsătură generală cu care, curând, ne familiarizăm. Familiarele, de acum, creaturi sub formă de gândac se ivesc la dimensiuni din ce în ce mai mici. De fiecare dată, structurile filamentare învecinate diferă de ceea ce am văzut anterior şi ni se prezintă cu noi scene fantastice, de o complexitate inimaginabilă.

Ce ţară este aceasta atât de neobişnuită, variată şi minunat de complexă pe care am descoperit-o întâmplător? Fără îndoială că mulţi cititori ştiu deja. Dar s-ar putea ca mulţi să nu ştie. Această lume nu este altceva decât un exemplu de matematică abstractă – mulţimea cunoscută sub numele de mulţimea Mandelbrot.*[1] Cu siguranţă că este complicată; cu toate acestea ea este generată

* Sperăm că cititorul a sesizat că pentru numele acestei lumi numită de autor Tor'Bled-Nam, ce reprezintă lumea mulţimii Mandelbrot, autorul a folosit un joc de cuvinte, inversând literele numelui acestui matematician, şi dându-i o rezonanţă scandinavă. (N.T.)

printr-o regulă de o remarcabilă simplitate! Pentru a explica această regulă, este necesar să explic, în prealabil, ce este un *număr complex*. Vom utiliza și numerele complexe ulterior. Ele sunt absolut fundamentale pentru mecanica cuantică și, de aceea, sunt de bază în activitatea de cercetare a lumii în care trăim. Ele constituie, de asemenea, unul dintre Marile Miracole ale Matematicii. Pentru a explica ce este un număr complex este necesar, mai întâi, să reamintim cititorului ce se înțelege prin termenul de "număr real". Va fi, de asemenea, utilă indicarea relației dintre acest concept și realitatea "lumii reale"!

Numere reale

Ne reamintim că numerele *naturale* sunt mărimile întregi:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \ldots$$

Acestea sunt numerele cele mai elementare și de bază dintre toate diferitele tipuri de numere. O entitate discretă, de orice tip, poate fi determinată sub raport cantitativ utilizând numerele naturale: putem vorbi de douăzeci și șapte de oi pe un câmp, de două fulgere, de douăsprezece nopți, de o mie de cuvinte, patru discuții, zero idei noi, o greșeală, șase absenți, două chimbări de direcție ș.a.m.d. Numerele naturale pot fi adunate sau înmulțite între ele pentru a se obține noi numere naturale. Ele au fost obiectul discuției noastre generale despre algoritmi din capitolul anterior.

Cu toate acestea, unele operații importante ne pot conduce la rezultate ce nu mai aparțin domeniului numerelor naturale – exemplul cel mai simplu fiind operația de scădere. Pentru definirea scăderii sunt necesare numere *negative*; putem alege astfel întregul sistem de numere *întregi*

$$\ldots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$$

Unele lucruri, cum ar fi sarcina electrică, bilanțurile bancare sau timpul exprimat în termeni calendaristici* sunt cuantificate prin numere de acest tip. Oricum, aceste numere sunt încă prea limitate pentru utilizarea în diverse scopuri, deoarece ele nu ne vor fi de nici un folos, uneori, dacă vom încerca să *împărțim* unul dintre aceste numere cu un altul. De aceea vom avea nevoie de numere *fracționare* sau *numere raționale*, cum mai sunt denumite:

---

* De fapt, convențiile obișnuite asupra datelor calendaristice nu au adoptat-o exact pe aceasta, deoarece anul zero este omis.

$$0, 1, -1, 1/2, -1/2, 2, -2, 3/2, -3/2, 1/3, \ldots$$

Aceste tipuri de numere sunt suficiente pentru operaţiile aritmetice care cer un număr finit de paşi, dar pentru multe alte scopuri este necesar să includem şi operaţiile în care numărul de paşi nu este finit. De exemplu, numărul π, – atât de familiar şi de o mare importanţă în matematică – apare în multe astfel de expresii infinite. În particular, avem:

$$\pi = 2\,\{(2/1)(2/3)(4/3)(4/5)(6/5)(6/7)(8/7)(8/9)\ldots\}$$

şi

$$\pi = 4(1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + \ldots).$$

(Acestea sunt expresii celebre, prima fiind obţinută în 1655 de matematicianul, gramaticianul şi expertul în cifru, englezul John Wallis; iar cea de-a doua expresie aparţine matematicianului şi astronomului scoţian (şi inventatorul primului telescop prin reflexie) James Gregory, în 1671). La fel ca şi în cazul numărului π, *nu este necesar* ca numerele definite în acest mod să fie raţionale (adică de forma n/m, unde n şi m sunt numere întregi, cu m diferit de zero). Sistemul de numere trebuie să fie *extins* pentru a include şi astfel de mărimi.

Acest sistem de numere extins este cunoscut sub denumirea de sistemul numerelor "reale" – acele numere familiare nouă care pot fi reprezentate cu un număr infinit de *zecimale*, cum ar fi:

$$-583{,}70264439121009538\ldots$$

Binecunoscuta expresie pentru π este în această reprezentare:

$$\pi = 3{,}14159265358979323846\ldots$$

Printre tipurile de numere care pot fi reprezentate, de asemenea, în acest mod sunt radicalii de ordinul doi (sau de ordinul trei, patru etc.) ai numerelor raţionale pozitive, cum ar fi:

$$\sqrt{2} = 1{,}41421356237309504\ldots\ldots;$$

sau, într-adevăr, radicalul de ordinul doi (sau de ordin trei etc.) al oricărui număr real pozitiv, ca de exemplu expresia pentru π găsită de marele matematician elveţian Leonhard Euler:

$$\pi = \sqrt{6(1 + 1/4 + 1/9 + 1/25 + 1/36 + \ldots\ldots)}\,.$$

Numerele reale reprezintă, de fapt, categoria familiară de numere cu care venim în contact în activitatea cotidiană deşi, în mod normal, utilizăm numai aproximaţii ale unor astfel de numere şi suntem mulţumiţi dacă utilizăm numere cu doar câteva zecimale. În expresiile matematice este necesar, totuşi, ca numerele reale să fie date *precis* şi este necesar un anumit mod de descriere infinită cum ar fi întregul şir infinit de zecimale sau posibil oricare altă expresie matematică infinită, ca, de exemplu, formulele de mai sus pentru π date de Wallis, Gregory şi Euler. (Voi utiliza aici scrierea zecimală, numai pentru că aceasta este foarte familiară. Pentru un matematician exiată şi alte căi, mai satisfăcătoare, pentru a reprezenta numerele reale, dar nu va trebui să ne preocupe aici aceasta.)

S-ar putea crede că este imposibil să se poată imagina un număr zecimal infinit *în totalitatea lui*, dar nu este aşa. Un exemplu simplu în care se poate imagina în mod clar întregul şir este:

$$1/3 = 0{,}333333333333333\ldots,$$

unde punctele indică continuarea la infinit a cifrei 3. Pentru a ne putea imagina acest număr zecimal, tot ceea ce este necesar să ştim este că partea zecimală continuă, într-adevăr, în acelaşi mod cu un număr infinit de cifre de trei. Orice număr raţional are o parte zecimală repetabilă (sau finită), ca de exemplu

$$93/74 = 1{,}2567567567567567\ldots,$$

unde secvenţa 567 se repetă la infinit. Şi aceasta poate fi imaginată în totalitatea ei. De asemenea, expresia:

$$0{,}220002222000002222220000000222222220\ldots,$$

care defineşte un număr *iraţional,* poate fi, în mod cert, imaginată în întregime (şirul cifrelor 0 şi 2 crescând de fiecare dată în lungime cu câte o cifră), şi pot fi date multe alte exemple similare. În fiecare caz vom fi mulţumiţi dacă vom cunoaşte o regulă conform căreia să fie construită partea zecimală. Dacă există vreun algoritm care generează zecimalele succesive, atunci cunoaşterea celui algoritm reprezintă o cale de a imagina întreaga parte zecimală infinită. Numerele reale a căror scriere poate fi generată prin algoritmi se numesc numere *calculabile* (vezi, de asemenea, paragraful despre alte tipuri de numere decât cele naturale, din capitolul 2). (Folosirea unei scrieri zecimale în locul uneia binare nu modifică cu nimic situaţia, deoarece numerele care sunt "calculabile" în acest sens sunt, de fapt, exact aceleaşi numere indiferent de baza de scriere folosită.) Numerele reale π şi $\sqrt{2}$, pe care tocmai le-am analizat, sunt exemple de astfel de numere calculabile. Poate că regula este puţin prea complicată pentru a o formula în detaliu, pentru fiecare caz dar, în principiu, nu este şi dificilă.

Oricum, există multe numere reale *necalculabile* în acest sens. Am văzut in capitolul anterior că există secvenţe necalculabile care sunt, totuşi, perfect de bine definite. De exemplu, putem considera partea zecimală a unui număr pentru care zecimala a n-a este 1 sau 0 în funcţie de faptul dacă a n-a maşină Turing, acţionând asupra numărului n, se opreşte sau nu. În general, în cazul unui număr real, considerăm că trebuie să existe şi o parte zecimală infinită. Nu considerăm că trebuie să existe un algoritm pentru generarea zecimalei a n-a şi nici că trebuie să cunoaştem vreo regulă care, în principiu, să definească care trebuie să fie zecimala a n-a.[2] Este incomod să se lucreze cu numerele calculabile. Nu putem avea numai operaţii calculabile, chiar dacă folosim numai numere calculabile. De exemplu, a decide, în general, dacă două numere calculabile sunt sau nu egale nu este nici măcar o problemă de calcul! Din acest motiv preferăm să utilizăm, în schimb, *toate* numerele reale, la care partea zecimală poate fi oricum şi nu doar, să zicem, o secvenţă calculabilă.

În final, aş nota faptul că există o identitate între un număr real a cărui parte zecimală se termină cu o succesiune infinită de 9-uri şi un altul a cărui parte zecimală se termină cu o succesiune infinită de 0-uri; de exemplu

$$-27,1860999999\ldots = -27,1861000000\ldots$$

Câte numere reale există?

Să ne oprim un moment pentru a aprecia vastitatea generalizării realizate prin trecerea de la numerele raţionale la numerele reale.

La prima vedere, s-ar putea considera că numărul numerelor întregi este mai mare decât numărul numerelor naturale, deoarece fiecare număr natural este şi un număr întreg, în timp ce anumite numere întregi (şi anume cele negative) nu sunt şi numere naturale; în mod similar, s-ar putea considera că numărul numerelor fracţionale este mai mare decât numărul numerelor întregi. Dar lucrurile nu stau aşa. Conform redutabilei şi admirabilei teorii a numerelor infinite, enunţată spre sfârşitul secolului trecut de marele matematician german, de origine rusă, Georg Cantor, numărul total al numerelor fracţionale, numărul total al numerelor întregi şi numărul total al numrelor naturale este *acelaşi* număr infinit notat $\aleph_0$ ("alef zero"). (Este de remarcat faptul că această idee a fost parţial anticipată cu aproximativ 250 de ani înainte, la începutul anilor 1600, de marele fizician şi astronom italian Galileo Galilei. Vom reaminti alte câteva realizări ale lui Galilei in capitolul 5.) Se poate observa că numărul numerelor întregi este același cu numărul numerelor naturale prin stabilirea unei "corespondențe biunivoce" după cum urmează:

Numere întregi		Numere naturale
0	$\leftrightarrow$	0
-1	$\leftrightarrow$	1
1	$\leftrightarrow$	2
-2	$\leftrightarrow$	3
2	$\leftrightarrow$	4
-3	$\leftrightarrow$	5
3	$\leftrightarrow$	6
-4	$\leftrightarrow$	7
	.	
.	.	.
$-n$	$\leftrightarrow$	$2n-1$
n	$\leftrightarrow$	$2n$

Remarcăm că fiecare număr întreg (în coloana din stânga) și fiecare numar natural (în coloana din dreapta) apare în listă o singură dată. Existența unei corespondențe biunivoce ca aceasta este cea care, în teoria lui Cantor, stabilește că numărul de obiecte din coloana din stânga este *același* cu numărul obiectelor coloanei din dreapta. Astfel, numărul numerelor întregi este, într-adevăr, același cu numărul numerelor naturale. În acest caz numărul este infinit, dar nu contează. (Singura trăsătură caracteristică a numerelor infinite este faptul că și după eliminarea câtorva membri ai uneia dintre liste putem *încă* găsi o corespondența biunivocă între cele două liste!) Similar, dar oarecum mai complicat, putem stabili o corespondență biunivocă între numerele fracționare și numerele întregi. (Pentru aceasta putem adapta una dintre modalitățile de a reprezenta *perechi* ale numerelor naturale, numărători și numitori, ca numere naturale individuale; vezi capitolul 2, paragraful despre codificarea binară a datelor numerice.) Mulțimile ce pot fi puse în corespondență biunivocă cu numerele naturale se numesc ***numărabile***, astfel că mulțimile infinite numărabile sunt acelea cu $\aleph_0$ elemente. Am văzut acum că numerele întregi sunt numărabile, ca de altfel și toate numerele fracționare.

Există mulțimi care *nu sunt* numărabile? Deși am extins sistemul, trecând întâi de la numerele naturale la numerele întregi, și apoi la numerele raționale, în realitate, numărul total al obiectelor pe care va trebui să le utilizăm nu a crescut. Am văzut că numărul obiectelor este numărabil în fiecare caz. Probabil cititorul are impresia că *toate* mulțimile infinite sunt numărabile. Nu este chiar așa deoarece situația este foarte diferită odată ce trecem la numerele reale. Una dintre realizările remarcabile ale lui Cantor a fost aceea că a arătat că, în realitate, există ***mai multe*** numere reale decât numere raționale. Pentru aceasta, Cantor s-a folosit de " metoda diagonalei" la care ne-am referit în capitolul 2 și pe care Turing a folosit-o la demonstrarea faptului că problema opririi mașinilor Turing nu are soluție. Demonstrația lui Cantor, la fel ca și cea de mai târziu a lui Turing, se face prin ***reductio ad absurdum***. Să presupunem că rezultatul pe care încercăm să-l stabilim este fals, adică mulțimea tuturor numerelor reale este numărabilă. În acest caz, numerele reale dintre 0 și 1 sunt, desigur, numărabile și vom putea avea o listă probând existența unei corespondențe biunivoce ce împerechează toate aceste numere cu numerele naturale, cum ar fi:

Numere naturale		Numere reale
0	$\leftrightarrow$	0,**1**0357627183. . .
1	$\leftrightarrow$	0,1**4**329806115. . .
2	$\leftrightarrow$	0,02**1**66095213. . .
3	$\leftrightarrow$	0,430**0**5357779. . .
4	$\leftrightarrow$	0,9255**0**489101. . .
5	$\leftrightarrow$	0,59210**3**43297. . .
6	$\leftrightarrow$	0,636679**1**0457. . .
7	$\leftrightarrow$	0,8705007**4**193. . .
8	$\leftrightarrow$	0,04311737**8**04. . .
9	$\leftrightarrow$	0,786350811**5**0. . .
10	$\leftrightarrow$	0,4091673889**1**. . .
.	.	
	.	
	.	

Am marcat cifrele de pe diagonală cu caractere aldine. Aceste cifre sunt, în acest caz particular:

1, 4, 1, 0, 0, 3, 1, 4, 8, 5, 1, . . .

Metoda liniei diagonale constă în a construi un număr real (cuprins intre 0 și 1) a cărui parte zecimală (adică cifrele după virgulă) diferă de cifrele de mai sus prezente în locurile corespunzătoare. Pentru o mai bună înțelegere, să considerăm că cifra zecimală trebuie să fie 1 când cifra de pe diagonală este diferită de 1, și 2 când cifra de pe diagonală este 1. Atfel, în acest caz obținem numărul real

0,21211121112. . . .

Acest număr real nu poate apărea în înșiruirea noastră deoarece diferă de primul număr la prima zecimală (după virgulă), de al doilea număr la a doua zecimală, de al treilea număr la a treia zecimală etc. Aceasta este o contradicție deoarece s-a presupus că lista noastră conține *toate* numerele reale între 0 și 1. Această contradicție stabilește ceea ce încercăm să demonstrăm, și anume că *nu există* o corespondență biunivocă între numerele reale și cele naturale și, în concluzie, numărul numerelor reale este, într-adevăr, *mai mare* decât numărul numerelor raționale și *nu este* numărabil.

Numărul numerelor reale este numărul infinit notat *C*. (*C* provine de la *continuum*, un alt nume dat sistemului numerelor reale.) S-ar putea pune întrebarea de ce acest număr nu se notează, să zicem, cu $\aleph_1$. De fapt, acest simbol $\aleph_1$ este folosit pentru următorul număr infinit mai mare decât $\aleph_0$, și a decide dacă, de fapt, $C = \aleph_1$ este o celebră problemă nerezolvată, așa numita *ipoteză a continuumului*.

Pe de altă parte, se poate face remarca că numerele *calculabile sunt* numărabile. Pentru a le număra să facem o listă, în ordine numerică, cu acele mașini Turing care generează numrere reale (adică care produc cifrele succesive ale numerelor reale). Putem elimina din listă orice mașină Turing care generează un număr real care a apărut deja în listă. Deoarece mașinile Turing sunt numărabile, rezultă că numerele reale calculabile sunt și ele numărabile. De ce nu putem aplica metoda diagonalei la această listă pentru a obține un nou număr calculabil care să *nu existe* în listă? Răspunsul constă în faptul că, în general, nu putem decide prin calcul dacă o mașină Turing trebuie să apară în listă sau nu. Deoarece, dacă am putea decide aceasta, ar însemna efectiv că suntem capabili să rezolvăm problema opririi execuției unui program. Unele mașini Turing pot porni pentru a produce cifrele unui număr real, dar apoi se pot bloca într-o buclă și nu vor mai genera niciodată o altă cifră (deoarece ele "nu se opresc"). Nu există nici o metodă calculabilă de a decide care dintre mașinile Turing se vor bloca în acest mod. Aceasta este, în principal, problema opririi. Astfel, deși prin metoda diagonalei se va putea produce un număr real, acel număr nu va fi unul calculabil. De fapt, acest raționament ar fi putut fi utilizat pentru a *arăta* existența numerelor necalculabile. Raționamentul folosit de Turing pentru a arăta existența claselor de probleme care nu pot fi rezolvate pe cale algoritmică, după cum s-a relatat în capitolul anterior, urmează în mod evident această linie de raționament. Ulterior vom întâlni și alte aplicații ale metodei diagonalei.

"Realitatea" numerelor reale

Numerele reale sunt denumite "reale" deoarece acestea par să ofere mărimile necesare pentru măsurarea distanței, unghiului, timpului, energiei, temperaturii sau a altor numeroase mărimi geometrice şi fizice. Totuşi, relaţia dintre numerele abstracte definite ca fiind "reale" şi mărimile fizice nu este atât de evidentă precum s-ar crede. Numerele reale se referă mai degrabă la o *idealizare matematică* decât la vreo mărime fizică obiectivă concretă. Sistemul numerelor reale are proprietatea că, de exemplu, între două astfel de numere, indiferent cât ar fi acestea de apropiate, există un al treilea număr. Nu se poate afirma cu certitudine că distanţele fizice sau timpul au această proprietate. Dacă am continua să micşorăm distanţa fizică dintre două puncte, am putea atinge, eventual, o dimensiune atât de mică încât conceptul de distanţă, în sensul obişnuit, ar putea înceta să mai aibă sens. Se anticipează că aceasta este într-adevăr situaţia la scala " gravitaţiei cuantice", ce reprezintă a 10^{20}-a parte din dimensiunea* unei particule subatomice. Dar pentru a exemplifica numerele reale va trebui să mergem la scări din ce în ce mai mici: de exemplu, a 10^{200}-a parte, a 10^{2000}-a parte, sau a $10^{10^{200}}$-a parte din dimensiunea unei particule. Nu este deloc clar dacă o astfel de scală absurd de redusă mai are vreo semnificaţie fizică. O remarcă similară este valabilă şi pentru intervalele de timp corespunzător de mici.

Sistemul numerelor reale este adoptat în fizică pentru utilitatea lui *matematică*, simplitatea şi eleganţa lui, dar şi pentru faptul că acest sistem concordă, într-un domeniu foarte larg, cu conceptele fizice de timp şi spaţiu. El *nu este* ales pentru că se ştie că el concordă cu aceste concepte fizice în *toate* domeniile. Se poate anticipa că nu există o astfel de concordanţă la o scală foarte redusă a spaţiului şi a timpului. În mod obişnuit, pentru măsurarea distanţelor mici se folosesc rigle, dar aceste rigle îşi vor evidenţia, la rândul lor, natura discontinuă atunci când vom coborâ la scala propriilor lor atomi. Aceasta nu ne va împiedica să continuăm să folosim numerele reale într-un mod cât se poate de precis, dar pentru a măsura distanţe şi mai mici sunt necesare metode mult mai sofisticate. Ar trebui să ne punem problema dacă nu cumva dificultatea întâlnită în domeniul distanţelor atât de mici nu ar putea fi de natură principială. După cum se dovedeşte, Natura este remarcabil de bună cu noi şi se constată că aceleaşi numere reale pe care ne-am oboşnuit să le utilizăm pentru descrierea lucrurilor la o scară obişnuită sau mai mare îşi menţin utilitatea şi la o scală mult mai mică decât dimensiunea atomilor – în mod cert până la o dimensiune mult mai mică decât a suta parte din diametrul "clasic" al unei particule subatomice, cum ar fi electronul sau protonul – şi, aparent, până la "scala gravitaţiei cuantice", douăzeci de ordine de mărime sub dimensiunea unei astfel de particule! Aceasta este o extrapolare cu adevărat extraordinară ce a fost făcută pornind de la experienţă. Conceptul familiar de distanţă exprimată prin numere reale pare a fi valabil, de asemenea, şi pentru

* Reamintesc că notaţia "10^{20}" reprezintă numărul 100000000000000000000, unde 1 este urmat de douăzeci de 0-uri.

distanța până la cel mai îndepărtat quasar și chiar mai departe, dând un domeniu total de cel puțin 10^{42}, și poate 10^{60} sau mai mult. Corectitudinea sistemului numerelor reale nu este, de fapt, contestată prea des. De ce există o atât de mare încredere în utilizarea acestor numere pentru descrierea corectă a fizicii, când experiența noastră asupra importanței unor astfel de numere cuprinde un domeniu comparativ limitat? Această încredere – probabil nefondată – se bazează (deși acest lucru nu este adesea recunoscut) pe eleganța logică, consistența și puterea de calcul a sistemului numerelor reale, precum și pe încrederea în profunda armonie matematică a Naturii.

Numere complexe

După cum s-a dovedit, sistemul numerelor reale nu deține un monopol în ceea ce privește eleganța și importanța matematică. De exemplu, radicalul de ordinul doi se poate extrage doar din numerele pozitive (sau zero) și nu se poate aplica și celor negative. Din punct de vedere matematic – și lăsând deoparte, momentan, orice legătură directă cu lumea fizică – ar fi extrem de comod dacă s-ar putea extrage rădăcina pătrată și din numerele negative, nu numai din cele pozitive. Să postulăm, pur și simplu, sau să "inventăm"" o rădăcină pătrată pentru numărul -1. O vom nota cu simbolul "i", și deci vom avea:

$$i^2 = -1.$$

Mărimea i nu poate fi un număr real deoarece produsul unui număr real cu el însuși este întotdeauna un număr pozitiv (sau zero, dacă numărul este zero). Din acest motiv s-a folosit, în mod convențional, termenul de *imaginar*, pentru numerele care ridicate la pătrat dau un număr negativ. Oricum, este important de remarcat faptul că aceste numere "imaginare" nu sunt mai puțin reale decât numerele "reale" cu care ne-am familiarizat. După cum am afirmat anterior, legătura dintre astfel de numere "reale" și realitatea *fizică* nu este atât de directă, sau de convingătoare pe cât pare la prima vedere, implicând o idealizare matematică de un rafinament infinit pentru care nu există *a priori* o justificare clară din natură.

Având deci, o rădăcină pătrată și pentru -1 nu este dificil, acum, să se obțină rădăcina pătrată pentru *toate* numerele reale. Deoarece, dacă a este un număr real pozitiv, atunci

$$i \times \sqrt{a}$$

reprezintă rădăcina pătrată a numărului real negativ $-a$. (Există, de asemenea, și o altă rădăcină pătrată și anume $-i \times \sqrt{a}$.) Ce se poate spune despre i? Are acesta o rădăcină pătrată? Desigur. Este ușor de verificat că:

$$(1 + \mathrm{i}) / \sqrt{2}$$

(precum şi $-(1 + \mathrm{i})\ \sqrt{2}$) ridicat la pătrat este egal cu i. Are *acest* număr, la rândul lui, o rădăcină pătrată? Din nou răspunsul este da; pătratul lui

$$\sqrt{\frac{(1+1/\sqrt{2})}{2}}+\mathrm{i}\sqrt{\frac{(1-1/\sqrt{2})}{2}}$$

sau a valorii lui negative este, într-adevăr, $(1 + \mathrm{i}) / \sqrt{2}$.

Observaţi că pentru formarea acestor mărimi ne-am permis să adunăm împreună numere reale şi imaginare, precum şi să înmulţim numerele noastre cu numere reale arbitrare (sau să împărţim la numere reale diferite de zero, ceea ce este echivalent cu înmulţirea cu inversul lor). Obiectele rezultate sunt cunoscute sub denumirea de *numere complexe*. Un număr complex este un număr de forma

$$a + \mathrm{i}b$$

unde a şi b sunt numere reale, numite *partea reală* şi, respectiv, *partea imaginară* a numărului complex. Regulile de adunare şi înmulţire a două astfel de numere urmează regulile obişnuite ale algebrei (învăţate în şcoală), cu regula suplimentară că $\mathrm{i}^2 = -1$:

$$(a + \mathrm{i}b) + (c + \mathrm{i}d) = (a + c) + \mathrm{i}(b + d)$$
$$(a + \mathrm{i}b) \times (c + \mathrm{i}d) = (ac - bd) + \mathrm{i}(ad + bc).$$

Se produce acum un lucru remarcabil! Motivaţia noastră pentru acest sistem de numere a fost de a putea obţine rădăcina pătrată din orice număr. Acest sistem de numere face posibilă aceasta, deşi nu este încă evident. S-a obţinut chiar mai mult: se pot calcula, fără teama de a greşi, rădăcina cubică, rădăcina de ordin cinci, rădăcina de ordin nouă, rădăcina de ordin π, rădăcina de ordin (1+i) etc. (aşa cum a arătat marele matematician al secolului al optsprezecelea, Leonhard Euler). Ca un alt exemplu al caracterului fascinant al numerelor complexe, să examinăm formulele trigonometrice, oarecum complicate la prima vedere, pe care a trebuit să le învăţăm în şcoală: sinusul şi cosinusul sumei a două unghiuri:

$$\sin (A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B,$$
$$\cos (A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B,$$

reprezintă partea imaginară, respectiv reală, a ecuaţiei complexe* mult mai simple (şi mult mai uşor de memorat!):

---

* Mărimea e = 2,7182818285 . . . (care reprezintă baza logaritmilor naturali, şi care este un număr iraţional ce are în matematică o importanţă comparabilă cu aceea a numărului π) este definită prin:

$$e^{iA+iB} = e^{iA}\, e^{iB}.$$

Tot ceea ce trebuie să cunoaştemn aici este "formula lui Euler" (obţinută, de asemenea, după cât se pare cu mulţi ani înaintea lui Euler de către remarcabilul matematician englez al secolului al şaisprezecelea, Roger Cotes)

$$e^{iA} = \cos A + i \sin A,$$

ecuaţie cu care facem substituţia în ecuaţia anterioară. Expresia rezultată este:

$$\cos(A + B) + i \sin(A + B) = (\cos A + i \sin A)(\cos B + i \sin B),$$

şi înmulţind cele două paranteze din partea dreaptă obţinem relaţia trigonometrică cerută.

Mai mult, orice ecuaţie algebrică de tipul

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \ldots + a_n z^n = 0$$

(în care a_0, a_1, ..., a_n sunt numere complexe, cu $a_n \neq 0$) poate fi rezolvată întotdeauna pentru o anumită valoare a numărului complex z. De exemplu, există un număr complex z ce satisface relaţia

$$z^{102} + 999z^{33} - \pi z^2 = -417 + i,$$

deşi acest lucru nu este deloc evident! Aceasta poartă uneori numele de "teorema fundamentală a algebrei". Diferiţi matematicieni ai secolului al opsprezecelea s-au străduit să demonstreze acest rezultat. Nici chiar Euler nu a găsit o demonstraţie generală satisfăcătoare. Apoi, în 1831, marele matematician şi om de ştiinţă Carl Friedrich Gauss, adoptând o cale complet neaşteptată de gândire, a putut da prima demonstraţie generală. Un element cheie al acestei demonstraţii a fost *reprezentarea geometrică* a numerelor complexe şi apoi folosirea unui raţionament *topologic**.

De fapt, Gauss nu a fost chiar primul care a folosit reprezentarea geometrică a numerelor complexe. Wallis a făcut aceasta cu aproximativ două sute de ani

---

$$e = 1 + 1/1 + 1/(1 \times 2) + 1/(1 \times 2 \times 3) + \ldots,$$

iar e^z înseamnă e ridicat la puterea z, şi în acest caz avem:

$$e^z = 1 + z/1 + z^2/(1 \times 2) + z^3/(1 \times 2 \times 3) + \ldots.$$

* Cuvântul "topologic" se referă la acel domeniu al geometriei – numit uneori "geometria foliei de cauciuc" – în care nu distanţele efective au importanţă, ci numai proprietăţile de continuitate ale obiectelor.

mai înainte, deşi nu a folosit-o cu un rezultat atât de important cum a facut-o Gauss. Numele legat, în mod normal, de această reprezentare geometrică a numerelor complexe este cel al lui Jean Robert Argand, un contabil elveţian, care a descris-o în 1806, deşi inginerul topograf norvegian Caspar Wessel a dat, de fapt, o descriere completă cu nouă ani înainte. Conform acestei terminologii convenţionale (dar nu în totalitate exactă din punct de vedere istoric) mă voi referi la reprezentarea geometrică obişnuită a numerelor complexe, ca *planul Argand.*

Planul Argand este un plan euclidian obişnuit cu coordonatele carteziene standard x şi y, unde x marchează distanţa pe orizontală (pozitivă spre dreapta şi negativă spre stânga), iar y marchează distanţa pe verticală (pozitivă în sus şi negativă în jos). Numărul complex (vezi figura 3.8.)

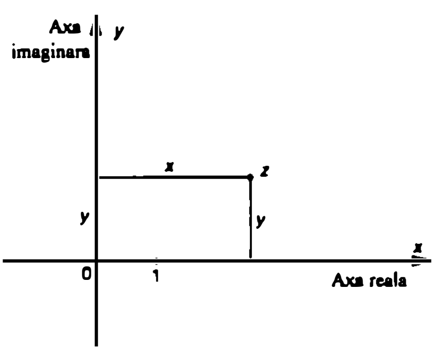


Fig.3.8. Planul Argand în care este reprezentat un număr complex z = x + iy.

$$z = x + iy$$

este reprezentat printr-un punct în planul Argand ce are coordonatele

$$(x, y).$$

Observaţi că 0 (considerat, ca fiind un număr complex) este reprezentat prin originea coordonatelor, iar 1 este reprezentat printr-un anumit punct pe axa x.

Planul Argand ne oferă o metodă simplă de organizare a familiei noastre de numere complexe folosind o imagine geometrică ce se dovedeşte foarte utilă. Acest lucru nu este ceva nou pentru noi. Suntem deja familiarizaţi cu modul în care numerele *reale* pot fi organizate într-o imagine geometrică, adică o linie dreaptă care se prelungeşte la infinit în ambele direcţii. Un punct particular al acestei drepte este marcat cu 0, iar un altul cu 1. Punctul 2 este localizat astfel încât distanţa dintre el şi 1 să fie aceeaşi cu aceea dintre 1 şi 0; punctul 1/2 este mijlocul distanţei dintre punctele 0 şi 1; punctul −1 este poziţionat astfel încât punctul 0 reprezintă mijlocul distanţei dintre el şi punctul 1 etc., etc. Numerele reale reprezentate în acest mod formează aşa numita *axă reală.* Pentru numerele complexe folosim de fapt două numere reale utilizate drept coordonate, și anume a și b, pentru numărul complex $a + ib$. Aceste două numere ne dau coordonatele punctelor dintr-un plan – planul Argand. Ca un exemplu, am indicat în figura 3.9 unde ar trebui plasate, cu aproximație, numerele complexe

$$u = 1 + i\,1{,}3, \quad v = -2 + i, \quad w = -1{,}5 - i\,0{,}4\,,$$

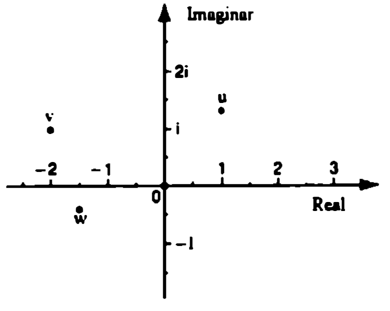


Fig.3.9. Localizările punctelor $u = 1 + i\,1{,}3$, $v = -2 + i$ și a punctului $w = -1{,}5 - i\,0{,}4$ în planul Argand.

Operațiile algebrice de bază: de adunare și de înmulțire a numerelor complexe își găsesc acum o reprezentare geometrică clară. Să analizăm mai întâi operația de adunare. Presupunem că u și v sunt două numere comlexe, reprezentate în planul Argand conform schemei de mai sus. Suma lor $u + v$ este reprezentată ca "vectorul sumă" a celor două puncte: adică, punctul $u + v$ se află în punctul ce reprezintă vârful paralelogramului format de punctele u, v și originea 0, completându-l. Nu este dificil de observat că această construcție (vezi figura 3.10) ne dă, într-adevăr, suma celor două numere, dar nu voi da aici raționamentul.

Produsul uv are, de asemenea, o reprezentare geometrică clară (vezi figura 3.11) care este, probabil, puțin mai dificil de observat (din nou voi omite raționamentul).

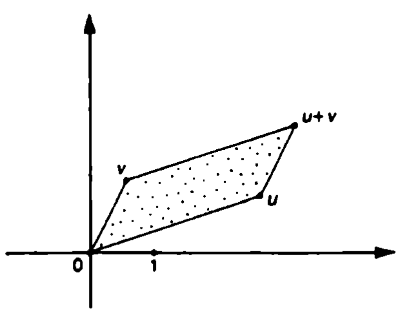


Fig. 3.10. Suma $u + v$ a numerelor complexe u și v se obține conform regulei paralelogramului.

Unghiul dintre 1 și uv, cu vârful în origine, reprezintă suma unghiurilor dintre 1 și u, și dintre 1 și v (toate unghiurile fiind măsurate în sens invers acelor de ceasornic).

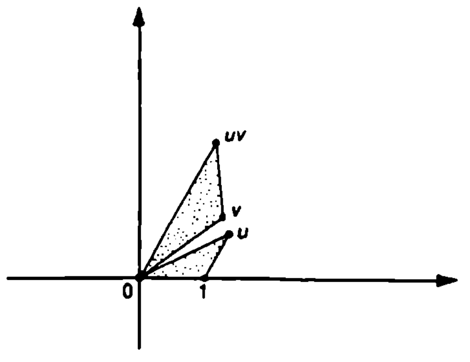


Fig. 3.11. Produsul uv a două numere complexe u și v are proprietatea că triunghiul format de punctele 0, v și uv este asemenea cu triunghiul format de punctele 0, 1 și u. În mod echivalent, distanța de la uv la 0 reprezintă produsul distanțelor de la origine la v și resprectiv, la u, iar unghiul pe care îl face uv cu axa reală (axa orizontală) reprezintă suma unghiurilor pe care le fac u și v cu această axă.

Distanța de la punctul uv la origine reprezintă produsul distanțelor de la origine la u și, respectiv, v. Acest lucru este echivalent cu a spune că triunghiul format de 0, u și uv este asemenea (și orientat în mod similar) cu triunghiul format de 0, 1 și u.
(Cititorul nefamiliarizat cu aceste construcții poate verifica că acestea sunt rezultatul direct al regulilor algebrice de adunare și înmulțire a numerelor complexe, reguli prezentate anterior, împreună cu identitățile trigonometrice de mai sus.)

Construirea mulțimii Mandelbrot

Suntem, acum, în măsură să vedem cum este definită mulțimea Mandelbrot. Fie z un număr complex ales arbitrar. Indiferent care ar fi acest număr, va fi reprezentat ca un punct oarecare în planul Argand. Considerăm *aplicația* prin intermediul căreia z este înlocuit cu un număr complex *nou*, dat de

$$z \to z^2 + c,$$

unde c este un alt număr complex *fixat* (adică dat). Numărul $z^2 + c$ va fi reprezentat printr-un nou punct în planul Argand. De exemplu, dacă c ar fi numărul 1,63 – i 4,2 , atunci z va fi înlocuit conform cu:

$$z \rightarrow z^2 + 1{,}63 - \mathrm{i}\,4{,}2$$

adică, în particular, $z = 3$ va fi înlocuit prin

$$3^2 + 1{,}63 - \mathrm{i}\,4{,}2 = 9 + 1{,}63 - \mathrm{i}\,4{,}2 = 10{,}63 - \mathrm{i}\,4{,}2$$

iar $z = -2{,}7 + \mathrm{i}\,0{,}3$ va fi înlocuit prin

$$\begin{aligned}&(-2{,}7 + \mathrm{i}\,0{,}3)^2 + 1{,}63 - \mathrm{i}\,4{,}2 = \\ &= (-2{,}7)^2 - (0{,}3)^2 + 1{,}63 + \mathrm{i}\{2(-2{,}7)(0{,}3) - 4{,}2\} = \\ &= 8{,}83 - \mathrm{i}\,5{,}82\end{aligned}$$

Când astfel de numere devin foarte complicate, calculalele vor fi efectuate cel mai bine de un calculator electronic.

Deci, oricare ar fi valoarea lui c, numărul particular 0 este înlocuit, conform acestei scheme, cu valoarea efectivă a lui c. Dar care va fi situația lui c? Acesta va trebui să fie înlocuit cu numărul $c^2 + c$. Presupunând că vom continua acest procedeu și aplicând înlocuirea la numărul $c^2 + c$, vom obține

$$(c^2 + c)^2 + c = c^4 + 2c^3 + c^2 + c.$$

Continuăm să iterăm înlocuirea, aplicând-o numărului obținut mai sus

$$(c^4 + 2c^3 + c^2 + c)^2 + c = c^8 + 4c^7 + 6c^6 + 6c^5 + 5c^4 + 2c^3 + c^2 + c$$

și apoi, din nou, ultimului număr obținut, ș.a.m.d. Vom obține o secvență de numere complexe ce începe cu 0:

$$0,\ c,\ c^2 + c,\ c^4 + 2c^3 + c^2 + c,\ \ldots.$$

Acum, dacă vom face toate aceste înlocuiri dând *anumite* valori numărului complex c dat, secvența de numere pe care o vom obține nu se va îndepărta prea mult de origine în planul Argand; mai precis, secvența va rămâne *mărginită* pentru astfel de valori ale lui c, adică fiecare membru al secvenței se va găsi în interiorul unui *cerc dat*, centrat în origine (vezi figura 3.12). Un bun astfel de exemplu îl constituie cazul valorii c = 0, deoarece în acest caz fiecare membru al secvenței este, de fapt, 0.

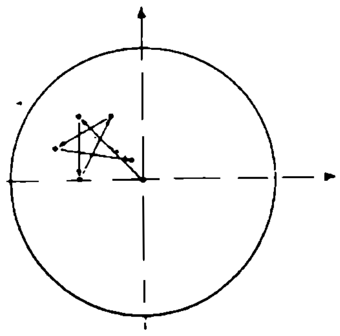


Fig. 3.12. O secvenţă de puncte în planul Argand este *mărginită* dacă există un cerc dat care conţine toate aceste puncte. (Această iteraţie începe cu 0 şi are $c = -1/2 + i\ 1/2$.)

Un alt exemplu de comportare mărginită este pentru $c = -1$, în care caz secvenţa este: 0, −1, 0, −1, 0, −1, . . ; şi, încă, un exemplu, pentru c = i, secvenţa fiind 0, i, i−1, −i, i−1, −i, i−1, −i, . . . Totuşi, pentru diferite alte valori ale numărului complex *c* valorile membrilor secvenţei vor creşte din ce în ce mai mult, îndepărtându-se din ce în ce mai mult de origine; adică, valorile numerelor din secvenţă *nu vor mai fi mărginite* şi nu vor mai putea fi cuprinse în interiorul unui cerc dat. Un exemplu de astfel de comportament este pentru cazul $c = 1$, pentru care secvenţa este 0, 1, 2, 5, 26, 677, 458330, . . . ; acelaşi lucru se întâmplă când $c = -3$, secvenţa rezultată fiind 0, −3, 6, 33, 1086, . . . ; şi, de asemenea, pentru $c = i-1$, secvenţa rezultată fiind 0, i−1, −i−1, −1+i3, −9−i5, 55+i91, −5257+i10011, ...

Mulţimea Mandelbrot, adică regiunea *neagră* a lumii lui Tor'Bled-Nam, este tocmai această regiune a planului Argand constituită din punctele *c* pentru care secvenţa corespunzătoare rămâne mărginită. Regiunea *albă* este constiuită din acele puncte *c* pentru care secvenţa este nemăginită. Figurile detaliate prezentate anterior au fost realizate utilizând datele furnizate de un calculator. Calculatorul prelucrează sistematic toate valorile posibile ale numărului complex *c*, astfel încât pentru fiecare valoare aleasă a lui *c* el va calcula secvenţa 0, c, $c^2 + c$, . . . şi va decide conform unui criteriu dat dacă secvenţa rămâne sau nu mărginită. Dacă *este* mărginită, atunci calculatorul va face ca pe ecran să apară un punct negru în punctul corespunzând valorii *c*; dacă nu este mărginită, calculatorul va face să apară un punct alb. Adică, pentru fiecare pixel din domeniul de valori considerat, decizia luată de calculator este dacă punctul va fi alb sau negru.

Complexitatea mulţimii Mandelbrot este cu totul remarcabilă, în special din punctul de vedere al faptului că definiţia acestei mulţimi este, comparativ cu celelalte definiţii matematice, una surprinzător de simplă. De asemenea, structura generală a acestei mulţimi nu este foarte sensibilă la forma algebrică precisă a aplicaţiei alese $z \rightarrow z^2+c$ pe care am folosit-o. Multe alte substituţii iterative complexe (de exemplu, $z \rightarrow z^3 + iz^2 + c$) vor conduce la structuri extraordinar de asemănătoare (cu condiţia să alegem un număr corespunzător de pornire – probabil nu 0, dar un număr a cărui valoare este caracterizată printr-o regulă matematică clară pentru fiecare alegere adecvată a substituţiei). În ceea ce priveşte reprezentările iterative complexe, aceste structuri "Mandelbrot" posedă un fel de caracter universal sau absolut. Studiul unor astfel de structuri este un subiect în sine în cadrul matematicii, cunsocut sub numele de *sisteme dinamice complexe*.

Oare conceptele matematice au o realitate în sensul lui Platon?

Cât de "reale" sunt obiectele lumii matematicienilor? Dintr-un anumit punct de vedere par a nu fi deloc reale. Obiectele matematice sunt doar concepte, idealizări mentale ale matematicienilor, adesea stimulaţi de aspectul şi ordinea aparentă a lumii înconjurătoare, dar totuşi idealizări mentale. Pot fi ele altceva decât simple construcţii arbitrare ale minţii umane? În acelaşi timp, aceste concepte matematice par a poseda, adesea, o anumită realitate profundă ce depăşeşte gândirea unui anumit matematician. Este ca şi cum gândirea umană ar fi, de fapt, călăuzită către un adevăr exterior etern – un adevăr care are propria lui realitate şi care ne este relevat, doar parţial, fiecăruia dintre noi.

Mulţimea Mandelbrot este un astfel de exemplu surprinzător. Structura sa minunat elaborată nu a fost invenţia vreunei persoane şi nici a vreunei echipe de matematicieni. Nici chiar Benoit Mandelbrot, matematicianul american de origine poloneză (şi protagonistul teoriei fractale), care a studiat primul această mulţime, nu a avut anterior o idee reală asupra caractreului fantastic de complicat propriu mulţimii, deşi îşi dădea seama că era pe urmele a ceva foarte interesant. Într-adevăr, când prima lui imagine pe calculator a început să se formeze, a avut impresia că structurile neclare pe care le vedea erau rezultatul unei proaste funcţionări a calculatorului (Mandelbrot 1986)! Doar mai târziu s-a convins că ele reprezentau, într-adevăr, mulţimea. Mai mult, detaliile complete ale structurii atât de complicate ale mulţimii Mandelbrot nu pot fi, realmente, pe deplin înţelese de nici unul dintre noi şi nici revelate, în totalitate, de vreun calculator. S-ar părea că această structură nu este o creaţie a minţii noastre, ci că, de fapt, are propria ei realitate. Indiferent dacă analiza mulţimii se face de către un matematician sau prin intermediul calculatorului, vor fi găsite aproximaţii ale *aceloraşi* structuri matematice fundamentale. Nici folosirea unor calculatoare diferite pentru realizarea calculelor nu aduce diferenţe reale (cu condiţia să funcţioneze corect), exceptând faptul că viteza, memoria şi posibilităţile grafice ale calculatorului pot conduce la diferenţe în cantitatea de detalii fine ce pot fi evidenţiate, şi în viteza cu care acestea sunt obținute. Calculatorul este utilizat, în principal, în același mod în care fizicianul experimentator folosește un aparat pentru explorarea structurii lumii fizice. Mulțimea Mandelbrot nu este o invenție a minții umane: este o descoperire. Ca și Muntele Everest, mulțimea Mandelbrot *există*!

De asemenea, sistemul numerelor complexe posedă o realitate profundă și atemporală care depășește construcțiile mentale ale unui anumit matematician. Începuturile recunoașterii valorii numerelor complexe sunt legate de lucrările lui Gerolamo Cardano. Acesta a fost un italian, ce a trăit între 1501-1576, de profesie medic, jucător de cărți, ce se ocupa și cu întocmirea horoscoapelor (odată a întocmit chiar horoscopul lui Christos), și care a scris, în 1545, un important și influent tratat de algebră intitulat "Ars Magna". În acest tratat a dat prima expresie completă a soluției ecuației generale de ordinul trei.* El a observat, totuși, că într-un anumit număr de cazuri – cunoscute sub denumirea de "ireductibile", pentru care ecuația are trei soluții reale – a fost forțat să ia în calcul, într-un anumit stadiu al rezolvării, *rădăcina de ordinul doi dintr-un număr negativ*. Deși i s-a părut neobișnuit, a realizat că dacă și-ar putea permite *să ia în considerare* o astfel de rădăcină pătrată și *numai în acest caz*, atunci ar putea exprima întregul rezultat (soluția finală fiind întotdeauna un număr real). Mai târziu, în 1572, Raphael Bombelli, în lucrarea sa intitulată "l'Algebra", a extins lucrarea lui Cardano și a început studiul algebrei numerelor complexe.

Dacă la început introducerea unor astfel de rădăcini pătrate ale numerelor negative părea a fi doar un instrument – o invenție matematică destinată atingerii unui anumit scop – mai târziu a devenit evident că aceste obiecte au mult mai multe aplicații decât acelea pentru care au fost desemnate inițial. După cum am menționat, deși scopul inițial al introducerii numerelor complexe a fost acela de a permite calculul rădăcinilor pătrate, constatăm că, prin introducerea unor astfel de numere, s-a obținut, ca o recompensă, posibilitatea calculării oricărui tip de rădăcină sau a rezolvării a oricărui tip de ecuație algebrică. Ulterior vom descoperi multe alte proprietăți magice pe care le posedă aceste numere, pe care nici nu le-am fi bănuit la început. Aceste proprietăți *există pur și simplu.* Ele nu au fost puse acolo nici de Cardano, nici de Bombelli, nici de Wallis, nici de Coates, nici de Euler, nici de Wessel și nici de Gauss, în ciuda clarviziunii de necontestat a lor sau a altor mari matematicieni; acest catacter magic există chiar în structura pe care ei au dezvăluit-o treptat. Atunci când Cardano a introdus numerele complexe el nu ar fi putut bănui multiplele proprietăți magice ale acestora – proprietăți ce au primit diverse nume, cum ar fi: formula integrală a lui Cauchy, teorema Riemann, proprietatea de extensie Lewy. Acestea, și multe altele sunt

---

* Bazată, parțial, pe rezultatele anterioare ale lui Scipione del Ferro și Tartaglia.

proprietăți remarcabile ale acestor numere, fără nici o modificare suplimentară, proprietăți cu care Cardano s-a întâlnit prima dată prin anii 1539.

Este, oare, matematica o invenție sau o descoperire? Oare, atunci când matematicienii ajung la rezultatele lor ei realizează doar elaborate construcții mentale care nu au corespondență în realitate, dar a căror valoare și eleganță sunt suficient de puternice pentru a-i determina pe inventatorii lor să creadă că aceste pure construcții mentale sunt "reale"? Sau, matematicienii descoperă efectiv adevăruri care există, de fapt, deja "undeva" – adevăruri a căror existență este total independentă de îndeletnicirile matematicienilor? Cred că, până acum, cititorului i-a devenit evident că sunt un adept a celei de-a doua variante și nu a primei, cel puțin din punctul de vedere al unor astfel de structuri cum sunt numerele complexe și mulțimea Mandelbrot.

Probabil că problema nu este atât de simplă. După cum am afirmat, există lucruri în matematică pentru care termenul de "descoperire" este, într-adevăr, mult mai potrivit decât cel de invenție", cum ar fi exemplul tocmai citat. Acestea sunt cazurile în care întregul edificiu matematic duce la un rezultat cu mult mai important decât s-a sperat dintru început. Se poate considera că, în aceste cazuri, matematicienii au dat din întâmplare peste "creații ale lui Dumnezeu". Totuși, există cazuri în care construcția matematică nu are un astfel de caracter unic ca, de exemplu, cazul în care matematicianul, în mijlocul unei demonstrații, consideră necesar să introducă un artificiu de calcul pentru a obține un anumit rezultat. În astfel de cazuri nu este probabil să rezulte în final mai mult decât a fost introdus inițial, iar cuvântul "invenție" pare mai potrivit decât cel de "descoperire". Acestea sunt într-adevăr "creații ale omului". În această interpretare, adevăratele descoperiri matematice pot fi considerate, în general, realizări sau aspirații mai mari decât "doar" invențiile.

Astfel de ierarhizări nu sunt complet diferite de cele ce s-ar putea folosi în artă sau tehnică. Marile lucrări de artă sunt, într-adevăr, "mai aproape de Dumnezeu", decât celelalte. Printre artiști există sentimentul că în cele mai importante opere ale lor ei au dezvăluit adevăruri eterne ce au un fel de existență divină anterioară,* în timp ce celelalte opere ale lor sunt doar realizări omenești. Analog, o inovație tehnică foarte reușită, realizată în scopul aplicării unei idei simple, neobișnuite, ar putea fi considerată mai degrabă o descoperire decât o invenție.

Eu continui să cred că în domeniul matematicii credința într-un fel de existență divină eternă, cel puțin în cazul conceptelor matematice cele mai profunde, este cu mult mai puternică decât în celelalte domenii. În astfel de idei matematice există o unicitate și o universalitate ce pare a fi complet diferită de cea întâlnită în artă sau tehnică. Ideea că aceste concepte matematice ar putea exista într-un astfel de sens etern, divin, a fost propusă în antichitate

---

* După cum s-a exprimat distinsul scriitor argentinian Jorge Luis Borges: ". . . un poet renumit este mai puțin un inventator și mai mult un descoperitor . . ."

(aproximativ 360 î.Chr.) de marele filosof grec Platon. În consecință, această concepție este numită platonism matematic. Pentru noi va avea o importanță considerabilă în cele ce urmează.

Am discutat în capitolul 1, destul de pe larg, punctul de vedere al teoriei *tari* a inteligenței artificiale, conform căreia se presupune că fenomenele mentale pot fi transpuse într-un algoritm matematic. În capitolul 2 am accentuat părerea că acest concept de algoritm este, într-adevăr, o noțiune profundă și "dată de la Dumnezeu". În acest capitol am susținut că astfel de idei matematice "date de la Dumnezeu" ar trebui să aibă o anumită existență eternă, independentă de eul nostru pământesc. Această interpretare nu dă, oare, credibilitate punctului de vedere al teoriei tari a inteligenței artificiale, oferind posibilitatea existenței fenomenelor mentale sub formă divină? Este de conceput – și eu chiar voi pleda ulterior în favoarea unei concepții ce nu diferă cu totul de aceasta; dar, dacă este posibil ca fenomenele mentale să aibă un sediu, eu nu cred că acesta poate fi sub forma conceptului de algoritm. Ar fi nevoie de ceva mult mai subtil. Faptul că algoritmii formează o parte foarte îngustă și limitată a matematicii va fi un aspect important al discuției ce va urma. În capitolul următor vom începe să înțelegem câte ceva din scopul și subtilitățile matematicii nealgoritmice.

1. Vezi Mandelbrot (1986). Secvența de măriri pe care am ales-o a fost adaptată după acelea ale lui Peitgen și Richter (1986), în care se pot găsi multe din remarcabilele imagini colorate ale mulțimii Mandelbrot. Puteți găsi și alte ilustrații extraordinare în Peitgen și Saupe (1988).
2. A cere să existe întotdeauna *un anumit* tip de regulă care să stabilească care să fie a *n*-a cifră, pentru un număr real arbitrar este un punct de vedere consistent, deși neconvențional, după câte consider eu, deși această regulă poate să nu fie operațională sau nici măcar definibilă într-un sistem formal preatribuit. (vezi capitolul 4). Sper că *este* consistent. deoarece acesta este punctul de vedere la care aș dori cel mai mult să ader chiar eu!

4

ADEVĂR, DEMONSTRAȚIE ȘI ÎNȚELEGERE

Programul lui Hilbert pentru matematică

Ce este adevărul? Cum se formează judecățile noastre despre ceea ce este adevărat și ceea ce nu este adevărat cu privire la lumea înconjurătoare? Urmăm oare doar un *algoritm*, dintre alți algoritmi posibili dar mai puțin eficace, acela favorizat de vigurosul proces de selecție naturală? Sau poate că există o altă cale de a ajunge la adevăr, o cale nealgoritmică – ce folosește intuiția, instinctul sau înțelegerea? Pare dificil de răspuns. Judecățile noastre se bazează pe combinații complicate și interconectate de date senzoriale, raționamente și ipoteze de lucru. În plus, s-ar putea ca în multe situații practice să nu existe un consens general cu privire la ceea ce *este* cu adevărat corect și ceea ce este fals. Pentru a simplifica problema, să analizăm doar adevărul *matematic*. Cum ne formăm judecățile, – sau poate chiar cunoștiințele noastre "sigure" – cu privire la problemele matematice? Aici, cel puțin, lucrurile ar trebui să fie mai clare. Ar trebui să nu constituie o problemă ce anume este în realitate corect și ce anume este în realitate fals – sau poate ar trebui? Ce *este*, propriu zis, adevărul matematic?

Problema adevărului matematic este foarte veche și datează din timpul filosofilor și matematicienilor Greciei antice – și fără îndoială, chiar de mai înainte. Cu toate acestea, doar în ultimele sute de ani, au fost obținute unele clarificări esențiale și interpretări *noi* surprinzătoare. Vom încerca să înțelegem aceste noi progrese. Ele pot fi considerate fundamentale și ating problema importantă, și anume, dacă procesul nostru de gândire poate avea o natură complet algoritmică.

În ultima parte a secolului al nouăsprezecelea în matematică s-au făcut pași mari, în parte determinați de dezvoltarea unor metode de demonstrație matematică din ce în ce mai eficace (David Hilbert și Georg Cantor, pe care i-am întâlnit deja, și marele matematician francez Henri Poincaré cu care ne vom întâlni mai târziu, sunt trei dintre cei ce se află în fruntea acestor progrese). Ca urmare, matematicienii au căpătat încredere în aceste metode. Multe dintre aceste metode folosesc mulțimi* cu un număr infinit de elemente, iar de cele mai multe ori demonstrațiile au putut fi duse până la capăt, tocmai pentru că astfel de mulțimi au putut fi considerate ca fiind "obiecte" efective, ce sunt rezultatul cuprinderii într-un singur tot, și care au mai mult decât o simplă existență potențială. Multe dintre aceste idei fructuoase au izvorât din conceptul deosebit de original de *numere infinite* al lui Cantor, pe care l-a dezvoltat consistent folosind milțimile infinite. (Am aruncat o privire asupra lor în capitolul anterior).

Totuși, această încredere a fost spulberată în 1902 când filosoful și logicianul britanic Bertrand Russell a prezentat faimosul său paradox (anticipat de Cantor, și care este o urmare directă a "metodei diagonalei" a lui Cantor). Pentru a înțelege raționamentul lui Russell, trebuie să vedem mai întâi ce înseamnă a considera mulțimile ca o cuprindere într-un singur tot. Ne putem imagina o mulțime oarecare ce este caracterizată în funcție de o anumită *proprietate*. De exemplu, mulțimea lucrurilor *roșii* este caracterizată în funcție de proprietatea de a fi *roșu*: un lucru aparține acestei mulțimi dacă și numai dacă este roșu. Aceasta ne permite să inversăm lucrurile și să vorbim despre o proprietate în termeni de un singur obiect, și anume întreaga mulțime de lucruri ce au această proprietate. Din acest punct de vedere, "roșu" *este* mulțimea tuturor lucrurilor ce sunt roșii. (Ne putem imagina, de asemenea, că există și alte mulțimi "acolo", dar că elementele lor nu sunt caracterizate printr-o astfel de proprietate).

Această idee, a definirii conceptelor în termeni de mulțimi, a fost fundamentală pentru procedeul introdus în 1884 de influentul logician german Gottlob Frege, în care *numerele* pot fi definite în termeni de mulțimi. De exemplu, ce înțelegem prin numărul 3? Știm ce înseamnă proprietatea de "a fi trei", dar ce este 3 în sine? Aici, "a fi trei" este o proprietate a *colecțiilor* de obiecte, adică este o proprietate a *mulțimilor:* o mulțime are această proprietate de "a fi trei" dacă și numai dacă mulțimea are exact trei elemente. Mulțimea medaliaților la o anumită olimpiadă are, de exemplu, proprietatea de "a fi trei". La fel este cazul mulțimii de roți ale unui triciclu, sau mulțimea de frunze ale unui trifoi normal, sau mulțimea soluțiilor ecuației $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$. Care este deci, definiția lui Frege pentru numărul 3? Conform lui Frege, 3 trebuie să fie o mulțime *de mulțimi*: mulțimea *tuturor* mulțimilor cu această proprietate de

* Se numește mulțime o colecție de lucruri – obiecte fizice sau concepte matematice – ce pot fi tratate ca un întreg. În matematică, elementele unei mulțimi (adică membrii) sunt foarte adesea la rândul lor mulțimi, deoarece mulțimile pot fi colectate împreună pentru a forma alte mulțimi. Astfel, se pot lua în considerare mulțimi de mulțimi, sau mulțimi de mulțimi de mulțimi, etc.

"a fi trei".[1] Astfel, o mulțime are trei elemente dacă și numai dacă ea aparține mulțimii 3 al lui Frege.

Acesta ar putea părea un raționament puțin circular, dar în realitate nu este. Putem defini în general *numerele* ca totalități de mulțimi echivalente, unde "echivalent" are aici sensul de "are elemente ce își pot găsi fiecare perechea" (adică în termeni obișnuiți aceasta ar însemna "are același număr de elemente"). Numărul 3 este deci acea mulțime ce are ca unul dintre elementele sale, o mulțime ce conține, de exemplu, doar un măr, o portocală și o pară. Observăm că aceasta este o definiție a lui 3 complet diferită de cea a lui Church pentru "3"dată la sfârșitul capitolului 2. Există și alte definiții ce pot fi date și care sunt chiar mai răspândite în zilele noastre.

Dar să revenim la paradoxul lui Russell. El se referă la o mulțime *R* definită în felul următor:

R este mulțimea tuturor mulțimilor care nu se conțin ca elemente.

Astfel, *R* este o anumită colecție de mulțimi; iar un criteriu ca o mulțime *X* să aparțină acestei colecții este ca mulțimea *X* însăși să nu poată fi găsită printre elementele *proprii*.

Este oare absurd să presupunem că o mulțime ar putea să se conțină pe ea însăși ca un element al mulțimii? Nu, de loc. Să luăm, de exemplu, mulțimea *I* a mulțimilor *infinite* (mulțimi cu un număr infinit de elemente). Există evident un număr infinit de mulțimi infinite *diferite*, astfel încât *I* este la rândul ei infinită. Prin urmare, *I* aparține, într-adevăr, ei înseși! Ce anume face ca raționamentul lui Russell să ducă la un paradox? Să punem altfel întrebarea: este mulțimea *R* a lui Russell un element al ei înseși sau nu? Dacă *nu* este un element al ei înseși atunci ea trebuie să aparțină lui *R*, deoarece *R* este formată doar din acele mulțimi ce nu sunt elemente ale lor însele. Prin urmare, *R* aparține lui *R* și obținem astfel o contradicție. Pe de altă parte, dacă *R este* un element al ei înseși, și deoarece "înseși" este de fapt *R*, el va aparține acelei mulțimi ale cărei elemente sunt caracterizate prin faptul că *nu* sunt elemente ale lor înșile, adică nu este un element al lui însuși – deci, din nou o contradicție!* Această analiză nu a fost una superficială. Russell a folosit același tip de raționament teoretic general pentru mulțimi, pe care matematicienii începeau să-l folosească în demonstrații, dar într-o formă matematică dusă la extrem. Era clar că lucrurile scăpaseră de sub control și că trebuia să se precizeze care tipuri de raționamente pot fi folosite și care nu. Devenise evident obligatoriu ca

---

* Există un mod amuzant de a exprima paradoxul lui Russell în termeni obișnuiți. Să ne imaginăm o bibliotecă în care există două cataloage: unul în care sunt trecute absolut toate volumele din bibliotecă în care se face referire undeva în cuprinsul lor la ele însele, iar altul în care sunt trecute absolut toate volumele ce nu se manționează pe ele însele. În care dintre cataloage trebuie cuprins al doilea catalog?

raționamentele folosite să fie necontradictorii și ca afirmațiile adevărate folosite să fie deduse doar din afirmații cunoscute anterior ca fiind adevărate. Russell însuși, împreună cu colegul său Alfred North Whitehead, au pornit să dezvolte un sistem matematic puternic formalizat de axiome și reguli de procedură, cu scopul de a face posibilă traducerea tuturor tipurilor de raționamente matematice corecte în sistemul lor. Regulile au fost selectate cu grijă astfel încât să prevină apariția unor raționamente paradoxale, de tipul celui ce l-a condus pe Russell la paradoxul său. Sistemul pe care l-au realizat Russell și Whitehead a reprezentat o lucrare monumentală. Cu toate acestea, el era extrem de complicat și s-a dovedit ulterior că era relativ limitat în ceea ce privește tipurile de raționament matematic pe care le cuprinde.

Marele matematician David Hilbert, pe care l-am întâlnit pentru prima dată în capitolul 2, a reușit să realizeze un sistem mult mai ușor de utilizat și mai cuprinzător. Trebuiau incluse *toate* tipurile corecte de raționament matematic din oricare domeniu particular al matematicii. De altfel, intenția lui Hilbert a fost aceea de a *dovedi* că acest sistem nu este contradictoriu. În acest fel, matematica se va putea situa, odată pentru totdeuna, pe un fundament sigur și neatacabil.

Dar, speranțele lui Hilbert și ale adepților săi au fost spulberate în 1931 când eminentul matematician și logician austriac de 25 de ani Kurt Gödel a enunțat o surprinzătoare teoremă care a distrus efectiv întregul program al lui Hilbert. Gödel a arătat că orice fel de sistem matematic precis ("formal") de axiome și reguli de procedură, suficient de larg pentru a conține descrierea propozițiilor aritmetice simple (cum ar fi "ultima teoremă a lui Fermat, discutată în capitolul 2) și care se presupune a fi necontradictoriu, trebuie să conțină unele afirmații ce nu sunt nici demonstrabile și nici nedemonstrabile prin procedeele acceptate ca fiind permise în cadrul sistemului. Adevărul unor astfel de afirmații este astfel "nedecidabil" prin procedeele permise. De fapt, Gödel a fost capabil să arate că însăși afirmația de consistență a sistemului de axiome devine o astfel de propoziție "nedecidabilă" atunci când este pusă sub o formă aritmetică corespunzătoare. Este extrem de important pentru noi să înțelegem natura acestei "nedecidabilități". Vom vedea, de asemenea, de ce raționamentul lui Gödel a distrus esența programului lui Hilbert. Vom vedea, de asemenea, cum raționamentul lui Gödel ne va permite, folosind judecata, să depășim limitele oricărui sistem particular formalizat matematic luat în considerație. Această înțelegere va fi crucială pentru cea mai mare parte a dicuțiilor ce vor urma.

Sisteme matematice formale

Va fi necesar să fim ceva mai expliciți în legătură cu ce anume înțelegem printr-un "sistem matematic formal de axiome și de reguli de procedură".

Trebuie să presupunem că există un alfabet de simboluri în funcție de care să fie exprimate propozițiile noastre matematice. Aceste simboluri trebuie evident să fie adecvate pentru a permite o notație a numerelor naturale pentru ca "aritmetica" să poată fi încorporată în sistemul nostru. Dacă dorim, putem să folosim pentru numere chiar notația arabică obișnuită 0, 1, 2, 3, ..., 9, 10, 11, 12, ..., dar aceasta va face ca precizarea regulilor să fie ceva mai complicată. Am simplifica mult dacă am folosi, să spunem, 0, 01, 011, 0111, 01111,...pentru a nota succesiunea numerelor naturale (sau, ca un compromis, am putea folosi notația binară). Totuși, deoarece aceasta ar putea produce confuzie în discuția ce urmează, mă voi limita la notația arabică obișnuită, indiferent de notația folosită *efectiv* în sistemul respectiv. S-ar putea să avem nevoie de un simbol "spațial" pentru a despărți diferitele "cuvinte" sau "numere" ale sistemului nostru, dar, deoarece și acesta ar putea produce confuzie, vom folosi doar o virgulă (,) în acest scop. Vom avea, de asemenea, nevoie de litere pentru a nota numere naturale arbitrare ("variabile") (sau poate numere întregi sau raționale etc.—dar să ne limităm aici doar la numerele naturale), să spunem $t, u, v, w, x, y, z, t', t'', t''', \ldots$ S-ar putea să avem nevoie de literele notate cu prim $t', t'', \ldots$ deoarece nu dorim să punem o limită bine definită numărului de variabile ce pot apare într-o expresie. Vom considera semnul *prim* (′) ca un simbol separat al sistemului formal, și astfel numărul efectiv de *simboluri* va rămâne finit. Vom avea nevoie de simboluri pentru operațiile aritmetice de bază: =, +, × etc., sau poate pentru diferite tipuri de paranteze (,), [,], și pentru simboluri *logice* ca de exemplu: & ("și"), ⇒ ("implică"), v ("sau"), ⇔ ("dacă și numai dacă"), și ~ ("nu", sau "nu este așa că . . ."). În plus, vom avea nevoie de "cuantificatorii" logici: *cuantificatorul existențial* ∃ ("există. . . astfel încât") și *cuantificatorul universal* ∀ ("pentru oricare. . . avem"). Acum, vom putea face propoziții ca de exemplu "ultima teoremă a lui Fermat"

$$\sim\exists\, w,x,y,z\ [(x+1)^{w+3} + (y+1)^{w+3} = (z+1)^{w+3}]$$

(vezi capitolul 2, paragraful despre imposibilitatea rezolvării problemei lui Hilbert). (Aș fi putut scrie "0111" în loc de "3" și poate aș fi putut folosi o notație pentru "ridicarea la o putere" care s-ar fi putut potrivi mai bine formalismului; dar, după cum am spus, mă voi limita la simbolurile convenționale, pentru a nu introduce eventuale surse de confuzii). Propoziția de mai sus se citește (până la prima paranteză dreaptă):

"Nu este așa că există numerele naturale *w, x, y, z* astfel încât . . .".

Putem rescrie ultima teoremă a lui Fermat folosind ∀:

$$\forall\, w,x,y,z\ [\sim (x+1)^{w+3} + (y+1)^{w+3} = (z+1)^{w+3}],$$

care se citește (până după simbolul "nu" după prima paranteză dreaptă):

"Pentru toate numerele naturale w,x,y,z nu este așa că. . .".

care este din punct de vedere logic același lucru ca mai înainte.

Vom avea nevoie de litere pentru a nota propoziții întregi, iar pentru aceasta vom folosi litere majuscule: $P, Q, R, S, \ldots$. O astfel de propoziție ar putea fi afirmația lui Fermat de mai sus:

$$F = \sim\exists\, w,x,y,z\, [(x+1)^{w+3} + (y+1)^{w+3} = (z+1)^{w+3}].$$

O propoziție ar putea *depinde* de una sau mai multe variabile; de exemplu, ne-ar putea interesa afirmația lui Fermat pentru o *anumită putere** w+3:

$$G(w) = \sim\exists\, x,y,z\, [(x+1)^{w+3} + (y+1)^{w+3} = (z+1)^{w+3}],$$

astfel că $G(0)$ afirmă că "nici un număr ridicat la puterea a treia nu poate fi suma unor numere pozitive ridicate la cub", $G(1)$ afirmă acelasi lucru pentru puterile de ordinul patru, și așa mai departe. (Observăm lipsa lui "w" după "$\exists$".) Afirmația lui Fermat este acum că $G(w)$ este adevărată pentru *toți* w:

$$F = \forall w[G(w)].$$

$G(\ )$ este un exemplu de ceea ce se numește o *propoziție funcțională*, adică o propoziție care depinde de una sau mai multe variabile.

Axiomele sistemului vor constitui o listă finită de propoziții generale a căror adevăr, fiind date semnificațiile simbolurilor, este presupus a fi evident. De exemplu, în cazul unor propoziții sau propoziții funcționale arbitrare $P, Q, R(\ )$, am putea avea, printre axiome:

$$(P \,\&\, Q) \Rightarrow P,$$
$$\sim(\sim P) \Leftrightarrow P,$$
$$\sim \exists x[R(x)] \Leftrightarrow \forall x[\sim R(x)],$$

a căror "adevăr evident" este ușor de constatat din *semnificațiile* lor. (Prima afirmă pur și simplu că: "dacă P și Q sunt ambele adevărate, atunci P este adevărată"; a doua afirmă echivalența dintre "nu este așa că P este falsă" și "P

* Deși adevărul întregii propoziții F a lui Fermat este încă necunoscut, adevărurile propozițiilor individuale $G(0), G(1), G(2), G(3), \ldots$ sunt cunoscute până la aproximativ $G(125000)$. Cu alte cuvinte, se știe că nici un număr ridicat la puterea a treia nu poate fi suma unor numere pozitive ridicate la puterea a treia, nici un număr ridicat la puterea a patra nu poate fi suma unor numere ridicate la puterea a patra, etc., până la propoziția corespunzătoare pentru puteri de ordinul a 125000.

este adevărată"; a treia este exemplificată prin echivalența logică a celor două moduri de a enunța ultima teoremă a lui Fermat dată mai sus.) Am putea include, de asemenea, axiome aritmetice de bază, ca de exemplu

$$\forall\ x,y[x + y = y + x]$$
$$\forall\ x,y,z[(x+y) \times z = (x \times z) + (y \times z)],$$

deși s-ar putea prefera construirea acestor operații aritmetice din ceva cu caracter mai primitiv, și deducerea acestor afirmații ca teoreme. *Regulile de procedură* ar fi (evident) de forma:

"din P și $P \Rightarrow Q$ putem deduce Q"
"din $\forall\ x[R(x)]$ putem deduce orice propoziție obținută prin substituirea unui număr natural dat în locul lui x în $R(x)$".

Acestea sunt instrucțiuni ce ne spun cum putem deduce propoziții noi din propozițiile deja stabilite.

Deci, pornind de la axiome și aplicând apoi regulile de procedură din nou și din nou, vom putea construi o listă lungă de propoziții. În oricare etapă, vom purea lua în considerare oricare dintre axiome și, de asemenea, putem refolosi oricare dintre propozițiile pe care le avem deja pe lista noastră ce se tot lungește. Propozițiile de pe o astfel de listă întocmită corect se numesc *teoreme* (deși multe dintre ele pot fi cu totul banale sau neinteresante ca afirmații matematice). Dacă avem o anumită propoziție P pe care dorim să o *demonstrăm,* atunci va trebui să găsim o astfel de listă, întocmită corect conform acestor reguli și care se termină cu această propoziție P. O astfel de listă va constitui o *demonstrație* a lui P în cadrul acestui sistem, și în consecință, P va fi o teoremă.

Ideea programului lui Hilbert a fost de a găsi, pentru orice domeniu bine definit al matematicii, o listă de axiome și reguli de procedură suficient de cuprinzătoare pentru a încorpora *toate* formele de raționament matematic corect, ce corespund acelui domeniu. Să alegem domeniul matematicii numit *aritmetică* (care cuprinde cuantificatorii $\exists$ și $\forall$, și deci se pot face afirmații de tipul ultimei teoreme a lui Fermat). Nu vom avea nici un avantaj în plus dacă vom alege un domeniu al matematicii mai general decât acesta. Aritmetica este *deja* suficient de generală pentru a se putea aplica procedeul lui Gödel. Dacă putem accepta că un astfel de sistem complet de axiome și reguli de procedură poate fi dat într-adevăr pentru aritmetică, conform programului lui Hilbert, aceasta înseamnă că vom avea un criteriu bine definit de "corectitudine" a demonstrației matematice pentru orice propoziție din aritmetică. Speranța era că un astfel de sistem de axiome și reguli ar purea fi *complet*, în sensul că ne va permite în principiu să decidem asupra adevărului sau falsității *oricărei* afirmații matematice ce poate fi formulată în cadrul acestui sistem.

Speranța lui Hilbert era ca pentru orice șir de simboluri ce reprezintă o propoziție matematică, să spunem *P*, să se poată demonstra fie *P*, fie *~P*, depinzând dacă *P* este adevărat sau fals. Trebuie să presupunem că șirul este construit *corect din punct de vedere sintactic*, iar "corect sintactic" înseamnă corect "gramatical" – adică ce satisface toate regulile de notație ale formalismului, cum ar fi: parantezele să fie împerechiate corect etc. – astfel ca *P* să aibă o semnificație bine definită pentru ce este adevărat sau fals. Dacă scopul lui Hilbert ar putea fi realizat, aceasta ne-ar permite să nu ne preocupe de loc *înțelesul* propoziției! *P ar fi* doar un șir, corect din punct de vedere sintactic, de simboluri. Șirului *P* de simboluri i se va atribui valoarea de adevăr **adevărat** dacă *P* este o teoremă (adică dacă *P* se poate demonstra în cadrul sistemului) și i se va atribui valoarea de adevăr **fals** dacă, pe de altă parte, *~P* este o teoremă. Pentru ca aceasta să aibă sens, pe lângă completitudine este necesară și *consistență*. Aceasta înseamnă că nu trebuie să existe un șir de simboluri pentru care *atât P cât și ~P* să fie teoreme, deoarece în acest caz *P* ar putea fi **adevărat** și **fals** în același timp!

Punctul de vedere conform căruia se poate face abstracție de semnificația afirmațiilor matematice, considerându-le doar ca șiruri de simboluri ale unui sistem matematic formal, este punctul de vedere al *formalismului în matematică*. Unii agrează această idee, prin care matematica devine un fel de "joc fără sens". Eu nu sunt adeptul acestei idei. Eu cred că tocmai "sensul" – și nu calculul algoritmic orb – este cel ce dă matematicii substanță. Din fericire, Gödel a dat formalismului o lovitură devastatoare! Să vedem cum a realizat el aceasta.

Teorema lui Gödel

O parte din demonstrația lui Gödel a fost foarte amănunțită și complicată. Totuși, nu este necesar să examinăm toată complexitatea acestei părți. Ideea principală este foarte simplă, frumoasă și profundă. Aceasta o vom putea aprecia. Partea complicată (care cuprinde multă ingeniozitate) avea scopul de a arăta în amănunțime cum se pot codifica regulile de procedură ale sistemului formal și cum se pot folosi diferitele lui axiome la *operațiile aritmetice*. (A fost totuși un lucru extraordinar să-și dea seama că aceasta putea avea șanse de reușită!). Pentru a realiza această codificare avem nevoie de un mod convenabil de a nota propozițiile cu numere naturale. Un mod simplu ar fi de a folosi un fel de ordonare "alfabetică" a tuturor șirurilor de simboluri ale sistemului formal pentru fiecare lungime, în cazul în care există o ordonare globală după lungimea șirului. (Astfel, șirurile de lungime unu pot fi ordonate alfabetic, urmate de șirurile de lungime doi, ordonate alfabetic, urmate de șirurile de lungime trei etc.). Aceasta poartă numele de ordonare *lexicografică.** De fapt Gödel a folosit în lucrarea lui originală un sistem de numerotare mult mai complicat, dar diferențele nu sunt importante pentru noi. Pe noi ne vor interesa mai ales *propozițiile funcționale* care sunt dependente de o *singură* variabilă, cum este *G(w)* de mai sus. Să considerăm că a n-a propoziție funcțională de acest fel (în ordinea aleasă a șirului de simboluri), aplicată lui w, este

$$P_n(w).$$

Ne putem permite ca numerotarea noastră să fie puțin "dezordonată" dacă dorim, astfel că unele dintre aceste expresii s-ar putea să nu fie corecte sintactic. (Aceasta ușurează foarte mult codificarea aritmetică față de cazul în care am încerca să omitem toate expresiile de acest fel incorecte sintactic). Dacă $P_n(w)$ este corectă sintactic, ea va fi o anumită afirmație aritmetică perfect de bine definită cu privire la cele două numere n și w. Exact *care anume* afirmație aritmetică este va depinde de detaliile sistemului de numerotare ales. Aceasta aparține părții complicate a demonstrației și nu ne vom opri asupra ei. Șirurile de propoziții care formează o *demonstrație* a unei teoreme din sistem pot fi, de asemenea, notate prin numere naturale folosind schema de ordonare aleasă. Fie

$$\Pi_n$$

a n-a demonstrație. (Din nou, vom folosi o "numerotare puțin dezordonată" deoarece pentru unele valori ale lui n expresia "Π_n" nu este corectă sintactic și deci nu poate fi folosită la demonstrația nici unei teoreme.)

Să analizăm acum următoarea propoziție funcțională, ce depinde de numărul natural w:

$$\sim\exists x[\Pi_x \text{ demonstrează } P_w(w)].$$

Afirmația din parantezele pătrate este dată parțial în cuvinte, dar este o afirmație definită perfect de precis. Ea afirmă că a x-a demonstrație este de fapt o demonstrație a acelei propoziții care este $P_w(\ )$ aplicată la valoarea w. Cuantificatorul existențial negat din exteriorul parantezei drepte servește la

* Putem considera ordonarea lexicografică ca fiind ordonarea obișnuită a numerelor naturale scrise în "baza $k-1$", folosind, pentru cele $k+1$ numere, diferitele simboluri ale sistemului formal, împreună cu un nou "zero", care nu este folosit niciodată. (Această ultimă complicație apare deoarece numerele ce încep cu zero sunt la fel cu cele pentru care acest zero este omis). O ordonare lexicografică simplă a șirurilor cu nouă simboluri este cea dată de numerele naturale ce pot fi scrise în notația zecimală obișnuită fără zero: 1, 2, 3, 4, . . ., 8, 9, 11, 12, . . ., 19, 21, 22, . . ., 99, 111, 112, ...

îndepărtarea uneia dintre variabile ("nu există un x astfel ca . . ."), și deci, ceea ce rămâne este o propoziție funcțională aritmetică ce depinde doar de singura variabilă w. Întreaga expresie afirmă că *nu* există demonstrație pentru $P_w(w)$. Voi presupune că sintaxa folosită este corectă (chiar dacă $P_w(w)$ nu este _în care caz afirmația ar fi *adevărată,* deoarece nu poate exista o demonstrație a unei expresii incorecte sintactic). De fapt, ca urmare a traducerii în limbaj aritmetic, pe care se presupune că am efectuat-o, afirmația de mai sus este de fapt o afirmație *aritmetică* cu privire la numărul natural w (partea din parantezele drepte este o afirmație aritmetică bine definită asupra a *două* numere naturale x și w). Nu se presupune că este evident că afirmația poate fi codificată în limbaj aritmetic, dar ea poate fi. A arăta că astfel de afirmații pot fi codificate în acest fel, constituie principala "muncă grea" cuprinsă în partea complicată a demonstrației lui Gödel. Ca și mai înainte, *care anume* afirmație aritmetică este exact, va depinde de detaliile sistemelor de numerotare și va depinde foarte mult de structura detaliată a axiomelor și regulilor sistemului nostru formal. Deoarece toate acestea aparțin părții complicate, nu ne oprim asupra lor.

Am numerotat deci toate propozițiile funcționale ce depind de o singură variabilă, astfel încât trebuie să îi atribuim un număr și aceleia pe care tocmai am scris-o. Fie acest număr k. Propoziția noastră funcțională este a k-a de pe listă. Astfel

$$\sim\exists x[\Pi_x \text{ demonstrează } P_w(w)] = P_k(w).$$

Să examinăm acum această funcție pentru valoarea particulară a lui w: $w = k$. Obținem:

$$\sim\exists x[\Pi_x \text{ demonstrează } P_k(k)] = P_k(k).$$

Propoziția $P_k(k)$ este o afirmație aritmetică perfect de bine definită (corectă sintactic). Poate fi demonstrată în cadrul sistemului nostru formal? Dar negația ei $\sim P_k(k)$ poate fi demonstrată? Răspunsul la ambele întrebări trebuie să fie "nu". Putem vedea aceasta examinând *semnificația* procedurii lui Gödel. Deși $P_k(k)$ este doar o propoziție aritmetică, am construit-o astfel încât să afirme ceea ce a fost scris în partea stângă: "nu există o demonstrație a propoziției $P_k(k)$, în cadrul sistemului". Dacă am scris cu atenție axiomele și regulile de procedură, și presupunând că am făcut corect numerotarea, atunci, $P_k(k)$ nu se poate demonstra în cadrul sistemului. Deoarece dacă ar exista o astfel de demonstrație, atunci, semnificația afirmației lui $P_k(k)$, și anume că *nu există* o demonstrație, ar fi falsă, și astfel $P_k(k)$ ar trebui să fie falsă ca propoziție aritmetică. Totuși, sistemul nostru formal nu este atât de greșit construit încât să permită demonstrarea unor propoziții false! Astfel, trebuie să admitem că de fapt *nu există* o demonstrație pentru $P_k(k)$. Dar aceasta este exact ceea ce încearcă să ne spună $P_k(k)$. Trebuie deci ca ceea ce afirmă $P_k(k)$ să fie o afirmație *adevărată*, și deci $P_k(k)$ trebuie să fie adevărată ca propoziție aritmetică. Am găsit o propoziție *adevărată* care *nu poate fi demonstrată în cadrul sistemului!*

Dar care este situația în cazul negației $\sim P_k(k)$? Ar fi mai bine să nu putem găsi nici pentru ea o demonstrație. Tocmai am stabilit că $\sim P_k(k)$ trebuie să fie falsă (deoarece $P_k(k)$ este adevărată) și se presupune că nu putem demonstra propoziții false în cadrul sistemului! Astfel, în cadrul sistemului nostru formal, nu se pot demonstra nici $P_k(k)$ și nici $\sim P_k(k)$. Aceasta este exact ceea ce stabilește teorema lui Gödel.

Gândirea matematică

Observăm că s-a petrecut ceva cu totul remarcabil. Teorema lui Gödel este considerată adesea ca fiind ceva negativ – ce arată limitările necesare ale unui raționament matematic formal. Întotdeauna vor exista unele propoziții care vor rămâne pe dinafară, indiferent cât de atenți vom încerca să fim. Dar ar trebui, oare, ca această propoziție $P_k(k)$ să ne îngrijoreze? Noi am stabilit, de fapt, în demonstrația de mai sus, că $P_k(k)$ este o afirmație *adevărată*! Am reușit să *vedem* că $P_k(k)$ este adevărată cu toate că nu este demonstrabilă formal în cadrul sistemului. Adepții formalismului matematic riguros *ar trebui* să fie într-adevăr îngrijorați, deoarece prin acest raționament am stabilit că noțiunea de "adevăr" din cadrul sistemului formal trebuie să fie în mod necesar incompletă. *Indiferent* ce sistem formal (consistent) este folosit pentru aritmetică, există afirmații pe care le putem vedea ca fiind adevărate dar cărora nu li se poate atribui valoarea de adevăr: **adevărat** prin procedeul formal propus, descris mai sus. Modul în care un formalist riguros ar putea încerca să ocolească aceasta, ar fi poate să nu vorbească despre conceptul de adevăr, ci să se refere la *demonstrabilitatea* din cadrul unui sistem formal dat. Totuși aceasta pare foarte restrictiv. Folosind acest punct de vedere nu s-ar mai putea face nici domonstrația lui Gödel, așa cum este ea dată mai sus, deoarece părțile esențiale ale demonstrației folosesc raționamentul despre ceea ce este de fapt adevărat și ceea ce nu este adevărat.[2] Unii matematicieni adepți ai formalismului adoptă o poziție mai "pragmatică", pretinzând a nu fi preocupați de afirmații de tipul $P_k(k)$ deoarece sunt extrem de complicate și de neinteresante ca propoziții aritmetice. Astfel de oameni ar putea susține:

Da, există afirmația neobișnuită, ca de exemplu $P_k(k)$, pentru care noțiunea mea de demonstrabilitate sau de **adevăr** nu coincide cu noțiunea voastră instinctivă de adevăr, dar aceste afirmații nu vor fi folosite nicioadată în matematica serioasă (cel puțin nu în cea care mă interesează pe mine) deoarece astfel de afirmații sunt absurd de complicate și nenaturale din punctul de vedere al matematicii.

Într-adevăr, propoziții de tipul $P_k(k)$ sunt extrem de dificile și neobișnuite ca afirmații matematice despre numere, atunci când sunt scrise complet. Totuși, în ultimii ani, au fost enunțate unele afirmații suficient de simple și cu totul acceptabile din punct de vedere matematic și care sunt de fapt echivalente cu propoziții de tip-Gödel.[3] Acestea sunt nedemonstrabile folosind axiomele normale ale aritmeticii, cu toate că decurg dintr-o proprietate "evident adevărată" pe care însuși sistemul de axiome o are.

Lipsa de interes profesată de adepții formalismului în privința "adevărului matematic" îmi pare un punct de vedere foarte ciudat în cadrul filosofiei matematicii. Mai mult, el nu este în realitate deloc pragmatic. Matematicienii, nu doresc în decursul raționamentelor lor să fie nevoiți să verifice continuu dacă demonstrațiile lor pot fi sau nu formulate în termeni de axiome și reguli de procedură ale unui sistem formal oarecare complicat. Tot ceea ce doresc ei este să fie siguri că demonstrațiile lor sunt moduri valabile de stabilire a adevărului. Demonstrația lui Gödel este tot o astfel de procedură valabilă, astfel încât, după părerea mea, $P_k(k)$ este un adevăr matematic tot atât de valabil ca și oricare altul ce poate fi obținut mai convențional folosind axiome și reguli de procedură ce pot fi stabilite dinainte.

O metodă ce se impune singură este următoarea: să acceptăm că $P_k(k)$, pe care pentru moment o voi nota G_0, este o propoziție perfect valabilă; astfel că o putem asocia pur și simplu sistemului nostru, ca o axiomă suplimentară. Desigur, noul nostru sistem îmbunătățit va avea *propria* propoziție Gödel, să spunem G_1, care din nou este considerată ca fiind o afirmație perfect valabilă despre numere. Deci, asociem și pe G_1 sistemului nostru. În acest fel avem încă un sistem îmbunătățit ce va avea propria propoziție Gödel G_2 (din nou perfect valabilă), pe care o putem asocia, obținând următoarea propoziție Gödel G_3, pe care din nou o vom asocia, și așa mai departe, repetând indefinit acest proces. Dar cum va fi sistemul rezultant dacă vom admite folosirea *întregii* liste de G_0, G_1, G_2, G_3, . . . ca axiome suplimentare? S-ar putea ca *acesta* să fie complet? Deoarece avem acum un sistem nelimitat (infinit) de axiome, s-ar putea să nu fie clar dacă se aplică procedura lui Gödel. Totuși, această continuă asociere de propoziții Gödel este o schemă perfect corectă și poate fi reformulată ca un sistem logic finit obișnuit de axiome și reguli de procedură. Acest sistem va avea propria propoziție Gödel, fie G_w, pe care o putem asocia și forma astfel propoziția Gödel G_{w+1}, a sistemului rezultant. Repetând, ca mai sus, vom obține o listă G_w, G_{w+1}, G_{w+2}, G_{w+3}, . . . de propoziții, toate fiind afirmații perfect valabile despre numerele naturale și care pot fi asociate toate sistemului nostru formal. Totul este perfect corect și ne conduce la un nou sistem ce cuprinde întregul lot; iar acesta va avea la rândul lui propria propoziție Gödel, fie G_{w+w}, pe care o putem rescrie sub forma G_{w2}, și întrega procedură poate fi începută din nou; vom obține astfel o nouă listă infinită, dar corectă, de axiome G_{w2}, G_{w2+1}, G_{w2+2} etc., ce conduce la un nou sistem – și la o nouă propoziție Gödel G_{w3}. Repetând întreaga procedură, vom obține G_{w4}, și apoi G_{w5}, și așa mai departe. Și *această* procedură este în întregime corectă și își are propria propoziție Gödel G_{w^2}.

Au, oare, toate acestea un final? Într-un sens, nu; dar aceasta ne conduce spre unele considerații matematice complicate despre care nu putem intra aici în amănunte. Procedura de mai sus a fost discutată de Alan Turing într-o lucrare[4] din 1939. Un lucru cu totul remarcabil este că, în aritmetică, *oricare* propoziție adevărată se poate obține printr-o procedură repetată de "gödelizare" de acest tip! Vezi Feferman (1988). Totuși, aceasta ridică într-o oarecare măsură problema despre cum *decidem* de fapt dacă o propoziție este adevărată sau falsă. Problema critică este de a vedea, în fiecare etapă, cum se poate face codificarea asocierii unei familii infinite de propoziții Gödel pentru a forma o singură axiomă suplimentară (sau un număr finit de axiome). Aceasta cere ca familia noastră infinită să poată fi sistematizată într-un anumit mod algoritmic. Pentru a fi siguri că o astfel de sistematizare face *în mod corect* ceea ce ne-am propus, trebuie să ne folosim de *judecăți* din afara sistemului – exact așa cum am făcut prima dată pentru a vedea dacă $P_k(k)$ este o propoziție adevărată. Aceste judecăți sunt acelea ce nu pot fi sistematizate – și într-adevăr, ele trebuie să se afle în afara *oricărei* operații algoritmice!

Judecata prin care am ajuns la concluzia că propoziția Gödel $P_k(k)$ este o afirmație adevărată în aritmetică este un exemplu al unui tip general de procedeu cunoscut de logicieni sub numele de *principiu de reflecție*: astfel, "reflectând" asupra *semnificației* sistemului de axiome și reguli de procedură și convingându-ne că acestea reprezintă, într-adevăr, căi valabile de a ajunge la adevăruri matematice, se poate codifica această judecată în alte afirmații matematice adevărate ce nu erau deductibile din aceste axiome și reguli. Deducerea adevărului lui $P_k(k)$, așa cum s-a făcut mai sus, a depins de un astfel de principiu. Un alt principiu de reflecție, relevant pentru demonstrația originală a lui Gödel (deși nu a fost dată mai sus), folosit pentru deducerea a noi adevăruri matematice, depinde de faptul dacă un sistem de axiome, despre care noi credem deja că este valabil pentru a obține adevăruri matematice, este *consistent*. Principiile de reflecție cuprind adesea raționamente asupra mulțimilor infinite și trebuie întotdeauna avută multă grijă la folosirea lor, pentru a nu ajunge la un paradox de tipul Russell. Principiile de reflecție reprezintă chiar antiteza raționamentului formal. Folosite cu multă atenție, ele permit depășirea constrângerilor rigide ale oricărui sistem formal pentru a se obține noi interpretări matematice ce nu păreau posibile înainte. Pot exista multe rezultate perfect acceptabile în literatura noastră matematică a căror demonstrații necesită judecăți ce sunt situate departe de regulile și axiomele originale ale sistemelor formale standard pentru aritmetică. Toate acestea arată că procedeele mentale prin care matematicienii ajung la judecățile lor de adevăr nu își au rădăcinile doar în procedurile unui anumit sistem formal. *Vedem* validitatea propoziției Gödel $P_k(k)$ deși nu o putem deduce din axiome. Tipul de "vedere" ce este cuprins într-un principiu de reflecție necesită o gândire matematică ce nu este rezultatul operațiilor pur algoritmice ce ar putea fi codificate într-un anumit sistem matematic formal. Vom reveni la această problemă în capitolul 10.

Cititorul poate observa o oarecare asemănare între raționamentul ce stabilește adevărul și totuși "nedemonstrabilitatea" lui $P_k(k)$, și raționamentul din paradoxul lui Russell. Există o asemănare și cu raționamentul lui Turing ce stabilește că nu există o mașină Turing care să rezolve problema opririi. Aceste asemănări nu sunt întâmplătoare. Între cele trei există o puternică legătură istorică. Turing a elaborat raționamentul său după ce studiase lucrarea lui Gödel. Iar Gödel cunoștea bine paradoxul lui Russell, și a fost capabil să transforme un raționament de acest tip ce conduce la un paradox și care împinge prea departe folosirea logicii, într-o demonstrație matematică valabilă. (Toate acestea își au originea în "metoda diagonalei", descrisă în capitolul anterior în paragraful ce discută despre câte numere reale există.)

De ce ar trebui să acceptăm raționamentele lui Gödel și Turing dar să respingem raționamentul ce duce la paradoxul lui Russell? Primele sunt mult mai clare și sunt ireproșabile ca raționamente matematice, în timp ce paradoxul lui Russell depinde de un raționament mai nebulos ce folosește mulțimi "enorme". Dar trebuie admis că diferențele nu sunt chiar atât de clare pe cât s-ar dori să fie. Încercarea de a clarifica astfel de diferențe a fost unul dintre motivele importante ce au stat la baza întregii idei de formalism. Demonstrația lui Gödel arată că punctul de vedere strict formalist nu se susține de fapt; totuși nici nu ne conduce la un punct de vedere alternativ total de încredere. După părerea mea, problema este încă nerezolvată. Procedeul adoptat* în matematica contemporană, pentru a evita tipul de raționament ce folosește mulțimi "enorme" ce duce la paradoxul lui Russell, nu este întru totul satisfăcător. El continuă să fie enunțat în termeni formali distincți – sau, alternativ, în termeni ce nu ne dau o încredere deplină că aceste contradicții nu pot apărea.

---

* Se face o deosebire între "mulțimi" și "clase": se admite că mulțimile pot fi colectate împreună pentru a forma alte mulțimi sau poate clase, dar clasele *nu pot fi* colectate împreună pentru a forma colecții mai mari de orice fel, fiind considerate a fi "prea mari" pentru aceasta. Totuși, nu există nici o regulă pentru a decide când anume se poate admite că o colecție poate fi privită ca o mulțime, sau trebuie considerată în mod necesar ca fiind doar o calsă, făcând abstracție de regula circulară care afirmă că mulțimile sunt acele colecții ce pot fi într-adevăr colectate împreună pentru a forma alte colecții!

Indiferent de aceasta, o consecință clară a demonstrației lui Gödel este, după părerea mea, că acest concept de adevăr matematic nu poate fi închis în nici o schemă formală. Adevărul matematic este ceva ce trece dincolo de formalismul pur. Poate că acest lucru este clar chiar și fără teorema lui Gödel. Altfel, cum putem decide ce axiome și reguli de procedură să adoptăm de fiecare dată când încercăm să construim un sistem formal? Ghidul nostru în a decide asupra regulilor de adoptat trebuie să fie întotdeauna înțelegerea noastă intuitivă asupra a ceea ce este "evident adevărat prin sine însuși", date fiind "semnificațiile" simbolurilor sistemului. Cum putem decide care dintre sistemele formale este rațional să le adoptăm – folosind intuiția relativ la ceea ce este "evident prin sine însuși" și "semnificație" – și care nu? Desigur că noțiunea de selfconsistență nu este adecvată pentru aceasta. Pot fi multe sisteme selfconsistente care nu sunt "raționale" în acest sens, sisteme ale căror axiome și reguli de procedură au semnificații pe care le-am respinge ca false, sau care poate nici nu au semnificații. "Evidența prin sine însuși" și "semnificație" sunt concepte ce ar fi necesare, chiar și fără teorema lui Gödel.

Totuși, fără teorema lui Gödel ar fi putut fi posibil să ne imaginăm că noțiunile intuitive de "evidență prin sine însuși" și "semnificație" ar fi putut fi folosite o singură dată, doar la început, pentru construirea sistemului formal, iar apoi, ne-am fi putut dispensa de ele, ca parte dintr-un raționament matematic clar pentru determinarea adevărului. În acest caz, conform punctului de vedere formal, aceste noțiuni intuitive "vagi" ar fi putut avea un rol doar în gândirea *preliminară* a matematicianului, ca un ghid în găsirea raționamentului formal adecvat, dar nu ar fi jucat nici un rol în demonstrarea efectivă a adevărului matematic. Teorema lui Gödel arată că acest punct de vedere nu este justificat pentru fundamentarea filosofică a matematicii. Noțiunea de adevăr matematic depășește întregul concept al formalismului. Adevărul matematic are un caracter absolut și "dat de la Dumnezeu". Toate acestea sunt cuprinse în conceptele matematice ale lui Platon, discutate la sfârșitul ultimului capitol. Orice sistem formal are un caracter provizoriu și oarecum "artificial". Astfel de sisteme joacă un rol însemnat în discuțiile matematice, dar reprezintă doar un ghid parțial (sau aproximativ) către aflarea adevărului. Adevărurile matematice depășesc realizările oamenești.

Platonism sau intuiționism?

Am vorbit despre două școli de filosofie a matematicii, complet opuse, arătând că sunt clar adeptul punctului de vedere platonician și nu formal. În realitate, am simplificat mult lucrurile în cele discutate. Există multe rafinamente care ar putea fi făcute în aceste puncte de vedere. De exemplu, am putea discuta din punctul de vedere al platonismului, dacă obiectele gândirii matematice au o "existență" reală sau dacă doar conceptul de "adevăr" matematic este absolut. Nu vom discuta aceste probleme aici. Din punctul meu de vedere, caracterul absolut al adevărului matematic și existența conceptelor matematice în sensul lui Platon sunt în esență același lucru. "Existența" ce trebuie atribuită mulțimii Mandelbrot, de exemplu, este o caracteristică a naturii ei "absolute". Dacă un punct din planul Argant aparține sau nu mulțimii Mandelbrot este o problemă absolut independentă de care anume matematician, sau de care anume calculator o examinează. "Independența de matematician" a mulțimii Mandelbrot este aceea care îi conferă o existență în sens platonician. Mai mult chiar, detaliile ei cele mai fine sunt în afara a ceea ce ne este accesibil prin utilizarea calculatoarelor. Aceste dispozitive ne pot da doar aproximații ale unei structuri care are o existență de sine stătătoare adâncă și "independentă de calculator". Sunt convins totuși că pot exista multe alte puncte de vedere suficient de rezonabile relativ la această problemă. Dar acestea nu merită o atenție prea mare pentru moment.

Dacă ne considerăm platonicieni, există, de asemenea, diferențe în ceea ce privește gradul de aderare la această filosofie. Însuși Gödel a fost un platonician convins. Genul de afirmații matematice pe care le-am luat în considerare până acum, sunt relativ "moderate"[5] În particular, în teoria mulțimilor pot să apară afirmații mult mai controversate. Atunci când sunt luate în considerare toate ramificațiile teoriei mulțimilor, se pot întâlni mulțimi ce sunt atât de enorm de mari și de nebulos construite încât chiar și un platonician foarte convins, precum sunt eu, de exemplu, poate începe să aibă îndoieli asupra existenței lor, sau cu alte cuvinte, dacă ele sunt "absolute".[6] Se poate ajunge la o etapă în care mulțimile au definiții atât de stufoase și conceptual dubioase, încât adevărul sau falsitatea afirmațiilor matematice privitoare la ele pot începe să devină o problemă mai degrabă de părere personală decât una "dată de la Dumnezeu". Fie că cineva este pregătit să fie adeptul convins al platonismului, împreună cu Gödel și să considere că adevărul sau falsitatea afirmațiilor cu privire la astfel de mulțimi enorme este întotdeauna o problemă absolută sau "a lumii lui Platon", fie că se oprește înainte de aceasta și cere adevărul sau falsitatea doar atunci când mulțimile sunt rezonabile și nu enorm de stufoase, aceasta nu este o problemă relevantă pentru discuția de față. Mulțimile (finite sau infinite) importante pentru noi, conform standardelor la care ne-am referit anterior, sunt foarte mici! Prin urmare, deosebirile dintre diversele puncte de vedere platoniciane nu vor fi interesante pentru noi.

Există și alte puncte de vedere matematice, cum este cel denumit *intuiționist* (și un altul numit *finitism*) care trece în cealaltă extremă, în care se refuză complet acceptarea existenței oricărei mulțimi infinite* Intuiționismul a fost inițiat în 1924 de către matematicianul olandez E. J. Brouwer ca o alternativă – distinctă de cea a formalismului – la paradoxurile (cum ar fi cel al lui Russell)

* S-a ales denumirea de intuiționism pentru că este mai apropiată de un specific al gândirii umane.

ce pot apărea în cadrul raționamentelor matematice ce folosesc prea liber mulțimile infinite. Rădăcinile acestui punct de vedere pot fi regăsite încă de la Aristotel, care a fost elevul lui Platon, dar care a respins punctul de vedere al lui Platon relativ la existența absolută a entităților matematice și relativ la posibilitatea de acceptare a mulțimilor infinite. Conform intuiționismului, mulțimile (infinite sau de alt gen), nu sunt gândite ca având o "existență" de sine stătătoare, ci sunt gândite doar în termeni de reguli ce ar putea determina apartenența la ele.

O trăsătură caracteristică a intuiționismului lui Brouwer este neacceptarea "legii de excludere a căii de mijloc". Această lege afirmă că negarea negației unui enunț este echivalentă cu afiramația acelui enunț. (Sau, folosind simbolurile: $\sim(\sim P) \Leftrightarrow P$, o relație pe care am întâlnit-o mai sus.) Probabil că Aristotel ar fi fost nemulțumit de negarea unui lucru atât de "evident" logic! În termenii unui "bun simț" obișnuit, legea excluderii căii de mijloc poate fi privită ca un adevăr evident: dacă ceva ce nu este adevărat este fals, atunci, acel lucru este cu siguranță adevărat! (Această lege este baza procedeului matematic de *"reductio ad absurdum"*, vezi capitolul 2, paragraful despre imposibilitatea rezolvării problemei lui Hilbert.) Dar intuiționiștii neagă această lege. Aceasta din cauză că ei privesc în mod diferit conceptul de *existență*: pentru a accepta că obiectele matematice există efectiv ei cer ca în prealabil să fie prezentată o construcție (mentală) bine definită. Astfel, pentru un intuiționist, "existența" înseamnă "existență constructivă". Într-un raționament matematic ce se efectuează prin *reductio ad absurdum* se enunță o ipoteză cu intenția de a arăta că din consecințe va rezulta o contradicție, această contradicție reprezentând demonstrația dorită a faptului că ipoteza în discuție este falsă. Ipoteza poate lua forma unei afirmații asupra faptului că o entitate matematică cu anumite proprietăți cerute nu există. Când aceasta conduce la o contradicție, în *matematica obișnuită* se deduce că entitatea presupusă, există într-adevăr. Dar un astfel de raționament, în sine, nu ne dă nici o posibilitate de a *construi* concret o astfel de entitate. Pentru un intuiționist, o astfel de existență nu înseamnă, de fapt, existență. Acesta este sensul în care ei nu acceptă legea de excludere a căii de mijloc și procedeul de *reductio ad absurdum*. Într-adevăr, Brouwer a fost cu totul nesatisfăcut de o astfel de "existență" neconstructivă.[7] El a considerat că, fără o reală construcție, un astfel de concept de existență este fără sens. În logica lui Brouwer, din falsitatea neexistenței unui anume obiect nu se poate deduce că acel obiect există de fapt!

După părerea mea, deși constructivismul privind existența matematică este lăudabil, punctul de vedere intuiționist al lui Brouwer este puțin cam extremist. Brouwer și-a expus pentru prima dată ideile în 1924, cu mai mult de 10 ani înaintea lucrărilor lui Church și Turing. Deoarece, în prezent, conceptul de constructivism – în termenii ideii lui Turing de calculabilitate – poate fi studiat în cadrul *convențional* al filosofiei matematice, nu mai este necesar să ajungem la extremele către care dorea să ne coducă Brouwer. Putem discuta despre constructivism ca despre o problemă separată de aceea a existenței matematice. Dacă vom dori să fim de partea intuiționismului, va trebui să renunțăm tocmai la cele mai remarcabile tipuri de raționament din cadrul matematicilor.

Nu doresc să stărui asupra variatelor dificultăți și a absurdităților evidente la care ne conduce punctul de vedere intuiționist; dar poate ar fi de folos să enumăr câteva dintre problemele existente. Un exemplu la care se referea adesea Brouwer este scrierea sub formă zecimală a lui π:

$$3{,}141592653589793\ldots$$

Există, undeva în decursul acestei scrieri, cifra şapte repetată de zece de ori consecutiv, adică:

$$\pi = 3{,}141592653589793\ldots\ldots7777777777\ldots\ldots,$$

sau nu există? Tot ce putem spune, în limbaj matematic obişnuit, este că se poate să existe, sau se poate să nu existe – dar că noi nu ştim! Aceasta pare o afirmație destul de neutră. Totuşi, intuiţioniştii ar nega, că se poate spune în mod justificat "fie că există o succesiune de zece de şapte consecutivi undeva în cursul scrierii sub formă zecimală a lui π, fie că nu" – în afară de cazul în care fie s-a stabilit (într-un mod constructiv acceptat de intuiţionişti) că există într-adevăr o astfel de succesiune, fie s-a stabilit că nu există! Un calcul direct ar fi suficient pentru a arăta că o succesiune de zece cifre consecutive de şapte există undeva în scrierea zecimală a lui π, dar pentru a stabili că nu există o astfel de succesiune, ar fi necesară o teoremă matematică. Nici un calculator nu a mers până acum suficient de departe cu calculul lui π pentru a constata dacă există într-adevăr o astfel de succesiune. Din punct de vedere probabilist s-ar putea spune că o astfel de succesiune există, dar chiar dacă un calculator ar calcula cu o rată de, să zicem, o zecimală pe secundă, probabil că ar dura cam între o sută şi o mie de ani pentru a găsi secvența! După părerea mea, este mult mai probabil ca existența unei astfel de secvențe să fie stabilită matematic (probabil ca un corolar al unui rezultat mult mai important şi interesant) şi nu prin calcul direct – deşi, poate, într-un mod ce nu va fi acceptat de intuiţionişti.

Această problemă nu prezintă un interes matematic real. Ea este dată doar ca un exemplu uşor de enunțat. Brouwer ar afirma, consecvent formei sale extreme de intuiționism, că în prezent, afirmația: "există undeva în scrierea zecimală a lui π o succesiune de zece cifre consecutive de şapte" nu este nici adevărată nici falsă. Dacă rezultatul va fi cândva stabilit, prin calcul sau prin demonstrație matematică (intuiționistă), atunci afirmația va deveni "adevărată" sau poate "falsă", după cum va fi cazul. Un exemplu similar ar fi "ultima teoremă a lui Fermat". Conform intuiționismului extrem al lui Brouwer, nici aceasta nu este nici adevărată nici falsă în prezent, dar ar putea deveni cândva, fie una fie cealaltă dintre posibilități. Pentru mine, o astfel de subiectivitate și dependență de timp a adevărului matematic este de neacceptat. Într-adevăr, este o problemă foarte subiectivă, dacă sau când un adevăr matematic poate fi acceptat ca "demonstrat" oficial. Adevărul matematic nu ar trebui să depindă de astfel de criterii dependente de societate. De asemenea, a avea un concept de adevăr matematic ce se modifică în timp este, cel puțin, incomod și nesatisfăcător pentru o matematică ce se speră a fi capabilă să reprezinte un suport solid în descrierea lumii fizice. Nu toți intuiționiștii sunt adepții poziției dure a lui Brouwer. Cu toate acestea, punctul de vedere intuiționist este unul incomod chiar și pentru cei ce aderă la scopurile constructivismului. Puțini dintre matematicienii de azi ar adopta intuiționismul în mod sincer, fie și numai deoarece este foarte limitativ cu privire la tipul de raționament matematic ce poate fi adoptat.

Am descris pe scurt cele trei curente principale ale filosofiei matematice contemporane: formalismul, platonismul și intuiționismul. Nu am făcut nici un secret din faptul că simpatiile mele sunt puternic de partea punctului de vedere platonician, și anume că adevărul matematic este absolut, exterior nouă și etern, și că nu este bazat pe criterii subiective; iar obiectele matematice au o existență veșnică proprie, ce nu depinde de societatea umană și nici de anumite obiecte fizice. Am încercat să-mi apăr punctul de vedere în acest paragraf, în cel anterior și la sfârșitul capitolului 3. Sper că cititorul este pregătit să meargă pe această cale împreună cu mine, deoarece acest lucru va fi important pentru o bună parte din cele ce vor urma.

Teoreme de tip Gödel obținute din rezultatele lui Turing

În prezentarea teoremei lui Gödel, am omis multe amănunte și am lăsat deoparte poate partea cea mai importantă din punct de vedere istoric a demonstrației sale: aceea ce se referă la "nedecidabilitatea" consistenței axiomelor. Acum, scopul meu *nu* este să subliniez această "problemă a demonstrabilității consistenței sistemului de axiome" atât de importantă pentru Hilbert și contemporanii săi, ci să arăt că o anumită propoziție Gödel – ce nu este nici demonstrabilă și nici nedemonstrabilă folosind regulile și axiomele sistemului formal considerat – este *văzută* în mod clar, ca fiind o propoziție *adevărată* dacă ne folosim de judecata noastră pentru a înțelege semnificațiile operațiilor implicate. Am menționat că Turing a elaborat ultima sa demonstrație ce stabilește imposibilitatea rezolvării problemei opririi execuției unui program, după ce studiase lucrările lui Gödel. Cele două demonstrații au multe în comun, și aspecte esențiale ale rezultatului lui Gödel pot fi deduse direct folosind procedeul lui Turing. Să ne oprim asupra lor deoarece vom înțege astfel dintr-un unghi diferit esența a ceea ce se ascunde în spatele teoremei lui Gödel.

O proprietate esențială a unui sistem matematic formal este că, pentru o afirmație matematică dată, a decide dacă un șir dat de simboluri constituie sau nu o demonstrație în cadrul sistemului, trebuie să fie o problemă de calcul. Esența formalizării noțiunii de demonstrație matematică constă în faptul că nu mai trebuiesc făcute alte judecăți asupra a ceea ce înseamnă un raționament valabil. Poate fi posibil să se verifice, într-un mod complet mecanic și stabilit anterior, dacă o presupusă demonstrație este într-adevăr o demonstrație; adică, trebuie să existe un *algoritm* de verificare a demonstrațiilor. Pe de altă parte, nu cerem ca a *găsi* că o afirmație matematică dată este demonstrabilă (sau nedemonstrabilă) trebuie să fie, în mod obligatoriu, o problemă de algoritm.

De fapt, se dovedește că în cadrul oricărui sistem formal *există* întotdeauna un algoritm pentru găsirea unei demonstrații, ori de câte ori există o demonstrație. Și aceasta deoarece trebuie să presupunem că sistemul nostru este formulat în termenii unui anumit limbaj simbolic, limbaj ce poate fi exprimat în termenii unui anumit "alfabet" finit de simboluri. Așa cum am făcut și mai înainte, (în paragraful despre teorema lui Gödel), să ordonăm *lexicografic* șirurile de simboluri, (care după cum ne amintim înseamnă alfabetic), pentru fiecare lungime fixă a unui șir, ordonând întâi toate șirurile de lungime unu, apoi pe cele de lungime doi, apoi de lungime trei și așa mai departe. În acest mod, toate demonstrațiile construite corect vor fi ordonate numeric conform acestei scheme lexicografice. Având lista de demonstrații, avem în felul acesta și o listă a tuturor *teoremelor* din sistemul formal, deoarece teoremele sunt tocmai propozițiile ce apar ca linii ultime ale unor demonstrații construite corect. Lista este perfect calculabilă deoarece putem lua în considerare lista lexicografică a *tuturor* șirurilor de simboluri ale sistemului, chiar dacă au sau nu sens ca demonstrații, iar apoi putem testa primul șir folosind – algoritmul de testare a demonstrabilității – pentru a vedea dacă este o demonstrație sau a o elimina dacă nu este; apoi vom testa în același mod al doilea șir, și îl vom elemina dacă nu este o demonstrație, apoi al treilea, apoi al patrulea și așa mai departe. Astfel, dacă există o demonstrație o vom găsi, în cele din urmă, undeva în listă.

Dacă Hilbert ar fi reușit să construiască sistemul său matematic – un sistem de axiome și de reguli de procedură suficient de solid pentru a decide, folosind demonstrația formală, adevărul sau falsitatea oricărei propoziții matematice formulată corect în cadrul sistemului – atunci, acesta *ar fi fost* o metodă algoritmică generală de a decide adevărul sau falsitatea unei astfel de propoziții. De ce? Deoarece, dacă prin procedura descrisă mai sus, găsim în cele din urmă propoziția căutată ca fiind linia finală din demonstrație, înseamnă că am *demonstrat* această propoziție. În schimb, dacă în cele din urmă am găsit *negația* propoziției ca linie finală, înseamnă că am arătat *nedemonstrabilitatea* ei. Dacă schema lui Hilbert ar fi completă, s-ar realiza întotdeauna una sau cealaltă dintre aceste eventualități (iar, dacă ar fi și consistentă, nu s-ar realiza niciodată împreună). Astfel, procedura noastră mecanică s-ar termina întotdeauna la o anumită etapă și am avea un algoritm universal pentru a decide adevărul sau falsitatea tuturor propozițiilor din sistem. Aceasta ar contrazice rezultatul lui Turing, prezentat în capitolul 2 care spune că nu există un algoritm general care să decidă asupra propozițiilor matematice. În consecință, am demonstrat teorema lui Gödel: *nu există* o schemă de tipul dorit de Hilbert care să poată fi completă în sensul discutat.

De fapt, teorema lui Gödel era mai concretă, deoarece tipul de sistem formal de care s-a ocupat Gödel trebuia să corespundă exact pentru propozițiile din aritmetică și nu pentru propozițiile din matematică în general. Putem face în așa fel încât toate operațiile necesare ale mașinilor Turing să fie efectuate folosind doar aritmetica? Cu alte cuvine, se pot exprima în termeni de aritmetică obișnuită toate funcțiile *calculabile* de numere naturale (adică recursive, sau funcții algoritmice – ce sunt produse de mașina Turing)? De fapt este aproape sigur că se poate, dar nu complet: pe lângă regulile obișnuite ale aritmeticii și logicii (incluzând $\exists$ și $\forall$), este necesară încă o operație. Această operație doar selectează

"cel mai mic număr natural x astfel încât $K(x)$ să fie adevărată",

unde $K(\ )$ este orice propoziție funcțională dată calculabilă aritmetic – pentru care se presupune că *există* un astfel de număr, adică $\exists x[K(x)]$ este adevărată. (Dacă nu ar exista un astfel de număr, atunci operația noastră s-ar desfășura "fără oprire"* – încercând să localizeze inexistentul x căutat.) În orice caz, raționamentul de mai sus stabilește, pe baza rezultatului lui Turing, că programul lui Hilbert de a reduce toate ramurile matematicii la calcule în cadrul unui sistem formal nu este realizabil.

Deci, această procedură nu arată prea rapid că avem o propoziție Gödel (de tipul $P(k)$) care este *adevărată*, dar nedemonstrabilă în cadrul sistemului. Totuși, dacă ne reamintim raționamentul dat în capitolul 2 în problema "cum se poate întrece un algoritm", vom vedea că putem face ceva foarte asemănător. În acel raționament am putut arăta că, fiind dat un algoritm oarecare prin care să se decidă dacă acțiunea unei mașini Turing se oprește, putem produce o mașină Turing a cărei acțiune *noi* vedem că nu se va opri, în timp ce algoritmul nu. (Reamintesc că am insistat că algoritmul trebuie să ne informeze în mod corect

* În realitate este esențial să se permită existența unor astfel de posibilități nefericite, pentru a putea avea posibilitatea descrierii *oricărei* operații algoritmice. Reamintesc că pentru a descrie mașinile Turing în general, trebuie să admitem și mașinile Turing ce nu se opresc niciodată.

când acțiunea unei mașini Turing *se va opri* deși se poate ca uneori să nu reușească să ne spună că acțiunea mașinii Turing nu se va opri, ea continuând fără oprire.) Astfel, ca și în cazul teoremei lui Gödel de mai sus, avem o propoziție pe care noi o putem *vedea,* folosindu-ne de judecata noastră, că trebuie să fie *adevărată* (neoprirea acțiunii mașinii Turing), dar acțiunea algoritmică dată nu este capabilă să ne spună aceasta.

Mulțimi numărabile recursiv

Există un mod grafic dedescriere a componentelor de bază ale rezultatelor lui Turing și Gödel folosind limbajul *teoriei mulțimilor.* Aceasta ne permite să renunțăm la descrierile arbitrare făcute folosind un anumit simbolism sau sistem formal, astfel ca problemele esențiale să poată fi puse în evidență. Vom considera doar mulțimi (finite sau infinite) de *numere naturale* 0, 1, 2, 3, 4, . . . , astfel că vom examina colecții de acestea, cum sunt de exemplu {4, 5, 8}, {6}, {0, 57, 100003}, {1, 2, 3, 4, . . ., 9999}, {1, 2, 3, 4, ...}, {0, 2, 4, 6, 8, . . .}, {0}, sau chiar mulțimea numerelor întregi nenegative, numită și mulțimea totală, $\mathbf{N}$ = {0, 1, 2, 3, 4, . . .}, sau mulțimea vidă ∅ = {}. Ne vom ocupa doar de probleme de *calculabilitate*, și anume: "ce fel de mulțimi de numere naturale pot fi generate prin algoritmi și ce fel nu?"

În abordarea unei astfel de probleme putem considera că fiecare număr natural *n* reprezintă un anumit șir de simboluri dintr-un sistem formal. Notăm acest al "*n*-lea șir de simboluri, cu Q_n, conform unei ordonări lexicografice (exprimată "corect sintactic") a propozițiilor din sistem. Deci, fiecare număr natural reprezintă o propoziție. Mulțimea *tuturor* propozițiilor din sistemul formal va fi reprezentată prin mulțimea totală $\mathbf{N}$ și, de exemplu, *teoremele* din sistemul formal pot fi considerate că formează o mulțime mai mică a numerelor naturale, fie mulțimea *P*. Detaliile unui anumit sistem de numerotare a propozițiilor nu sunt importante. Tot ceea ce ne trebuie, pentru a stabili o corespondență între numerele naturale și propoziții, este un algoritm cunoscut pentru a obține fiecare propoziție Q_n (scrisă în notația simbolică corespunzătoare) din numărul său natural corespunzător *n,* și un alt algoritm cunoscut pentru a obține *n* din Q_n. Considerând acești doi algoritmi cunoscuți ca fiind dați, suntem liberi să *identificăm* mulțimea numerelor naturale $\mathbf{N}$ cu mulțimea propozițiilor unui sistem formal specificat.

Să alegem un sistem formal care să fie consistent și suficient de cuprinzător pentru a include toate acțiunile tuturor mașinilor Turing – iar pe lângă aceasta, să fie și "rațional", în sensul că axiomele și regulile sale de procedură să poată fi considerate ca fiind "*adevărate* prin ele însele". *Unele* dintre propozițiile Q_0,

Q_1, Q_2, Q_3, . . . ale sistemului formal vor avea *demonstrații* în cadrul sistemului. Aceste propoziții "demonstrabile" vor avea numere ce constituie o anumită mulțime în $\mathbb{N}$, de fapt, mulțimea P a "teoremelor" de mai sus. De fapt, am văzut deja că există un *algoritm* de generare, una după alta, a tuturor propozițiilor ce au demonstrații într-un anumit sistem formal dat. (Așa cum am arătat anterior, a "n-a demonstrație" Π_n se obține pe cale algoritmică din n. Tot ce avem de făcut este să ne uităm la ultima linie a celei de a n-a demonstrații pentru a găsi "a n-a propoziție demonstrabilă din sistem, adică a n-a teoremă".) Astfel avem un algoritm de generare a elementelor lui P unul după altul (poate cu repetiții – ceea ce nu schimbă situația).

O mulțime, cum este P, ce poate fi generată în acest fel printr-un algoritm oarecare se numește *numărablă recursiv*. Observăm că mulțimea propozițiilor ce sunt domonstrabile în cadrul sistemului – adică propoziții ale căror negații sunt demonstrabile – este, de asemenea, numărabilă recursiv, deoarece putem pur și simplu număra propozițiile demonstrabile și lua negațiile lor. Există multe alte submulțimi ale lui $\mathbb{N}$ ce sunt numărabile recursiv, pentru a căror definire nu trebuie să facem referire la sistemul nostru formal. Exemple simple de mulțimi numărabile recursiv sunt: mulțimea numerelor pare

$$\{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\},$$

mulțimea numerelor ridicate la pătrat

$$\{0, 1, 4, 9, 16, \ldots.\},$$

și mulțimea numerelor prime

$$\{2, 3, 5, 7, 11, \ldots.\},$$

Este clar că putem genera fiecare dintre aceste mulțimi printr-un algoritm. Pentru fiecare dintre aceste trei exemple va fi, *de asemenea*, numărabil recursiv și *complementul* mulțimii, dică mulțimea numerelor naturale ce *nu* *aparțin* mulțimii. Mulțimile complementare sunt în aceste trei cazuri, respectiv:

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\};$$
$$\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, \ldots\};$$

și

$$\{0, 1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, \ldots\}.$$

Este o problemă simplă să se construiască un algoritm și pentru aceste mulțimi complementare. Într-adevăr, pentru orice număr natural dat n, putem decide pe cale algoritmică, dacă este sau nu un număr par, sau dacă este sau nu un pătrat, sau dacă este sau nu un număr prim. Avem astfel, un algoritm de generare a *ambelor* mulțimi – mulțimea și complementara ei – deoarece putem lua pe rând numerele naturale și decide, în fiecare caz, dacă aparține mulțimii originale sau mulțimii coplementare. O mulțime ce are proprietatea că atât ea cât și mulțimea sa complementară sunt numărabile recursiv se numește mulțime *recursivă*. În mod clar, complementul unei mulțimi recursive este tot o mulțime recursivă.

Există mulțimi ce sunt numărabile recursiv dar *nu sunt* recursive? Să facem o pauză, pentru moment, și să vedem ce ar înseamna aceasta. Deoarece elementele unei astfel de mulțimi pot fi generate printr-un algoritm, în cazul unui element suspectat de a fi în mulțime – și care, să presupunem pentru moment, că face parte din mulțime, vom avea o metodă de a decide, – dacă într-adevăr, *este* în mulțime. Tot ce trebuie să facem este să permitem algoritmului nostru să parcurgă toate elementele mulțimii până ce, în cele din urmă, va găsi elementul particular care ne preocupă. Dar, să presupunem că elementul nostru suspectat *nu face parte* din mulțime. În acest caz, algoritmul nostru nu ne va fi de nici un folos, deoarece va continua să parcurgă mulțimea fără oprire, neajungând la nici o decizie. În acest caz, este necesar un algoritm care să genereze mulțimea *complementară*. Dacă *acesta* găsește suspectul nostru, atunci știm în mod sigur că elementul nu este în mulțime. Cu ambii algoritmi toate vor fi în regulă. Putem pur și simplu alterna cei doi algoritmi și prinde suspectul într-un fel sau altul. Această situație fericită se. întâlnește în cazul unei mulțimi *recursive*. Dar am presupus că mulțimea noasră este doar numărabilă recursiv, *nu* și recursivă: algoritmul sugerat de generare a mulțimii complementare nu există! Suntem astfel în fața unei situații curioase: putem decide algoritmic *că un* element *din* mulțime *este efectiv* în mulțime, dar nu putem garanta, folosind un algoritm, că putem decide aceasta pentru elemente ce se întâmplă *să nu fie* în mulțime!

Se poate întâlni vreodată o astfel de situație curioasă? Există, într-adevăr, mulțimi numărabile recursiv ce nu sunt recursive? Dar care este situația în cazul mulțimii *P*? Este *aceasta* o mulțime recursivă? Știm că este numărabilă recursiv, astfel că tot ce avem de decis este dacă mulțimea complementară este și ea numărabilă recursiv. De fapt nu este! Dar cum putem spune aceasta? Ei bine, să ne reamintim că s-a presupus că acțiunile mașinilor Turing fac parte dintre operațiile permise în cadrul sistemului nostru formal. Notăm a n-a mașină Turing prin T_n. Atunci afirmația

$$\text{"}T_n(n) \text{ se oprește"}$$

este o propoziție – să o scriem $S(n)$ – pe care o putem exprima în sistemul nostru formal, pentru fiecare număr natural n. Propoziția $S(n)$ va fi adevărată pentru unele valori ale lui n și va fi falsă pentru altele. Mulțimea *tuturor* $S(n)$, atunci când n parcurge toate numerele naturale 0, 1, 2, 3, . . ., va fi reprezentată printr-o anumită submulțime S a lui $\mathbf{N}$. Să ne reamintim acum, rezultatul fundamental al lui Turing (capitolul 2, paragraful despre insolubilitatea problemei lui Hilbert): nu există un algoritm care să afirme cu precizie că "*T_n (n) nu* se oprește" în acele cazuri în care $T_n(n)$ de fapt nu se oprește. Aceasta arată că mulțimea de *false S(n) nu este* numărabilă recursiv.

Observăm că partea lui *S* ce se află în *P* este formată exact din acele *S*(*n*) care sunt *adevărate*. De ce? Este cert că dacă oricare *S(n)* particulară este demonstrabilă, atunci ea trebuie să fie adevărată (deoarece sistemul nostru formal a fost ales ca fiind "rațional"), astfel că partea lui *S* situată în *P* trebuie să fie formată exclusiv din propoziții *adevărate* *S*(*n*). Mai mult, nici o propoziție adevărată *S(n)* nu se poate găsi în afara lui *P*, deoarece, dacă $T_n(n)$ s-ar opri, atunci aceasta ar constitui o demonstrație, în cadrul sistemului, că se oprește efectiv.*

Să alegem acum cazul în care complementul lui *P* este numărabil recursiv. În aceste caz, am avea un algoritm de generare a elementelor acestei mulțimi complementare. Putem aplica acest algoritm și nota fiecare propoziție *S*(*n*) întâlnită. Toate acestea sunt false *S(n),* astfel că procedura ne va da, în realitate, o enumerare recursivă a mulțimii de false *S(n)*. Dar, am observat mai sus că falsele *S*(*n*) *nu sunt* numărabile recursiv. Am ajuns la o contradicție: deci, complementul lui *P* nu poate fi numărat recursiv; astfel încât *mulțimea P nu este recursivă,* ceea ce am dorit să stabilim.

Aceste proprietăți demonstrează, de fapt, că sistemul nostru formal nu poate fi complet: adică, trebuie să existe propoziții ce nu sunt nici demonstrabile, și nici nedemonstrabile în cadrul sistemului. Deoarece, dacă nu ar exista astfel de propoziții "nedecidabile", complementul mulțimii *P* ar trebui să fie mulțimea propozițiilor *nedemonstrabile* (tot ce nu este demonstrabil ar trebui să fie nedemonstrabil). Dar am văzut că propozițiile nedemonstrabile constituie o mulțime numărabilă recursiv, deci *P este recursivă.* Totuși *P nu este* recursiv – o contradicție ce stabilește incompletitudinea. Acesta este rezultatul principal al teoremei lui Gödel.

Să ne ocupăm acum de submulțimea *T* a lui $\mathbb{N}$ care reprezintă propozițiile *adevărate* ale sistemului nostru formal. Este *T* recursivă? Este *T* numărabilă recursiv? Este complementul lui *T* numărabil recursiv? Răspunsul la toate aceste întrebări este în realitate: "Nu". O cale de a vedea aceasta este să observăm că propozițiile false de forma:

"$T_n(n)$ se oprește"

nu pot fi generate printr-un algoritm, după cum am observat mai sus. Din această cauză, propozițiile false *în totalitate* nu pot fi generate printr-un algoritm, deoarece orice astfel de algoritm ar enumera în particular, toate

* Demonstrația ar putea consta, de fapt, dintr-o succesiune de pași ce ar reproduce acțiunea mașinii până în momentul opririi. Demonstrația s-ar încheia de îndată ce mașina s-ar opri.

propozițiile false "$T_n(n)$ se oprește" de mai sus. În mod similar, mulțimea tuturor propozițiilor *adevărate* nu poate fi generată printr-un algoritm (deoarece orice astfel de algoritm ar putea fi modificat banal pentru a da toate propozițiile false, doar făcându-l să ia *negația* fiecărei propoziții pe care o generează). Deoarece propozițiile adevărate nu sunt astfel numărabile recursiv (și nici cele false) ele constituie un șir mult mai complicat și mai profund decât cel al propozițiilor demonstrabile din sistem. Aceasta ilustrează o altă latură a teoremei lui Gödel: conceptul de *adevăr* matematic este doar parțial accesibil prin mijloacele raționamentului formal.

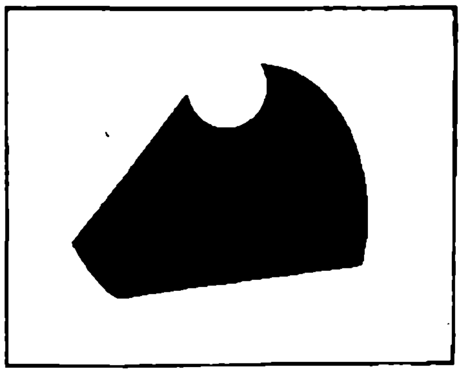


Fig. 4.1. O reprezentare foarte schematică a unei mulțimi recursive.

Există totuși anumite clase simple de propoziții aritmetice adevărate ce formează mulțimi numărabile recursiv. De exemplu, propoziții adevărate de forma:

$$\exists w, x, \ldots, z\, [f(w, x, \ldots, z) = 0],$$

unde $f(\,)$ este o anumită funcție construită din operații aritmetice obișnuite de adunare, scădere, înmulțire și ridicare la o putere, ce constituie o mulțime numărabilă recursiv (pe care o voi nota A), după cum nu este prea greu de văzut.[8] Un exemplu de astfel de propoziție – deși nu știm dacă este adevărată – este negația "ultimei teoreme a lui Fermat", pentru care putem lua pe $f(\,)$ ca fiind dată de

$$f(w, x, y, z) = (x+1)^{w+3} + (y+1)^{w+3} - (z+1)^{w+3}$$

Se dovedește, totuși, că mulțimea A nu este recursivă (un lucru ce *nu este* așa ușor de văzut – deși este o consecință a demonstrației originale a lui Gödel). Astfel, nu dispunem de nici o metodă algoritmică care ar putea, măcar în principiu, să decidă adevărul sau falsitatea "ultimei teoreme a lui Fermat"!

În figura 4. 1, am încercat să reprezint schematic o mulțime recursivă sub forma unei regiuni cu o frontieră simplă. În acest fel, este ușor de spus dacă un anumit punct dat aparține sau nu mulțimii.

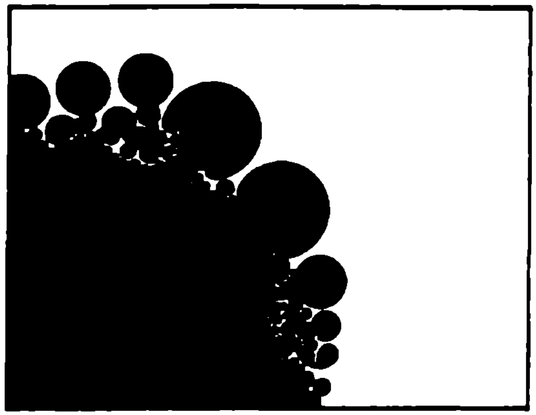


Fig. 4.2. O reprezentare foarte schematică a unei mulțimi numărabile recursiv (regiunea neagră) ce nu este recursivă. Ideea este că regiunea albă este definită doar ca fiind "ceea ce rămâne" când se îndepărtează regiunea neagră generată prin calcul; a stabili dacă un punct se găsește efectiv în regiunea albă nu este o problemă de calcul.

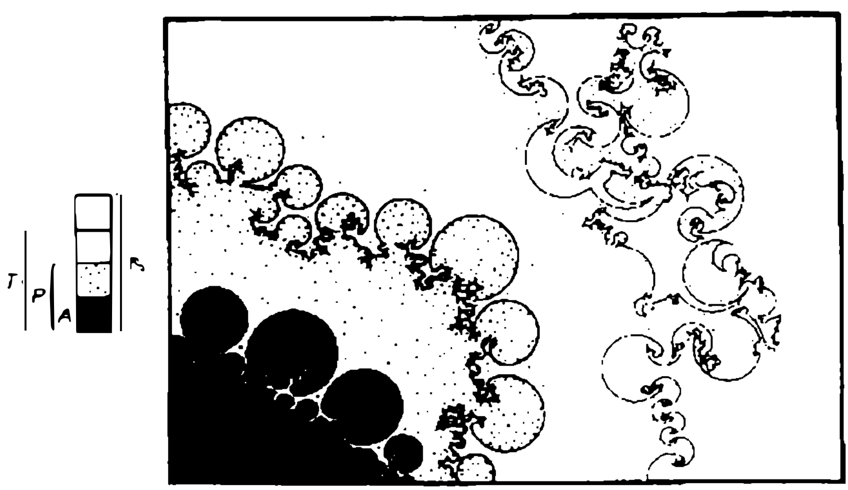


Fig. 4.3. O reprezentare foarte schematică a unor mulțimi diferite de propoziții. Mulțimea *P* de propoziții ce sunt demonstrabile în cadrul sistemului este, ca și *A*, numărabilă recursiv dar nu și recursivă; mulțimea *T* a propozițiilor adevărate nu este nici măcar numărabilă recursiv.

Fiecare punct din imagine trebuie considerat ca reprezentând un număr natural. Mulțimea complementară este deci reprezentată, de asemenea, ca o regiune cu aspect simplu. În figura 4. 2, am încercat să reprezint o mulțime numărabilă recursiv dar care *nu este* recursivă sub forma unei mulțimi cu o frontieră complicată, pentru care mulțimea ce se găsește de o parte a frontierei – partea numărabilă recursiv – se presupune că are un aspect mai simplu decât cea din cealaltă parte. Figurile sunt foarte schematice și nu sunt în nici un caz considerate "corecte din punct de vedere geometric". Nu are nici o semnificație faptul că imaginile sunt reprezentate ca și cum ar fi pe un plan bidimensional plat! În figura 4. 3 am indicat schematic cum sunt situate regiunile *P, T și A* în mulțimea $\mathbf{N}$.

Este oare recursivă mulțimea Mandelbrot?

Mulțimile ce nu sunt recursive trebuie să aibă preprietatea de a fi complicate în însăși esența lor. Caracterul lor complicat trebuie, într-un anumit sens, să facă de nerezolvat orice încercare de sistematizare a lor, pentru că însăși sistematizarea lor ar duce la o anumită procedură algoritmică. În cazul unei mulțimi ce nu este recursivă, nu există un mod algoritmic general de a decide dacă un element (sau "punct") aparține sau nu mulțimii. La începutul capitolului 3 am întâlnit o anumită mulțime cu un aspect extraordinar de complicat, și anume, mulțimea Mandelbrot. Deși regulile de definire a ei sunt surprinzător de simple, mulțimea posedă o structură foarte elaborată, de o varietate fără sfârșit. Ar putea fi oare acesta un exemplu de mulțime ce nu este recursivă, și care se înfățișează într- adevăr ochilor noștri muritori?

Cititorul își va da seama cu ușurință că tot acest caracter complicat a putut fi adus în fața ochilor noștri prin magia tehnologiei calculatoarelor electronice moderne de mare viteză. Oare calculatoarele electronice nu sunt chiar întruchiparea felului în care acționează un algoritm? Într-adevăr, acesta este desigur adevărul, dar nu trebuie să uităm modul în care un calculator produce efectiv aceste imagini. Pentru a testa dacă un punct din planul Argand – un număr complex c – aparține mulțimii Mandelbrot (colorată în negru) sau mulțimii complementare (colorată în alb), calculatorul va începe cu 0, iar apoi va rula aplicația

$$z \rightarrow z^2 + c$$

pentru $z = 0$ pentru a obține pe c, și apoi pentru $z = c$ pentru a obține pe $c^2 + c$, și apoi pentru $z = c^2 + c$ pentru a obține pe $c^4 + 2c^3 + c^2 + c$, și așa mai departe. Dacă această secvență $0, c, c^2 + c, c^4 + 2c^3 + c^2 + c, \ldots$ rămâne în interiorul frontierei, punctul reprezentat prin c va fi colorat în negru; dacă nu, în alb. Cum spune mașina dacă o astfel de secvență rămâne în interiorul frontierei sau nu? În principiu, problema presupune cunoașterea a ceea ce se întâmplă după un număr *infinit* de termeni ai secvenței! Iar aceasta, în sine, nu este o problemă de calcul. Din fericire, există procedee de a spune, după numai un număr finit de termeni, când secvența iese din interiorul frontierei. (De fapt, atunci când atinge cercul de rază $1+\sqrt{2}$ cu centrul în origine, se poate spune sigur că secvența nu mai este în interiorul frontierei.)

Astfel, într-un anumit sens, *complementul* mulțimii Mandelbrot (adică regiunea *albă*) este numărabilă recursiv. Dacă numărul complex c este în regiunea albă, atunci va exista un algoritm pentru a stabili aceasta. Dar ce se poate spune despre mulțimea Mandelbrot însăși – regiunea neagră? Există un algoritm care să spună în mod sigur dacă un punct suspectat de a fi în regiunea neagră este efectiv în regiunea neagră? Se pare că, în prezent, răspunsul la această problemă nu este cunoscut. Am consultat mulți colegi și experți, și se pare că nici unul dintre ei nu cunoaște un astfel de algoritm. Și nici nu au găsit vreo demonstrație a faptului că nu există un astfel de algoritm. Se pare, cel puțin, că nu există un algoritm *cunoscut* pentru regiunea neagră. Poate că, într-adevăr, complementul mulțimii Mandelbrot este un exemplu de mulțime numărabilă recursiv care nu este recursivă!

Înainte de a examina în continuare această sugestie, este necesar să discutăm unele probleme pe care le-am trecut cu vederea. Aceste probleme vor fi importante pentru noi în cadrul discuțiilor ulterioare asupra calculabilității în fizică. În discuția anterioară am fost destul de inexact. Am folosit termeni ca "numărabil recursiv" și "recursiv" pentru mulțimi de puncte din planul Argand, adică pentru mulțimi de numere complexe. Acești termeni ar trebui folosiți strict doar pentru numere naturale sau pentru alte mulțimi *numărabile*. Am văzut în capitolul 3 (paragraful despre câte numere reale există) că numerele reale nu sunt numărabile, și deci că, nici numerele complexe nu pot fi numărabile – deoarece numerele reale pot fi considerate ca tipuri particulare de numere complexe, și anume, numere complexe cu partea imaginară egală cu zero (vezi paragraful despre numere complexe din capirolul 3). În realitate, sunt exact "tot atâtea" numere complexe câte numere reale, adică "*C*". (Pentru a stabili o corespondență biunivocă între numerele complexe și numerele reale, se pot lua părțile zecimale ale părților reale și imaginare ale fiecărui număr complex, și intercala conform cifrelor impare și pare ale numărului real corespunzător: adică numărul complex 3,6781. . . + i512,975. . . ar corespunde numărului real 50132,6977851 . . .)

O cale de a ocoli această problemă ar fi să luăm în considerare doar numerele complexe *calculabile*, deoarece am văzut în capitolul 3 că numerele reale calculabile – și deci și numerele complexe calculabile – sunt numărabile. Totuși există o dificultate serioasă: nu există un algoritm general prin care să se decidă dacă două numere calculabile, date în termenii algoritmilor lor respectivi, sunt egale sau nu unul cu altul! (Putem forma diferența lor pe cale algoritmică, dar nu putem decide algoritmic dacă această diferență este sau nu zero. Ne putem imagina doi algoritmi care generează cifrele 0,99999 . . . și 1,00000 . . ., respectiv, dar nu vom putea ști niciodată dacă cifrele de 9, sau cifrele de 0 vor continua indefinit, caz în care cele două numere vor fi egale, sau dacă o altă cifră va apărea în cele din urmă, și deci numerele nu vor fi egale.) Astfel, s-ar putea să nu știm niciodată dacă aceste numere sunt egale. O implicație a acestui fapt este că și în cazul unei astfel de mulțimi simple cum este *discul unitate* din planul Argand (mulțimea punctelor a căror distanță de la origine nu este mai mare decât o unitate, adică regiunea neagră din figura 4.4) nu există un algoritm prin care să se decidă categoric dacă un număr complex se găsește efectiv pe disc.

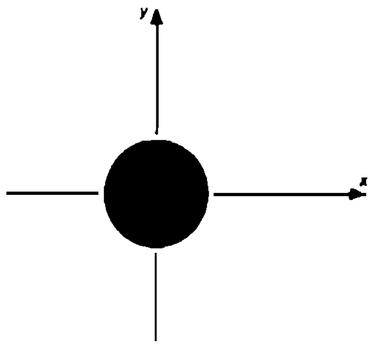


Fig. 4.4. Discul unitate ar trebui considerat ca fiind "recursiv", dar aceasta necesită o examinare mai aprofundată.

Această problemă nu se pune pentru punctele din interiorul discului (sau pentru punctele din exteriorul discului) ci pentru punctele situate chiar pe muchea discului – adică chiar pe cercul unitate. Se consideră că cercul unitate face parte din disc. Să presupunem că ni se dă un algoritm care generează cifrele ce formează partea reală și imaginară a unui număr complex oarecare. Dacă suspectăm că acest număr complex se găsește efectiv pe cercul unitate, nu putem stabili cu siguranță acest lucru. Și aceasta deoarece nu există un algoritm prin care să se decidă dacă numărul calculabil

$$x^2 + y^2$$

este efectiv egal cu 1 sau nu, acesta fiind criteriul de a decide dacă numărul complex calculabil $x + iy$ se află pe cercul unitate sau nu.

Evident că nu aceasta dorim. Este cert că discul unitate *ar trebui* să fie considerat ca fiind recursiv! Nu există multe mulțimi mai simple decât discul unitate! O cale de a evita această problemă ar putea fi de a *nu lua în* *considerare* frontiera. Pentru punctele ce se găsesc efectiv în interior sau efectiv în exterior există cu certitudine un algoritm care să stabilească aceasta. (Pur și simplu generăm cifrele una după alta pentru $x^2 + y^2$ și vom găsi, în cele din urmă, după virgulă o cifră, o alta decât 9 în 0,99999 . . . sau o alta decât 0 în 1,00000 . . .). În acest sens, discul unitate *este* recursiv. Dar această interpretare este destul de nepotrivită în matematici deoarece raționamentul trebuie făcut în termeni de ceea ce se întâmplă efectiv *la* frontiere. S-ar putea, totuși, ca acest punct de vedere să fie adecvat pentru fizică. Va trebui să reexaminăm acest tip de problemă ulterior.

Există și un alt punct de vedere, strâns legat de acesta, ce ar putea fi adoptat: de a nu face de loc referire la numere complexe calculabile. În loc să încercăm să enumerăm numerele complexe din interiorul sau din afara mulțimii în discuție, vom căuta, doar, un algoritm prin care să se decidă, *fiind dat* numărul complex, dacă se află în mulțime sau dacă se află în complementul mulțimii. Prin "dat", înțeleg că, pentru fiecare număr complex pe care îl testăm, ne sunt date una după alta fiecare dintre cifrele succesive ale părților reale și imaginare, atât de multe câte dorim – poate printr-o metodă magică. Eu nu cer să existe un algoritm oarecare, cunoscut sau necunoscut, care *să dea* aceste cifre. O mulțime de numere complexe ar putea fi considerată ca fiind "numărabilă recursiv" dacă ar exista un algoritm care, *ori de câte ori* i se prezintă o astfel de succesiune de cifre, ar spune în cele din urmă "da", după un număr finit de pași, dacă și numai dacă numărul complex se află efectiv în mulțime. Ca și în cazul primului punct de vedere sugerat mai sus, se dovedește că acest punct de vedere "nu ia în considerare "frontierele. Astfel, atât interiorul discului unitate cât și exteriorul discului unitate sunt considerate fiecare ca fiind numărabile recursiv în acest sens, pe când frontiera în sine nu.

Nu este întru totul clar pentru mine dacă vreunul dintre aceste puncte de vedere este exact ceea ce este necesar.[9] Dar filosofia de a "neglija frontierele" aplicată la mulțimea Mandelbrot, poate face să se piardă o bună parte din caracterul complicat al mulțimii. Această mulțime este formată parțial din "insulițe" – împreună cu interiorul lor – și parțial din "istmuri". Se pare că structura cea mai complicată o posedă istmurile ce pot avea meandre foarte complicate. Totuși, istmurile nu sunt situate în interiorul mulțimii, astfel că ele pot fi "neglijate", dacă adoptăm una dintre aceste două filosofii. Chiar și așa, în cazul în care se iau în considerare doar insulițele, nu este clar dacă mulțimea Mandelbrot este "recursivă". Se pare că problema se bazează pe o anumită conjectură nedemonstrată care se referă la mulțimea Mandelbrot: este ea "conectată local"? Nu-mi propun să explic acum semnificația sau importanța acestui termen. Doresc doar să indic că acestea sunt probleme dificile și că ele ridică probleme cu privire la mulțimea Mandelbrot, peobleme care încă nu sunt rezolvate, dintre care unele se găsesc în prim planul unora dintre cercetările prezente din domeniul matematicii.

Există și alte interpretări ce pot fi adoptate pentru a ocoli problema numerelor complexe ce nu sunt numărabile. În loc de a lua în considerare *toate* numerele complexe calculabile, se poate examina o submulțime convenabilă de astfel de numere ce au proprietatea că a decide dacă două dintre ele sunt sau nu egale *este* o problemă de calcul. O astfel de submulțime simplă ar fi formată din numerele complexe *"raționale"*, pentru care atât părțile reale ale numerelor, cât și cele imaginare sunt numere raționale. Ar fi poate preferabil să considerăm numerele *algebrice* – acele numere complexe ce sunt soluții ale ecuațiilor algebrice cu coeficienți ce sunt numere întregi. De exemplu, toate soluțiile z ale ecuației

$$129z^7 - 33z^5 + 725z^4 + 16z^3 - 2z - 3 = 0$$

sunt numere algebrice. Numerele algebrice sunt numărabile și calculabile, și a decide dacă două dintre ele sunt egale sau nu este efectiv o problemă de calcul. (Se constată că multe dintre ele se găsesc pe frontiera cercului unitate și pe istmurile mulțimii Mandelbrot.) Dacă dorim, putem formula problema dacă mulțimea Mandelbrot este sau nu recursivă, folosindu-ne de ele.

S-ar putea ca numerele algebrice să fie adecvate în cazul celor două mulțimi despre care tocmai am discutat, dar ele nu rezolvă efectiv dificultățile noastre în general. Să considerăm mulțimea (regiunea neagră din figura 4. 5) definită prin relația

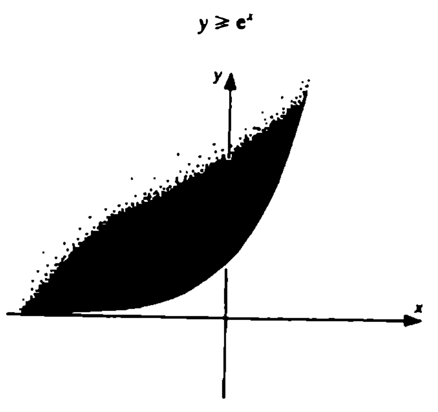


Fig. 4.5. Mulțimea definită prin relația exponențială $y \geq e^x$ trebuie considerată ca fiind tot "recursivă".

pentru $x + iy$ (= z) în planul Argand. Atât interiorul mulțimii cât și interiorul complementului mulțimii sunt numărabile recursiv în cadrul fiecăreia dintre interpretările exprimate mai sus, dar (așa cum decurge dintr-o celebră teoremă datorată lui F. Lindemann, demonstrată în 1882) frontiera, $y = e^x$, conține doar *un* punct algebric, și anume punctul $z = i$. În acest caz, numerele algebrice nu ne sunt de nici un ajutor în explorarea naturii algoritmice a frontierei! Nu ar fi gre de găsit o altă subclasă de numere calculabile care să fie suficientă pentru ace: caz particular, dar rămâi cu sentimentul puternic că încă nu s-a ajuns l interpretarea corectă.

Câteva exemple de matematică nerecursivă

Există foarte multe domenii ale matematicii în care problemele care apar n sunt recursive. Astfel, ne putem întâlni cu o clasă de probleme pentru car răspunsul este, de fiecare dată, fie "da", fie "nu", dar pentru care nu există u algoritm general pentru a decide care dintre cele două cazuri se realizeaz efectiv. Unele dintre aceste clase de probleme sunt remarcabil de simple.

În primul rând, să analizăm problema găsirii unor soluții formate din numer întregi pentru sisteme de ecuații algebrice cu coeficienți numere întregi. Astfe de ecuații poartă numele de ecuații *diofantice* (după numele matematicianulu grec Diophantos, care a trăit în secolul al treilea înainte de Christos, și a studia acest tip de ecuații). Un set de astfel de ecuații ar putea fi

$$z^3 - y - 1 = 0, \qquad yz^2 - 2x - 2 = 0, \qquad y^2 - 2xz + z + 1 = 0$$

iar problema este de a decide dacă ele pot fi rezolvate sau nu pentru valo *numere întregi* ale lui x, y și z. De fapt, în acest caz particular ele pot f rezolvate, o soluție fiind dată de

$$x = 13, \qquad y = 7, \qquad z = 2.$$

Totuși, nu există un algoritm pentru a decide această problemă pentru cazu unui set arbitrar* de ecuații de tip diofantic; cu tot caracterul elementar a componentelor sale, aritmetica diofantică face parte din matematic nealgoritmică!

(Un exemplu ceva mai puțin elementar este *echivalentul topologic al unu spațiu multidimensional*. Menționez aceasta doar pe scurt, deoarece are anumită importanță pentru problemele ce vor fi discutate în capitolul 8. Pentr a înțelege ce este un spațiu "multidimensional", putem exemplifica întâi u spațiu *unidimensional* printr-o curbă închisă (sau o sfoară, infinit subțire, al cărei capete au fost lipite; în engleză "string" N.T.), o suprafață închisă ar

* Deci, acesta este un răspuns negativ la a zecea problemă a lui Hilbert, menționată în capitol 2, paragraful despre fundamentele conceptului de algoritm. (Vezi, de exemplu, Devlin 1988. Aici, numărul de variabile nu este limitat. Totuși, se știe că pentru ca această propietat nealgoritmică să fie valabilă, numărul de variabile nu trebuie să fie mai mare de nouă.

dimensiunea *doi*. În continuare să încercăm să ne imaginăm un tip de "suprafață" care are *trei* sau mai multe dimensiuni. "Echivalența topologică" a două spații multidimensionale presupune ca unul dintre ele să poată fi deformat și adus la forma celuilalt printr-un proces de deformare continuă, fără a folosi operații de "tăiere", "rupere" sau "lipire". Astfel, suprafața unei sfere sau a unui cub sunt suprafețe topologic echivalente, dar *nu* sunt echivalente topologic cu suprafața unui tor (covrig sau inel) sau a unei căni de ceai (incluzând și suprafața pe care o prezintă toarta cănii lipită organic de ceașcă), ultimele două fiind însa topologic echivalente. Pentru spații *bidimensionale* există un algoritm care să decidă dacă două astfel de spații sunt topologic echivalente, și care se rezumă la a număra câte "toarte" are fiecare suprafață. Această problemă pusă pentru trei dimensiuni nu are încă un răspuns (în moment când scriu aceasta), dar pentru patru dimensiuni *nu există* un algoritm care să decidă echivalența. Cazul patrudimensional este important pentru fizică deoarece, conform teoriei generale a relativității a lui Einstein, spațiul și timpul formează împreună un tot patrudimensional; vezi capitolul 5, paragraful despre relativitatea generală a lui Einstein. Geroch și Hartle (1986) au sugerat că această propietate nealgoritmizabilă ar putea fi importantă pentru "gravitația cuantică"; vezi și capitolul 8).

Să ne ocupăm acum de o problemă de un tip diferit, numită *problema cuvântului*[10]. Să presupunem că avem un anumit alfabet de simboluri și că formăm din aceste simboluri diferite șiruri, pe care le vom numi *cuvinte*. Cuvintele nu trebuie să aibă în sine vreun sens, dar vom dispune de o anumită listă (finită) de "egalități" între ele, listă pe care o putem folosi pentru a deduce noi "egalități" de acest fel. Aceasta se face prin substituirea unor cuvinte din lista inițială în alte cuvinte (normal mai lungi) ce le conțin ca părți. Fiecare parte poate fi înlocuită printr-o altă parte ce este considerată a fi egală cu ea conform listei. Problema este deci de a decide, pentru anumite perechi de cuvinte date, dacă ele sunt "egale" sau nu conform acestor reguli.

Ca un exemplu, am putea avea pentru lista noastră inițială:

EAT = AT
ATE = A
LATER = LOW
PAN = PILLOW
CARP =ME.

Putem deduce din acestea, de exemplu,

LAP = LEAP

prin substituții succesive din partea dreaptă în partea stângă a egalităților și din nou în partea dreaptă:

LAP = LATEP = LEATEP = LEAP.

Acum problema este: fiind dată o pereche de cuvinte, putem ajunge de la unul la celălalt folosind doar astfel de substituții? Putem ajunge, să zicem, de la CATERPILLAR la MAN, sau, fie, de la CARPET la MEAT? În primul caz răspunsul este, din întâmplare, "da", pe când în al doilea caz este "nu". În cazul răspunsului "da", modul normal de a arăta aceasta ar fi de a prezenta un șir de egalități în care fiecare cuvânt să fie obținut din predecesorul său prin folosirea uneia dintre relațiile permise. Astfel (literele ce urmează a fi schimbate sunt indicate cu caractere aldine, iar literele ce tocmai au fost schimbate cu caractere cursive):

C**ATE**RPILLAR = C*A*RPILLAR = CARPIL**L*ATE*R** = CAR**PIL***LOW* =
CAR*PAN* = *ME***A**N = M**E*AT*E**N = M*A***T**EN = M*A*N.

Cum putem spune că este imposibil să se ajungă de la CARPET la MEAT folosind regulile permise? Aceasta cere ceva mai multă bătaie de cap, dar nu este greu de văzut că se poate face într-o varietate de moduri diferite. Cel mai simplu pare a fi următorul: în fiecare dintre "egalitățile" din lista noastră inițială, numărul de A-uri plus numărul de W-uri plus numărul de M-uri este același de fiecare parte. Astfel, numărul total de A-uri, W-uri și M-uri nu se poate modifica pe parcursul nici unei succesiuni de substituții permise. Dar în cazul lui CARPET acest număr este 1 pe când pentru MAET este 2. În consecință, nu există nici o modalitate de a ajunge de la CARPET la MEAT prin substituțiile permise.

Observăm că atunci când cele două cuvinte sunt "egale" putem arăta aceasta simplu prezentând un șir permis de simboluri și folosind regulile pe care le-am dat; în cazul în care "nu sunt egale", trebuie să apelăm la raționamente *asupra* regulilor pe care le-am stabilit. Ori de câte ori cuvintele *sunt* efectiv "egale" există un algoritm clar pe care îl putem folosi pentru a stabili "egalitatea" dintre cuvinte. Tot ce ne trebuie este să facem o listă lexicografică a tuturor secvențelor posibile de cuvinte și să scoatem apoi din această listă oricare astfel de șir pentru care există o pereche de cuvinte consecutive din care al doilea nu rezultă din primul printr-o regulă permisă. Secvențele rămase vor reprezenta "egalitățile" căutate dintre cuvinte. Totuși, nu există, în general, un astfel de algoritm evident pentru a decide când două cuvinte *nu sunt* "egale" și s-ar putea să fim nevoiți să recurgem la "judecata noastră" pentru a stabili acest lucru. (Într-adevăr, mi-a trebuit ceva timp până să găsesc "trucul" de mai sus pentru stabili că aceste cuvinte CARPET și MEAT nu sunt "egale". În cazul unui alt exemplu s-ar putea să fie necesar un "truc" de cu totul alt tip. În paranteză fie spus, judecata este folositoare – deși nu și necesară – și pentru stabilirea *existenței* unei "egalități".)

De fapt, pentru *această* listă de cinci "egalități" ce formează lista inițială din exemplul de mai sus, nu este deosebit de dificil să se găsească un algoritm de stabilire a faptului că două cuvinte "nu sunt egale" atunci când ele efectiv "nu sunt egale". Totuși, pentru *a găsi* algoritmul valabil în acest caz, trebuie să apelăm serios la judecata noastră! Într-adevăr, se constată că nu există un singur algoritm universal pentru *toate* listele inițiale posibile. În acest sens nu există o soluție algoritmică la problema cuvintelor. Problema generală a cuvintelor aparține matematicilor nerecursive!

Pot exista chiar *anumite* liste inițiale de cuvinte pentru care nu există un algoritm pentru a decide când două cuvinte nu sunt egale. O astfel de listă este

AH = HA
OH = HO
AT = TA
OT = TO
TAI = IT
HOI = IH
THAT = ITHT

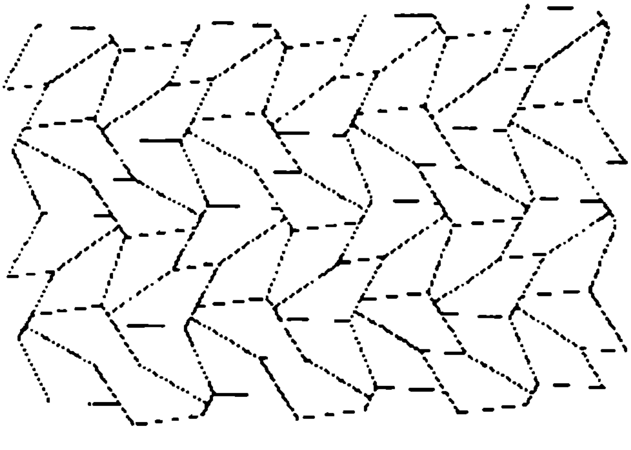
(Această listă este adaptată după aceea dată în 1955 de G. S. Tseitin și Dana Scott; vezi Gardner 1958, p. 144.) Astfel, această problemă a cuvintelor, *în sine,* este un exemplu de matematică nerecursivă, în sensul că folosind această listă inițială nu putem decide algoritmic dacă două cuvinte date sunt "egale" sau nu.

Problema generală a cuvintelor apare din considerațiile logicii matematice formalizate ("sisteme formale" etc., discutate anterior). Lista inițială joacă rolul unui sistem de axiome, iar regula de substituție rolul regulilor formale de procedură. Demonstrația de nerecursivitate a problemei cuvintelor se face pornind de la astfel de considerații.

Ca un exemplu final al unei probleme din matematică, ce este nerecursivă, să examinăm problema acoperirii planului euclidian cu forme poligonale, atunci când ni se dă un număr finit de astfel de forme diferite. Problema care se pune este dacă este posibilă acoperirea completă a planului, fără spații libere sau suprapuneri, folosind doar aceste forme. O astfel de aranjare a formelor este numită *acoperire* a planului (rezultă un "mozaic" sau un "pavaj"). Suntem obișnuiți cu faptul că astfel de acoperiri sunt posibile folosind doar pătrate, sau doar triunghiuri echilaterale, sau doar hexagoane regulate (după cum este ilustrat în figura 10.2, capitolul 10), dar nu și folosind doar pentagoane regulate. Există multe alte forme ce pot acoperi planul, cum sunt cele dou: pentagoane *neregulate* ilustrate în figura 4.6.

Cu o *pereche* de forme, acoperirile pot deveni mai elaborate. În figura 4.7 sun date două exemple simple. Toate exemplele de până acum au proprietatea c: sunt *periodice;* aceasta înseamnă că se repetă exact pe două direcți independente. În limbaj matematic, spunem că există un *paralelogram bază* - un paralelogram care, dacă este marcat într-un mod oarecare și este continu repetat pe cele două direcții paralele cu laturile sale, va reproduce modelul d acoperire dat.

În figura 4.8 este dat în partea din stânga un exemplu de o acoperir periodică cu o placă în formă de ghimpe, iar în dreapta este indica paralelogramul bază care prin repetarea periodică realizează acoperirea.



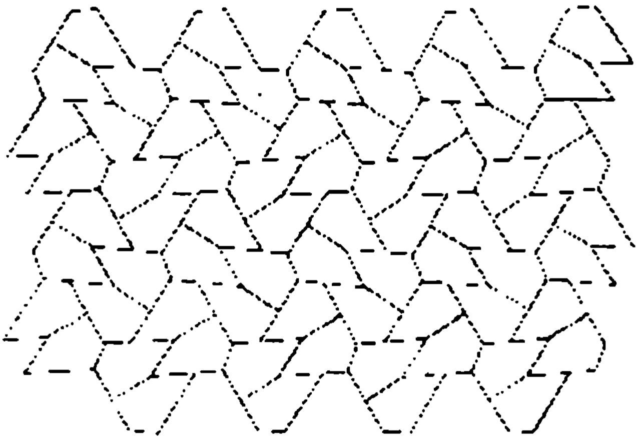


Fig.4.6. Două exemple de acoperire periodică a planului; în fiecare se folosește câte o singură formă (găsite de Majorie Rice în 1976).

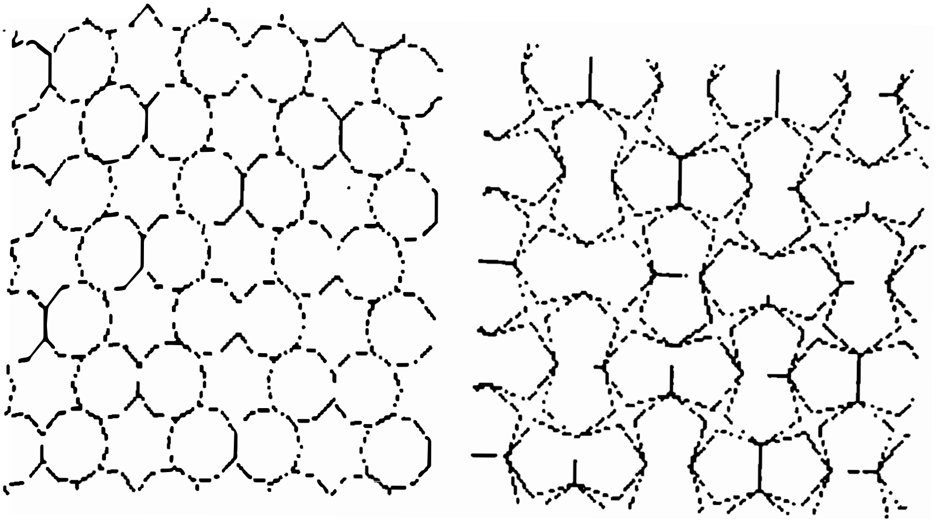


Fig. 4.7. Două exemple de acoperire periodică a planului, în care se folosesc câte două forme.

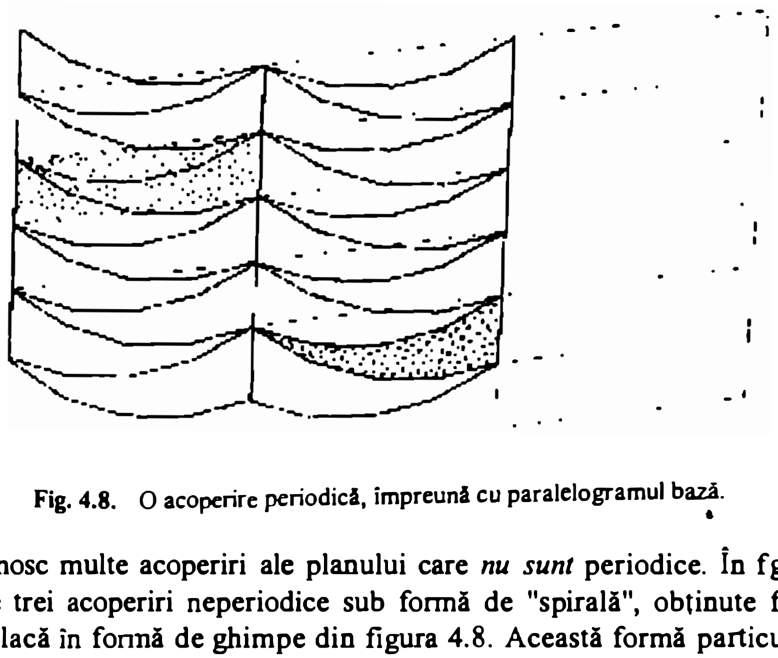


Fig. 4.8. O acoperire periodică, împreună cu paralelogramul bază.

Se cunosc multe acoperiri ale planului care *nu sunt* periodice. În fgura 4.9 sunt date trei acoperiri neperiodice sub formă de "spirală", obținute folosind aceeași placă în formă de ghimpe din figura 4.8. Această formă particulară de placă este cunoscută sub numele de "placă universală" (din motive evidente!), și a fost inventată de B. Grünbaum și G. C. Shephard (1981, 1987), pe baza unei forme mai vechi găsită de H. Voderberg.

Observăm că placa universală poate acoperi un plan atât periodic cât și neperiodic. Această proprietate o au multe alte forme individuale de plăci sau de grupări de forme de plăci. Există, oare, forme individuale sau grupări de forme care pot acoperi planul *dar* neperiodic? Răspunsul este "da".

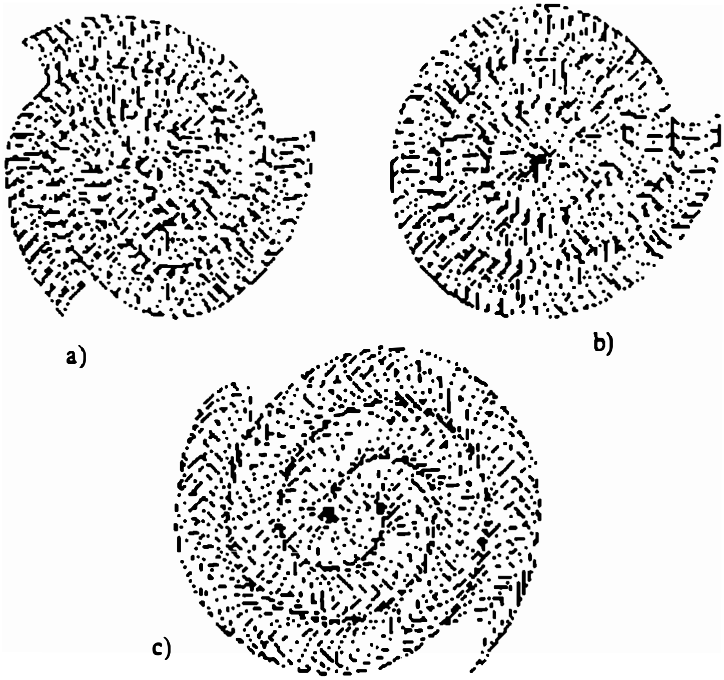


Fig 4.9. Trei acoperiri "spirale" neperiodice, ce folosesc aceeași formă "universală" folosită în figura 4.8.

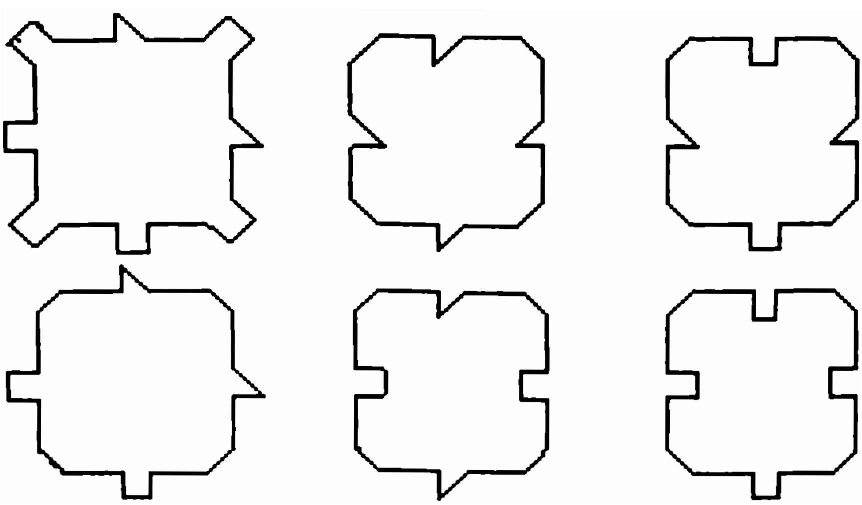


Fig 4.10. Cele șase plăci ale lui Raphael Robinson ce acoperă planul dar neperiodic.

În figura 4.10 am înfățișat o grupare de șase plăci construite de matematicianul american Raphael Robinson (1981) ce pot acoperi întregul plan, dar în mod neperiodic.

Ar fi interesant să discutăm puțin despre istoria apariției acestei grupări de plăci ce acoperă planul neperiodic (vezi Grünbaum și Shephard 1987). În 1961 logicianul chino-american Hao Wang a pus problema dacă poate exista *o metodă de a decide* în problema acoperirii, sau altfel spus, dacă poate exista un *algoritm* prin care să se decidă dacă o grupare finită dată de forme poligonale diferite va acoperi sau nu întregul plan!* El a putut arăta că ar exista într-adevăr o astfel de metodă de decizie *dacă* s-ar putea arăta că fiecare grupare finită de plăci diferite ce ar acoperi planul într-un anumit mod, l-ar acoperi și periodic. Probabil că pe atunci se considera că ar fi greu de crezut că ar putea exista o grupare ce violează această condiție – adică o grupare "aperiodică" de plăci. Totuși, în 1966 Robert Berger a putut arăta, folosind unele idei sugerate de Hao Wang, că *nu* există o metodă de decizie în problema acoperirii: deci și problema acoperirii face parte din matematicile nerecursive![11]

Astfel, din rezultatul anterior al lui Hao Wang rezultă că trebuie să existe o grupare aperiodică, iar Berger a fost într-adevăr capabil să prezinte prima grupare aperiodică de plăci. Totuși, datorită complexității demonstrației sale, gruparea sa a cuprins un număr foarte mare de plăci diferite – inițial 20426. Utilizând unele idei ingenioase, Berger a putut reduce acest număr la 104. Apoi, în 1971, Raphael Robinson a putut coborî numărul la șase, care sunt prezentate în figura 4.10.

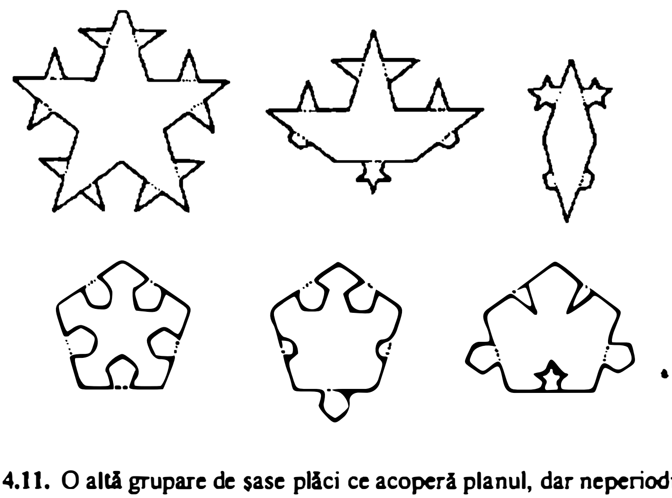


Fig. 4.11. O altă grupare de șase plăci ce acoperă planul, dar neperiodic.

O altă grupare aperiodică din șase plăci este prezentată în figura 4.11. Pe aceasta am creat-o eu însumi în 1973 urmând o linie de gândire complet independentă. (Voi reveni la această problemă în capitolul 10, unde în figura

* De fapt, Hao Wang a analizat o problemă puțin diferită – el se referea la plăci pătrate, fără rotație și la potrivirea culorilor plăcilor alăturate, dar diferențele nu sunt importante pentru noi acum.

10.3 este înfățișată o acoperire cu aceste forme). După ce am aflat de gruparea aperiodică de șase a lui Robinson, am început să mă gândesc la reducerea numărului lor; prin diferite operații de tăiere și realipire am reușit să-l reduc la doi. În figura 4.12 sunt înfățișate două scheme alternative.

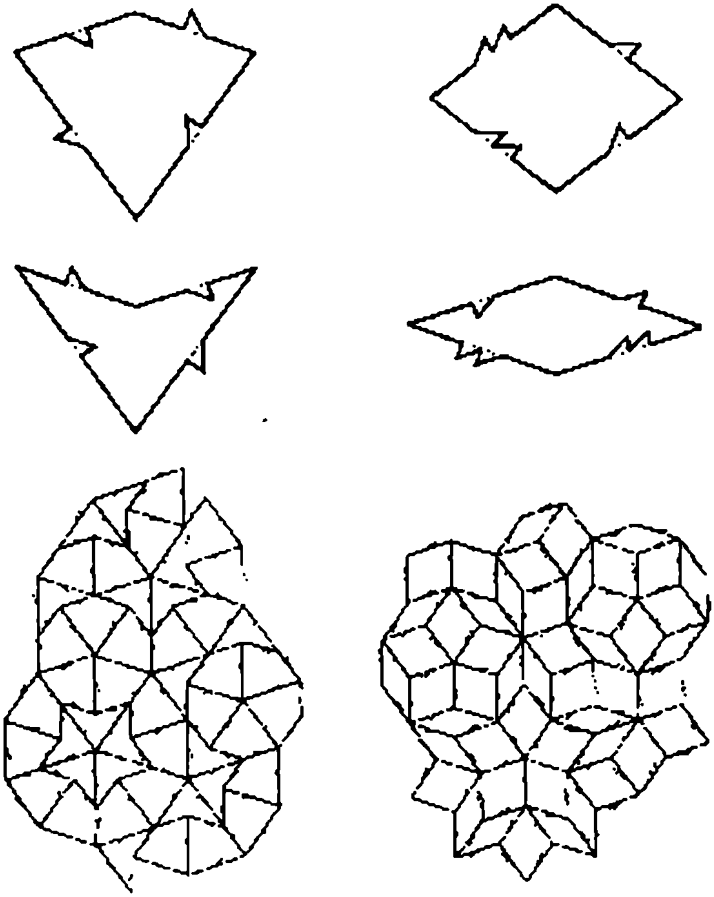


Fig. 4.12. Două perechi ce acoperă neperiodic ("plăci Penrose"); și regiuni din plan acoperite cu fiecare dintre ele.

Modelele obligatoriu neperiodice ale acoperirilor ce au putut fi duse la bun sfârșit au multe proprietăți remarcabile, inclusiv pe aceea că posedă o structură cuasiperiodică, evident imposibilă din punct de vedere cristalografie, cum ar fi simetria de ordinul cinci. Voi reveni mai târziu la această problemă.

Este probabil remarcabil că un astfel de domeniu al matematicii aparent "banal" – și anume acoperirea planului cu forme congruente – ce pare aproape "o joacă de copii", ar trebui de fapt să facă parte din matematicile nerecursive. În acest domeniu sunt efectiv multe probleme dificile și nerezolvate încă. De exemplu, nu se cunoaște dacă există o mulțime aperiodică formată dintr-o *singură* placă.

Wang, Berger și Robinson au folosit în tratarea problemei acoperirii doar plăci bazate pe pătrate. Eu admit aici poligoane de formă generală și este necesară o metodă adecvată de calcul a dispunerii plăcilor individuale. O metodă ar fi de a reprezenta vârfurile lor ca puncte în planul Argand, deoarece acestea pot fi reprezentate perfect sub formă de numere algebrice.

Este oare mulțimea Mandelbrot asemănătoare unei matematici nerecursive?

Să revenim la discuția noastră despre mulțimea Mandelbrot. Să luăm un exemplu în care vom presupune că mulțimea Mandelbrot este, într-un anumit sens, nerecursivă. Deoarece complementul său este numărabil recursiv, aceasta ar înseamna că mulțimea în sine nu ar fi numărabilă recursiv. Eu consider că, probabil, forma mulțimii Mandelbrot ne poate spune multe lucruri despre natura mulțimilor nerecursive și a matematicii nerecursive.

Să revenim la figura 3.2 pe care am întâlnit-o în capitolul 3. Observăm că cea mai mare parte a mulțimii o constituie o regiune în formă de inimă, pe care în figura 4.13 am notat-o cu A. Forma poartă numele de *cardioidă,* iar regiunea sa interioară poate fi definită matematic ca mulțimea punctelor c din planul Argand generate prin

$$c = z - z^2,$$

unde z este un număr complex a cărui distanță de la origine este mai mică decât 1/2. Această mulțime este cu certitudine numărabilă recursiv în sensul sugerat anterior: există un algoritm prin care se poate stabili, atunci când este aplicat unui punct din interiorul regiunii, că punctul este într-adevăr în interiorul acestei regiuni. Algoritmul se obține ușor din formula de mai sus.

Să analizăm regiunea în formă de disc situată la stânga cadioidei principale (regiunea B din figura 4.13). Interiorul ei este format din mulțimea de puncte

$$c = z - 1$$

unde distanța lui z față de origine este mai mică decât 1/4. Această regiune este într-adevăr interiorul unui disc – strict mulțimea punctelor din interiorul unui cerc. Și această regiune este numărabilă recursiv în sensul de mai sus. Dar ce se poate spune despre ceilalți "muguri" ai cardioidei? Să ne oprim asupra următorilor doi în ordinea mărimii. Aceștia sunt ca niște insulițe practic circulare ce apar aproximativ în partea de sus și în partea de jos a cardioidei din figura 3.2, și care sunt marcați cu C_1, și C_2 în figura 4.13. Ei pot fi dați sub forma mulțimii

$$c^3 + 2c^2 + (1 - z)c + (1 - z)^2 = 0,$$

unde z ia valori în regiunea ce se găsește la distanța de 1/8 față de origine. De fapt, această ecuație nu ne dă doar acești doi muguri (împreună), ci și regiunea în formă de cardioidă foarte mică ce apare departe în stânga în figura 3.2 – regiunea principală din figura 3.1 – și care este regiunea marcată C_3 în figura 4.13.

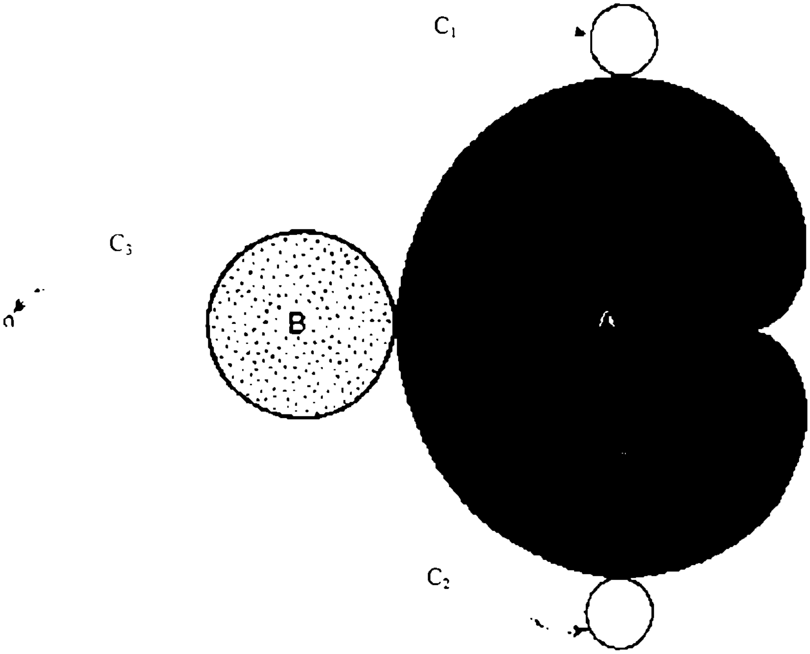


Fig. 4.13. Părțile principale ale interiorului mulțimii Mandelbrot pot fi definite prin ecuații algoritmice simple.

Aceste regiuni formează, de asemenea, (împreună sau separat) mulțimi numărabile recursiv (în sensul sugerat anterior) în virtutea existenței formulei de mai sus.

În ciuda sugestiei făcute că mulțimea Mandelbrot s-ar putea să nu fie recursivă, am putut deja acoperi cea mai mare parte din suprafețele mulțimii cu puncte generate prin algoritmi ce sunt perfect de bine definiți și nu prea complicați. S-ar părea că acest proces ar trebui să continuie. Majoritatea regiunilor celor mai evidente din mulțime – și cu certitudine un procent zdrobitor din aria sa (dacă nu chiar în întregime) – se pot obține pe cale algoritmică. Pe de altă parte, dacă așa cum presupun, mulțimea completă ar fi de fapt nerecursivă, atunci, regiunile în care nu se poate ajunge cu algoritmii noștri ar trebui să fie foarte "delicate" și greu de găsit. În plus, există speranța ca dacă am reușit să localizăm o astfel de regiune vom putea găsi și calea de a îmbunătăți algoritmii, astfel ca și acele regiuni greu de găsit să poată fi atinse. Totuși și atunci s-ar putea să existe *alte* astfel de regiuni (dacă presupunerea mea de nerecursivitate ar fi corectă), ce rămân ascunse și mai adânc în lipsa de claritate a unor proprietăți prea subtile și complicate, pe care chiar și algoritmul nostru îmbunătățit nu le poate genera. Și totuși, prin eforturi extraordinare de gândire, inventivitate și perseverență s-ar putea să reușim să localizăm o astfel de regiune; dar, s-ar putea să existe altele care să continuie să ne scape, și așa mai departe.

Nu cred că aceast mod de a gândi se deosebește de modul obișnuit de abordare în domenii ale matematicii în care problemele sunt dificile și posibil nerecursive. Multe dintre problemele cele mai obișnuite, cu care te poți întâlni într-un anumit domeniu, pot fi adesea abordate prin metode algoritmice simple – metode ce se poate să fi fost cunoscute de secole. Dar vor rămâne unele pentru care vor fi necesare metode și mai sofisticate. Acestea vor intriga și mai mult pe matematicieni, și îi vor stimula să dezvolte metode și mai redutabile, care vor trebui să fie bazate pe o înțelegere din ce în ce mai adâncă a naturii problemelor matematice implicate. Poate că acesta este modul nostru de înțelegere a lumii fizice.

Urmărind problemele cuvintelor și ale acoperirii discutate mai sus, am început să ne formăm o idee despre toate acestea (deși acestea nu sunt domenii în care aparatul matematic s-a dezvoltat prea mult). Pentru a arăta că un anumit cuvânt nu poate fi obținut din altul prin regulile admise, am putut folosi un raționament foarte simplu, într-un caz particular. Dar, nu este greu de imaginat că pentru a aborda cazuri mai dificile trebuiesc folosite raționamente mult mai sofisticate. Este de dorit ca aceste moduri noi de a raționa să poată fi dezvoltate printr-o metodă algoritmică. Știm că nici o metodă nu poate fi valabilă pentru toate cazurile întâlnite în problema cuvintelor, iar exemplele care scapă metodei ar trebui construite foarte atent. Într-adevăr, odată ce *știm* cum sunt construite aceste exemple – și odată ce știm sigur că un caz particular a ocolit algoritmul nostru – îl putem îmbunătăți pentru a include și acest caz. Știm că pot scăpa doar perechi de cuvinte ce nu sunt "egale", și astfel odată ce știm că ele au scăpat, știm că ele nu sunt "egale", iar acest fapt îl putem folosi pentru algoritmul nostru. O înțelegere îmbunătățită va conduce la un algoritm îmbunătățit!

Teoria complexității

Raționamentele pe care le-am dat mai sus și în capitolele anterioare cu privire la natura, existența și limitările algoritmilor au fost, în cea mai mare parte, la nivel de "în principiu". Nu am discutat deloc dacă algoritmii pot avea și aplicații practice. Chiar în cazul unor probleme pentru care este clar că există algoritmi și cum anume pot fi ei construiți poate fi necesară multă inventivitate și muncă pentru a transforma acești algoritmi în ceva utilizabil. Uneori, puțină intuiție și inventivitate pot duce la o reducere considerabilă a complexității unui algoritm, iar uneori la îmbunătățiri absolut enorme ale vitezei sale. Aceste probleme sunt adesea foarte amănunțite și tehnice, și în ultimii ani o bună parte din activitate a fost consacrată construcției, înțelegerii și îmbunătățirii algoritmilor – ce constituie un domeniu de căutări în expansiune și dezvoltare rapidă. Nu ar fi oportun să încerc să intru într-o discuție amănunțită asupra unor astfel de probleme. Totuși, se cunosc unele lucruri generale, sau sunt presupuse, ce privesc anumite limitări *absolute* cu privire la cât de mult poate fi crescută viteza unui algoritm. După cum s-a constatat, chiar printre problemele matematice ce *sunt* de natură algoritmică, există unele clase de probleme care sunt în mare măsură intrinsec mai dificil de rezolvat algoritmic decât altele. Cele dificile pot fi rezolvate doar prin algoritmi foarte lenți (sau, poate, cu algoritmi ce necesită un spațiu de stocare exagerat de mare etc.). Teoria ce se ocupă cu probleme de acest tip se numește *teoria complexității.*

Teoria complexității se ocupă nu atât cu dificultatea de a rezolva algoritmic probleme *individuale,* cât cu familii infinite de probleme pentru care poate exista un algoritm general pentru a găsi răspunsuri la toate problemele unei familii individuale. Diferitele probleme ale unei familii au diferite "dimensiuni", iar dimensiunea unei probleme se măsoară printr-un număr natural n. (Voi spune imediat mai mult despre cum poate fi caracterizată efectiv dimensiunea unei probleme prin acest număr n.) Lungimea timpului – sau mai corect, numărul de pași elementari – de care algoritmul are nevoie pentru fiecare problemă particulară a clasei, este un număr natural N ce depinde de n. Pentru a fi ceva mai exact, să spunem că dintre *toate* problemele de o dimensiune particulară n, numărul cel mai mare de pași pe care îi are algoritmul este N. Pe măsură ce n crește din ce în ce mai mult, și numărul N are toate șansele să crească din ce în ce mai mult. De fapt, este probabil ca N să crească mult mai rapid decât n. De exemplu, s-ar putea ca N să fie aproximativ proporțional cu n^2, sau cu n^3 sau poate cu 2^n (care, pentru n mari, este cu mult mai mare decât fiecare dintre n, n^2, n^3, n^4, și n^5 – mai mare chiar decât n^r pentru fiecare număr fixat r), sau N ar putea fi chiar aproximativ proporțional cu, să spunem, 2^{2^n} (care este chiar și mai mare).

Desigur, numărul de "pași" ar putea depinde de tipul de calculator pe care trebuie rulat algoritmul. Dacă calculatorul este o mașină Turing de tipul descris în capitolul 2, pentru care există doar o singură bandă – deci, destul de ineficient – atunci numărul N ar putea crește mai rapid (adică mașina ar purea rula mai lent) decât în cazul a două sau mai multe benzi. Pentru a evita astfel de incertitudini, s-a făcut o clasificare largă a modurilor posibile creștere ale lui N în funcție de n, pentru ca indiferent de tipul de mașină Turing folosit, mărimea vitezei de creștere a lui N să cadă întotdeauna în aceeași categorie. O astfel de categorie, numită **P** (care înseamnă "timp polinomial"), cuprinde toate vitezele ce sunt, cel mult, multiplii dați* ai unuia dintre n, n^2, n^3, n^4, n^5, ... Aceasta înseamnă că pentru fiecare problemă ce se află în categoria **P** (unde printr-o "problemă" înțeleg în realitate o familie de probleme ce au un algoritm general de rezolvare a lor), avem

$$N \leq K \times n^r,$$

numerele K și r fiind *constante* (independente de n). Aceasta înseamnă că N nu este mai mare decât un anumit multiplu a lui n ridicat la o putere dată.

Un tip simplu de problemă ce aparține cu certitudine lui **P** este aceea de înmulțire a două numere. Pentru a explica aceasta, trebuie să descriu mai întâi cum este caracterizată prin numărul n dimensiunea unei perechi particulare de numere ce trebuiesc înmulțite. Să ne imaginăm că fiecare număr este scris în notație binară, și că $n/2$ este numărul de cifre binare ale fiecărui număr, fiind dat un *total* de n cifre binare – adică n *biți* – în total. (Dacă unul dintre numere este mai lung, atunci, pur și simplu începem pe cel mai scurt cu o succesiune de zerouri pentru a-l aduce la lungimea celui mai lung.) De exemplu, dacă $n = 14$, am putea lua

$$1011010 \times 0011011$$

(care este 1011010×11011, dar cu zerourile adăugate numărului mai scurt). Modul cel mai direct de a efectua această înmulțire este de a o scrie în întregime:

$$\begin{array}{r}
1011010\times \\
\underline{0011011} \\
1011010 \\
1011010 \\
0000000 \\
1011010 \\
1011010 \\
0000000 \\
\underline{0000000} \\
0100101111110
\end{array}$$

*Un "polinom" reprezintă de fapt o expresie mai generală, de genul $7n^4 - 3n^3 + 6n + 15$, dar aceasta nu ne asigură o generalitate mai mare. În cazul unei astfel de expresii, toți termenii ce cuprind puteri mai mici ale lui n devin neimportanți atunci când n devine mare (astfel că în acest exemplu particular putem neglija toți termenii cu excepția lui $7n^4$).

reamintind că în sistemul binar avem: $0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$, $1 \times 1 = 1$, $0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 10$. Numărul înmulțirilor binare individuale este $(n/2) \times (n/2) = n^2/4$ și se pot efectua până la $(n^2/4) - (n/2)$ adunări binare individuale (incluzând si transportul). Aceasta conduce în total la $(n^2/2) - (n/2)$ operații aritmetice individuale – la care ar mai trebui să includem câteva etape logice ce includ transportul. Numărul total de operații devine astfel de ordinul a $N = n^2/2$ (neglijând termenii polinomiali de ordin inferior)[12].

În general, pentru o anumită calsă de probleme, vom considera ca măsură a "dimensiunii" problemei n *numărul total de cifre binare* (sau *biți*) necesari pentru a specifica variabilele libere ale problemei de această dimensiune. Aceasta înseamnă că fiind dat n, vor exista maximum 2^n variante diferite ale problemei de dimensiunea dată (deoarece fiecare cifră poate fi una dintre cele două posibilități, 0 sau 1 și există n cifre în total), iar acestea trebuie să fie cuprinse în algoritm, dar în cel mult N pași.

Există multe exemple de probleme (sau clase de probleme) ce *nu* aparțin lui **P**. De exemplu, pentru a efectua operația de calcul a lui 2^{2^r} pentru un număr natural r, vor fi necesari aproximativ 2^n pași numai *pentru a scrie rezultatul*, în afară de cei necesari pentru a efectua calculul, n fiind numărul de cifre în reprezentare binară a lui r. Operația de calcul a lui $2^{2^{2^r}}$ necesită aproximativ 2^{2^r} pași doar pentru a fi scrisă etc.! Prin urmare, aceste numere nu mai pot fi exprimate prin polinoame, și deci nu fac parte din **P**!

Mult mai interesante sunt problemele pentru care răspunsurile pot fi scrise și chiar verificate pentru corectitudine, în "timp" polinomial (timpul necesar calculului se poate exprima printr-un polinom N.T.). Există o categorie importantă de probleme (clase de probleme rezolvabile algoritmic) ce au această proprietate. Ele sunt denumite probleme (sau clase de probleme) de tip **NP**. Mai precis, dacă o problemă dată din clasa **NP** are o soluție, atunci soluția poate fi obținută cu ajutorul unui algoritm, și există posibilitatea de a verifica în timp polinomial că suluția propusă este într-adevăr o soluție. În cazurile în care problema nu are soluție algoritmul ne va spune acest lucru, dar nu este necesar să se verifice, în timp polinomial sau altfel, că într-adevăr nu există soluție.

Problemele de tip **NP** apar în multe cazuri, atât în matematică cât și în problemele practice. Voi da doar un exemplu simplu din matematică: problema de a găsi a ceeace se numește într-un graf un "*circuit hamiltonian*" (un nume cam pompos pentru o idee foarte simplă). Printr-un "graf" se înțelege o colecție finită de puncte, sau vârfuri (noduri), un număr de perechi conectate reciproc prin linii – numite "arcele" grafului (În acest caz nu ne interesează proprietățile geometrice sau de "distanță" ci doar modul în care vârfurile sunt conectate unele cu altele). Cu alte cuvinte nu contează dacă vârfurile sunt într-adevăr toate într-un plan sau într-un spațiu tridimensional_indiferent dacă aceste arce se intersectează unele pe altele). Un circuit hamiltonian este un drum (sau un circuit închis) care este constituit doar din arcele grafului și care trece doar odata prin fiecare vârf. În figura 4.14 este dat un exemplu de graf pe care este prezentat un circuit hamiltonian. Având un graf dat, problema circuitului hamiltonian este de a decide dacă există sau nu un astfel de circuit și de a-l reprezenta în mod explicit de fiecare dată atunci când el există.

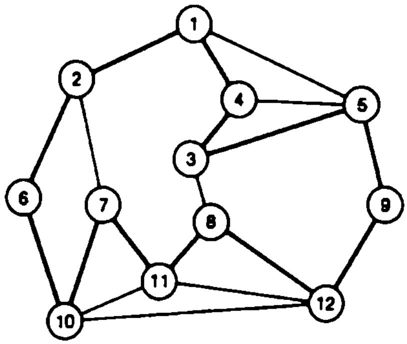


Fig. 4.14. Un graf pe care este indicat un circuit hamiltonian (liniile îngroșate). Pe acest graf există încă un circuit hamiltonian, pe care cititorul este îndemnat să-l găsească.

Există diferite moduri de a prezenta un graf în scriere binară. Nu contează foarte mult ce metodă este folosită. O metodă ar fi aceea de numărare a nodurilor 1, 2, 3, 4, 5, . . ., iar apoi să se listeze perechile într-o anumită ordine dată:

(1,2), (1,3), (2,3) (1,4), (2,4), (3,4), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (1,6), . . .

Apoi facem o listă de "0"-uri și de "1"-uri în care punem un "1" ori de câte ori perechea corespunde unui arc al grafului și un "0" ori de câte ori nu. Astfel, secvența binară

10010110110 . . .

înseamnă că vârful 1 este unit cu vârful 2, cu vârful 4 și cu vârful 5, . . . , că vârful 3 este unit cu vârful 4 și cu vârful 5, . . . , că vârful 4 este unit cu vârful 5, . . .etc. (ca în figura 4.14). Circuitul hamiltonian ar putea fi dat, dacă dorim, ca o subcolecție a acestor arce, ce ar fi descrise ca o secvență binară cu mult mai multe zerouri decât cea dinainte. Metoda de verificare poate fi realizată mult mai rapid decât găsirea chiar de la început a circuitului hamiltonian. Tot ceea ce trebuie să facem este să verificăm dacă circuitul propus este într-adevăr un circuit, adică dacă arcele sale aparțin într-adevăr grafului original, și dacă fiecare vârf al grafului este folosit exact de două ori – o dată la fiecare din cele două capete ale fiecărui arc. Această metodă de verificare este ceva ce poate fi ușor realizat în timp polinomial.

De fapt, această problemă nu este doar o problemă **NP**, ci ceea ce se numește o problemă **NP**-*completă*. Aceasta înseamnă că orice altă problemă **NP** poate fi convertită în aceasta într-un timp polinomial – astfel că, dacă cineva a fost suficient de isteț să găsească un algoritm ce rezolvă problema circuitului hamiltonian în timp *polinomial*, adică să arate că problema circuitului polinomial este în realitate în **P**, atunci va rezulta că *toate* problemele **NP** sunt în realitate în **P**! Un astfel de lucru ar avea implicații spectaculoase. Mai general, putem spune că problemele ce se află în **P** sunt considerate a fi *"prelucrabile"*, pentru valori rezonabil de mari ale lui *n* pe un calculator modern rapid (adică, "rezolvabile într-un timp acceptabil de lung"). Problemele **NP** ce nu sunt în **P** sunt considerate ca fiind *"neprelucrabile"* pentru *n* suficient de mari – indiferent de creșterea vitezei de operare a calculatoarelor de orice tip posibil luat în considerare, (adică care sunt în principiu rezolvabile, dar sunt "nerezolvabile în practică"). (Timpul real necesar pentru *n* mare, devine rapid mult mai lung decât vârsta universului pentru o problemă **NP** ce nu se află în **P**, ceea ce nu este de vreun folos pentru problemele practice!). Orice algoritm inteligent pentru rezolvarea problemei circuitului hamiltonian în timp polinomial, ar putea fi convertit într-un algoritm pentru rezolvarea *oricărei* alte probleme **NP** în timp polinomial!

O altă problemă ce este **NP**-completă este "problema comis-voiajorului", ce este asemănătoare problemei circuitului hamiltonian, cu deosebirea că diferitele arce au numere atașate lor și că dorim să găsim circuitul hamiltonian pentru care suma acestor numere ("distanța" parcursă de comis-voiajor) este un *minim*. Din nou, o soluție în timp polinomial a problemei comis-voiajorului, ar conduce la soluții în timp polinomial pentru *toate* celelalte probleme **NP**. (Dacă o astfel de soluție ar fi găsită, ea ar fi pe primele pagini ale ziarelor! În particular, există sisteme de codificare secrete ce au fost introduse în ultimii câțiva ani, sisteme ce depind de o problemă de factorizare a unor numere întregi mari; aceasta sunt o altă problemă de tip **NP**. Dacă această problemă ar avea soluții în timp polinomial, atunci astfel de coduri ar putea fi probabil "sparte" folosind calculatoare moderne puternice, în caz contrar aceste coduri par a fi sigure. Vezi Gardner 1989.)

Experții consideră că este într-adevăr *imposibil*, să se rezolve o problemă **NP**-completă în timp polinomial, cu orice fel de dispozitiv de tip mașină Turing și că în consecință, **P** și **NP** *sunt diferite*. Este foarte probabil ca această afirmație să fie corectă dar, până în prezent, nimeni nu a fost capabil să o demonstreze. Aceasta rămâne cea mai importantă problemă nerezolvată a teoriei complexității.

Complexitatea și calculabilitatea fenomenelor fizice

Teoria complexității este importantă pentru cele discutate de noi în această carte deoarece ea deschide o altă problemă, diferită de aceea legată de întrebarea dacă procesele și fenomenele sunt algoritmice, și anume: dacă acelea despre care se știe că sunt algoritmice sunt în realitate algoritmice într-un mod *utilizabil*. În capitolele următoare voi avea mai puține de spus despre teoria complexității decât despre calculabilitate. Aceasta deoarece eu sunt înclinat să cred că (deși, fără îndoială că, pe baze nu prea fundamentate) problemele ridicate de teoria complexității nu sunt de o importanță fundametală pentru fenomenele mentale, spre deosebire de problemele de bază ale calculabilității. Mai mult, eu cred că problema caracterului practic al algoritmilor este doar superficial atinsă de teoria prezentă a complexității.

Cu toate acestea, aş putea greşi în această apreciere asupra rolului teoriei complexității. După cum voi remarca mai târziu (capitolul 9, paragraful despre calculatoare cuantice), s-ar putea ca teoria complexității să fie semnificativ diferită pentru *obiectele fizice reale* de ceea ce am discutat până acum. Pentru a face ca această diferență să devină sesizabilă este necesar să se pătrundă ceva mai mult în înțelegerea lumii magice a mecanicii cuantice – o teorie misterioasă dar extrem de redutabilă, eficace și precisă, ce descrie proprietățile atomilor și moleculelor, și a altor fenomene, unele dintre ele fiind importante la o scară mai mare. Vom discuta mai în amănunt această teorie în capitolul 6. Conform unor idei noi introduse de către David Deutch (1985), este posibil *în principiu* să fie construit un "calculator cuantic" pentru care să existe (clase de) probleme care nu sunt în P, dar care totuși ar putea fi rezolvate de către acest dispozitiv în timp polinomial. Nu este deloc clar, până acum ,cum s-ar putea construi un astfel de dispozitiv fizic care să se comporte ca un calculator cuantic. Mai mult, clasa particulară de probleme pe care am luat-o în considerare până acum este evident artificială – dar posibilitatea *teoretică* ca un dispozitiv fizic cuantic să poată fi capabil să îmbunătățească mașina Turing, pare a fi azi mai mult decât plauzibilă.

S-ar putea, oare, ca, într-un fel, creierul uman, pe care îl voi considera din acest punct de vedere ca fiind un "dispozitiv fizic", chiar dacă unul de o uimitoare subtilitate, delicatețe a "designului" și complexitate, să folosească întrega "magie" a teoriei cuantice? Înțelegem noi oare căile prin care efectele cuantice ar putea fi utilizate în mod eficient și benefic pentru a soluționa probleme, sau a formula judecăți? Este oare de conceput că am putea pătrunde și mai adânc în înțelegerea teoriei cuantice actuale, pentru a găsi noi soluții? Este oare posibil ca un dispozitiv fizic real să poată îmbunătăți mașina Turing utilizând teoria complexității? Și, oare, ce anume poate spune teoria *calculabilității* cu privire la dispozitivele fizice reale?

Pentru a discuta astfel de probleme trebuie să ne îndepărtăm de problemele pur matematice și să vedem, în capitolele următoare, modul în care se comportă lumea fizică!

1. La examinarea mulțimilor ale căror elemente pot fi la rândul lor mulțimi, trebuie să fim atenți să facem deosebirea între elementele mulțimii și elementele *elementelor* acestei mulțimi. Să presupunem, de exemplu, că S este mulțimea de *submulțimi nevide,* ale unei alte mulțimi oarecare T, iar elementele lui T sunt un măr și o portocală. T are proprietatea de "a fi doi" și nu de "a fi trei", dar S are de fapt proprietarea de "a fi trei", deoarece cele trei elemente ale lui S sunt: o mulțime ce conține doar un măr, o mulțime ce conține doar o portocală și o mulțime ce conține un măr și o portocală – deci în total trei mulțimi, care sunt cele *trei* elemente ale lui S. Analog, mulțimea al cărei unic element este mulțimea *vidă* posedă proprietatea de "a fi unu" și nu de "a fi zero" – deoarece ea are *un* element și anume mulțimea vidă! Mulțimea vidă *popriu zis are,* de sigur, zero elemente.
2. De fapt, raționamentul din teorema lui Gödel poate fi prezentat într-un mod ce nu depinde de un concept complet exterior de "adevăr" pentru propoziții de felul $P_k(k)$. Totuși, el depinde de interpretarea "semnificației" reale *a unora dintre* simboluri: în particular, "$\sim\exists$" *inseamnă* de fapt "nu există (număr natural) . . . astfel încât . . .".
3. În cele ce urmează, literele mici reprezintă numere naturale iar cele mari, mulțimi finite de numere naturale. Fie $m \to [n, k, r]$ ce reprezintă afirmația "Dacă X este o mulțime oarecare de numere naturale de m elemente ale cărei submulțimi de k elemente sunt asociate cu r compartimente, atunci există o submulțime Y "mare" a lui X de n elemente astfel încât, toate submulțimile de k elemente a lui Y corespund aceluiași compartiment." Aici "mare" înseamnă că Y are mai multe elemente decât numărul natural care este elementul cel mai mic al lui Y. Să examinăm propoziția următoare: "Pentru orice alegere a lui k, r, și n există un m_o astfel încât, pentru toți m mai mari decât m_0, afirmația $m \to [n, k, r]$ este întotdeauna adevărată". J. Paris și L. Harrington (1977) au arătat că această propoziție este echivalentă cu o propoziție de tip Gödel pentru axiomele standard (Peano) ale aritmeticii, nedemonstrabilă din aceste axiome și totuși afirmând despre aceste axiome ceva ce este "evident adevărat" (adică, în acest caz, acele propoziții deductibile din axiome sunt ele însele adevărate).
4. Titlul este "Sisteme de logică bazate pe numere ordinale" iar unii cititori sunt probabil familiarizați cu notația folosită de Cantor pentru *numerele ordinale* pe care am folosit-o pentru indici. Ierarhizarea sistemelor logice ce se obține prin metoda descrisă mai sus este caracterizată prin *numere ordinale calculabile.*

   Există unele teoreme matematice perfect naturale și ușor de enunțat dar care, dacă se încearcă demonstrarea lor folosind regulile standard (Peano) ale aritmeticii, ar ajunge, folosind procedura de "gödelizare" de mai sus, la o complexitate excesivă (extinzând procedura enorm peste cea schițată mai sus). Demonstrațiile matematice ale acestor teoreme, nu sunt de loc de tipul acelora ce depind de un raționament vag sau chestionabil ce ar părea în afara metodelor demonstrației matematice normale. Vezi Smorynski (1983).
5. Ipoteza continuumului la care ne-am referit în capitolul 3, paragraful despre cât de multe numere reale există, (care afirmă că $C = \aleph_0$) este cea mai "extremă" afirmație matematică pe care am întâlnit-o aici (cu toate că pot fi găsite adesea, afirmații mult mai extreme). Ipoteza continuumului este interesantă și pentru că însuși Gödel împreună cu Paul J. Cohen au

stabilit că ipoteza continuumului este în realitate *independentă* de axiomele și regulile standard ale teoriei mulțimilor. Astfel, modul de a considera ipoteza continuumului permite distincția între punctul de vedere formalist și cel platonician. Pentru un adept al formalismului, ipoteza continuumului este "nedecidabilă" deoarece ea nu poate fi afirmată sau respinsă folosind sistemul formal standard (Zermelo – Frankel și este "lipsit de sens" să fie considerată "adevărată" sau "falsă". Pe de altă parte, pentru un bun platonician, ipoteza cuntinuumului este într-adevăr, fie adevărată, fie falsă, dar pentru a stabili care dintre cele două alternative poate fi aleasă, este necesară o formă nouă de raționament care în realitate merge mult mai departe decât sistemul formal Zermelo-Franke, chiar folosind propoziții de tip Gödel. (Cohen (1966) a sugerat un principiu de reflexie care face ipoteza continuumului "evident" falsă!)

6. Pentru o descriere mai interesantă și mai puțin tehnică a acestor probleme vezi Rucker (1984).
7. Chiar Brouwer, se pare, a pornit pe această linie de gândire, parțial din cauza problemelor "neconstructiviste" ce le avea în demonstrarea uneia dintre teoremele sale: "teorema de punct fix al lui Brouwer" din topologie. Teorema afirmă că dacă se consideră un disc–adică perimetrul împreună cu interiorul său–ce este mișcat într-un mod continuu în interiorul regiunii în care a fost inițial localizat, atunci există cel puțin un punct al discului–numit punct fix–care ajunge să se suprapună exact cu punctul de la care a plecat. Ceea ce este important în această teoremă este că afirmă *existența* unui astfel de punct și nu poziția exactă a acestui punct sau existența mai multor astfel de puncte. (Aceasta fiind o teoremă de existență din matematică, ea este în realitate una "constructivistă". Alte teoreme, de un grad diferit de neconstructivitate, sunt cele de existență care depind de ceea ce este cunoscut sub numele de "axioma alegerii" sau "lema lui Zorn" (vezi Cohen 1966, Rucker 1984). În cazul lui Brouwer, apare o dificultate de următorul tip: dacă f este o funcție continuă de variabilă reală cu valori reale, care poate lua atât valori pozitive cât și negative, să se găsească locul în care f se anulează. Procedura obișnuită implică o secționare repetată a intervalului în care f își schimbă semnul, dar a decide dacă valorile intermediare ale lui f sunt pozitive, negative sau zero, nu poate fi "constructivist" în sensul cerut de Brouwer.
8. Enumerăm mulțimea $\{v, w, x, \ldots, z\}$, unde v reprezintă funcția f în conformitate cu o schemă lexicografică oarecare. Verificăm (recursiv) la fiecare etapă dacă $f(w, x, \ldots z) = 0$ și reținem propoziția $\exists w, x, \ldots z[f(w, x, \ldots z) = 0]$ doar dacă este adevărat.
9. Am aflat relativ recent, detalii privind o nouă teorie datorată lui Blum Shub și Smale (1989), asupra calculabilității funcțiilor de variabile reale cu valori în real, (în opoziție cu funcțiile de numere naturale cu valori în numere naturale). Această teorie se aplică, de asemenea, funcțiilor de variabilă complexă și ar putea avea o importanță deosebită pentru problemele ridicate în text. În unele dintre rezultatele acestei noi lucrări se dă un puternic suport conjecturii prin care se afirmă că mulțimea Mandelbrot este într-adevăr nerecursivă, conform unei definiții corespunzătoare.
10. Această problemă particulară este denumită mai corect "problema cuvintelor pentru semigrupuri". Există, de asemenea, și alte forme pentru problema cuvintelor în care regulile sunt puțin diferite. Nu ne von ocupa de acestea aici.
11. Hanf (1974) și Meyers (1974) au arătat, de asemenea, că există o singură grupare (de un număr mare de plăci) care va acoperi planul dar numai într-un mod *necalculabil*.
12. De fapt, cu puțină inventivitate, acest număr de pași poate fi redus la ordinul de mărime a $n \log n \log \log n$ pentru n mari–care este evident tot în P. Vezi Knuth (1981) pentru alte informații în privința acestor probleme.

5

LUMEA CLASICĂ

Stadiul actual al teoriilor fizicii

Ce anume trebuie să ştim despre Natură pentru a aprecia rolul pe care îl poate ocupa conştiinţa? Contează într-adevăr care sunt legile ce guvernează elementele constituente ale corpului şi creierului uman? Dacă percepţiile noastre conştiente nu sunt nimic altceva decât rezultatul derulării unor algoritmi, cum cred mulţi adepţi ai inteligenţei artificiale, atunci nu ar fi de mare importanţă care anume sunt aceste legi. În acest caz, orice tip de dispozitiv, pe care *se poate* rula un algoritm, ar fi la fel de bun. Pe de altă parte, poate că însăşi conştiinţa se bazează pe ceva mai mult decât numai pe simpli algoritmi. Poate că modul detaliat în care suntem constituiţi este într-adevăr relevant, aşa cum sunt şi legile precise ale fizicii ce guvernează substanţa din care suntem constituiţi. Poate că este necesară o înţelegere mai profundă chiar a naturii materiei şi a comportamentului ei. Dar, fizica nu a ajuns încă la acest moment. Există încă multe mistere care trebuiesc soluţionate, şi încă multe descoperiri importante de făcut. Şi totuşi, cei mai mulţi fizicieni şi fiziologi consideră că *deja* cunoaştem suficient despre legile fizicii ce sunt importante pentru funcţionarea unui obiect de dimensiuni obişnuite cum este creierul uman. Creierul uman este într-adevăr excepţional de complicat ca sistem fizic, şi încă nu se cunoaşte suficient de mult despre structura lui detaliată şi modul de funcţionare, însă puţină lume ar considera că aceasta se datorează limitelor cunoaşterii actuale a *legilor fizicii* ce stau la baza comportării creierului.

Voi argumenta ulterior, că din contră, *nu înţelegem* încă fizica suficient de bine pentru a putea descrie funcţionarea creierului uman în limitele a ceea ce cunoaştem astăzi, nici măcar în principiu. Ca să argumentez aceasta este necesar mai întâi să dau o imagine de ansamblu asupra stadiului actual al fizicii. Acest capitol se preocupă de ceea ce numim "fizica clasică", care cuprinde atât mecanica newtoniană cât şi relativitatea einsteiniană. Numesc "clasice", teoriile dominante înainte de apariţia, în jurul anului 1925 (prin munca inspirată a unor fizicieni cum sunt: Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger, de Broglie, Born, Jordan, Pauli şi Dirac), a *fizicii cuantice* – o teorie de incertitudine, nedeterminism şi mister, ce descrie comportamentul moleculelor, atomilor şi particulelor subatomice. Fizica clasică este, pe de altă parte, *deterministă*, astfel că viitorul va fi întotdeauna complet stabilit de trecut. Chiar şi aşa, fizica clasică mai are încă multe mistere, în ciuda faptului că înţelegerea câştigată prin secole a conturat o imagine de o precizie fenomenală. Vom examina şi fizica cuantică (în capitolul 6), pentru că eu cred, contrar părerii majorităţii fiziologilor, că fenomenele cuantice *sunt* probabil importante pentru modul în care se desfăşoară procesele din creier – dar acesta este un subiect pentru capitolele următoare.

Reuşitele ştiinţei de până acum sunt extraordinare. Trebuie doar să privim în jurul nostru pentru a ne da seama de puterea exceptională pe care înţelegerea Naturii ne-a permis să o obţinem. Tehnologia din lumea modernă s-a dezvoltat, în mare măsură, din enorma experienţă impirică acumulată. Totuşi, *fizica* (şi nu datele empirice) este cea care se află la baza tehnologiei noastre, iar fizica este cea care ne se preocupă aici. Teoriile fizicii de care dispunem azi au o precizie remarcabilă. Dar nu numai precizia este cea care le-a dat forţa pe care o au azi, ci şi faptul cu totul remarcabil că au putut fi tratate matematic în detaliu. Acestea două împreună ne-au dat o ştiinţă cu o putere cu adevărat impresionantă.

O bună parte din teoriile fizicii nu sunt deosebit de recente. Dacă ar fi să alegem un singur exemplu, ar fi publicarea în 1687 a lucrării *Principia* a lui Isaac Newton. Această lucrare deosebită a demonstrat, pornind de la câteva principii fizice de bază, cum poate fi înţeles, şi deseori prevăzut cu mare precizie, comportamentul obiectelor fizice. (O mare parte din lucrarea *Principia* cuprinde metode matematice remarcabile dezvoltate de Newton, deşi metode mai practice au fost elaborate mai târziu de Euler si alţii.) Contribuţia lui Newton, aşa cum a admis el însuşi, a datorat mult rezultatelor gânditorilor anteriori, printre care cei mai importanţi sunt Galileo Galilei, René Descartes, şi Johannes Kepler. Pe lângă acestea au existat importante concepte de bază moştenite de la gânditorii antici, cum ar fi cele geometrice ale lui Platon, Eudoxos, Euclid, Arhimede şi Appolonius. Voi spune mai multe despre toate acestea ulterior.

Distanţarea de concepţia de bază a dinamicii lui Newton s-a realizat ulterior. Prima a fost teoria electromagnetismului a lui James Clerk Maxwell, dezvoltată la mijlocul secolului al nouăsprezecelea. Aceasta cuprinde nu numai comportarea clasică a câmpului electric şi magnetic, ci şi a luminii.[1] Asupra acestei teorii remarcabile ne vom concentra atenţia ulterior în acest capitol. Teoria lui Maxwell prezintă o importanţă considerabilă pentru tehnologia actuală şi nu există nici o îndoială că fenomenele electromagnetice sunt importante în funcționarea creierului uman. Ceea ce este mai puțin clar totuși, este faptul că cele două importante teorii ale relativității asociate cu numele lui Albert Einstein pot avea o importanță pentru procesul nostru de gândire. Teoria relativității *restrânse*, ce s-a dezvoltat dintr-un studiu al ecuațiilor lui Maxwell, a fost elaborată de Henri Poincaré, Hendrick Antoon Lorentz și Einstein (iar mai târziu i s-a dat o descriere geometrică elegantă de către Hermann Minkowski) pentru a explica comportarea stranie a corpurilor ce se deplasează cu viteze apropiate de cea a luminii. Celebra ecuație a lui Einstein "$E=mc^2$" face parte din această teorie. Dar până acum impactul teoriei asupra tehnologiei a fost foarte slab, (cu excepția celei legate de cea nucleară), și importanța pentru modul în care se desfășoară procesele din creierul nostru pare a fi periferică, în cel mai bun caz. Pe de altă parte, relativitatea restrânsă ne spune ceva foarte profund despre realitatea fizică, legat de natura *timpului*. Vom vedea în capitolele următoare că aceasta conduc la unele probleme profunde legate de teoria cuantică, ce ar putea fi importante pentru percepția noastră asupra "curgerii timpului". Dealtminteri, va trebui să înțelegem relativitatea restrânsă mai înainte de a putea aprecia cum se cuvine teoria relativității *generale* a lui Einstein – o teorie ce folosește conceptul de spațiu-timp curb pentru a descrie gravitația. Până acum, impactul *acestei* teorii asupra tehnologiei a fost aproape inexistent* și ar putea părea fantastic să se sugereze că ar putea avea vreo importanță pentru mecanismele ce stau la baza proceselor din creierul nostru! Dar, fapt remarcabil, teoria relativității *generale* este cea care va avea importanță mai mare în discuțiile noastre ulterioare, în special în capitolele 7 și 8, în care va trebui să ne aventurăm până la limita cunoștințelor noastre existente despre spațiu și timp pentru a acumula câte ceva din schimbările pe care le consider necesare înainte de a se putea elabora o interpretare coerentă a teoriei cuantice – dar mai mult despre aceasta ulterior!

Acestea sunt domeniile largi ale fizicii *clasice*. Dar ce putem spune despre fizica cuantică? Spre deosebire de fizica relativistă, fizica cuantică începe abea *acum* să aibă un impact cu adevărat semnificativ asupra tehnologiei. Aceasta se datorează parțial progreselor pe care le-a permis, în anumite domenii tehnologice importante cum sunt chimia și metalurgia. Într-adevăr, unii ar putea spune că aceste domenii sunt subsumate, de fapt, fizicii, datorită noilor interpretări ale fenomenelor pe care ni le-a da fizica cuantică. În plus, există fenomene *foarte noi*, pe care fizica cuantică ni le-a relevat, cel mai familiar fiind, presupun, laserul. Nu s-ar putea oare ca și unele aspecte esențiale ale

* Aproape, dar nu chiar; precizia necesară pentru comportarea vehiculelor spațiale cere ca orbitele lor să fie calculate luându-se în considerare efectele relativității generale – și există aparate capabile să localizeze o poziție de pe suprafața Pământului atât de precis (de aproximativ câțiva zeci de centimetri) încât trebuiesc luate în considerare efectele curburii spațiu-timpului din relativitatea generală!

fizicii cuantice să joace un rol crucial în acel domeniu din fizică ce stă la baza proceselor noastre de gândire?

Dar progresele mai recente din domeniul fizicii? Poate că unii cititori s-au întâlnit deja cu unele idei exprimate excitant, ce cuprind nume cum ar fi "cuarc", "GUT" (Grand Unified Theories), scenariul inflaţionist (vezi nota finală, numărul 12 de la capitolul 7 despre cosmologie şi săgeata timpului) "supersimetria" "teoria (super)stringurilor" etc. Ce asemănare este între aceste teorii noi şi acelea la care ne-am referit până acum? Trebuie să le cunoaştem şi pe ele? Eu consider că ne putem forma o imagine mai clară dacă împărţim principalele teorii ale fizicii în trei categorii largi. Le-aş împărţi în felul următor:

1. SUPERBE,
2. FOLOSITOARE,
3. DE ÎNCERCARE.

În categoria teoriilor SUPERBE trebuiesc incluse toate acelea pe care le-am discutat în paragrafele precedente. Calificativul SUPERB, nu înseamnă că este obligatoriu ca teoria să se aplice fenomenelor lumii fără a fi infirmată, ci eu cer ca domeniul de aplicare şi exactitatea cu care se aplică să fie *excepţionale*. În modul în care folosesc termenul "superb" este extraordinar însuşi faptul că în această categorie există teorii! Eu nu cunosc să existe vreo teorie fundamentală în oricare altă ştiinţă care ar putea să intre exact în această categorie. Poate că teoria selecţiei naturale propusă de Darwin şi Wallace, ar fi potrivită, dar se situează totuşi la o distanţă apreciabilă.

Cea mai veche dintre teoriile din categoria SUPERBE este geometria euclidiană, despre care am învăţat câte ceva în şcoală. Poate că anticii nu au considerat-o ca fiind o teorie fizică, dar aceasta este: o teorie sublimă şi superb de precisă a spaţiului fizic – şi a geometriei corpurilor rigide. De ce consider geometria euclidiană o teorie *fizică* şi nu o ramură a matematicii? Ironia face că unul dintre motivele cele mai clare este că acum ştim că geometria euclidiană *nu este o descriere în întregime corectă* a spaţiului nostru fizic în care locuim! Teoria relativităţii generale a lui Einstein ne spune acum că spaţiul(-timp) este de fapt "curb" (adică *nu este* exact euclidian) în prezenţa unui câmp gravitaţional. Dar acest fapt nu ne îndreptăţeşte să retragem geometriei euclidiene caracterizarea de SUPERBĂ. Pentru lungimi de ordinul metrilor, deviaţiile de la suprafeţele euclidiene plane sunt foarte mici, iar erorile pe care le facem în considerarea geometriei ca fiind euclidiană sunt mai mici decît diametrul unui atom de hidrogen!

Este corect ca şi teoria *staticii* (ce se referă la corpurile ce nu se află în mişcare) dezvoltată într-o ştiinţă foarte frumoasă de Arhimede, Pappos şi Stevin să primească, de asemenea, calificativul SUPERB. Această teorie face acum parte din mecanica newtoniană. Ideile profunde ale *dinamicii* (corpuri în mişcare) introduse de Galileu în jurul anului 1600 şi dezvoltate de Newton într o teorie elegantă şi cuprinzătoare, trebuiesc incluse fără îndoială în categoria teoriilor SUPERBE. Atunci când este aplicată la mişcarea planetelor şi a sateliţilor lor această teorie dă o precizie extraordinară – mai bună de o parte la zece milioane. Teoria lui Newton se aplică atât aici pe Pământ, cât şi la distanţe mari, la stele şi galaxii – cu o aceeaşi precizie. De asemenea, teoria lui Maxwel este valabilă cu precizie într-un domeniu extraordinar de larg, de la scara atomilor şi a particulelor subatomice la aceea a galaxiilor, de aproximativ de milioane de milioane de milioane de milioane de milioane de milioane de or mai mare! (În domeniul dimensiunilor foarte mici, ecuaţiile lui Maxwel trebuiesc combinate cu regulile mecanicii cuantice.) Categoric că şi această teorie trebuie să primească calificativul SUPERB.

Teoria relativităţii restrânse a lui Einstein (anticipată de Poincaré ş reformulată elegant de Minkowski) dă o descriere minunat de corectă a fenomenelor în care viteza obiectelor se apropie de cea a luminii – viteză la care descrierile date de Newton încep în sfârşit să nu mai fie valabile. Teoria relativităţii generale a lui Einstein, ce este extrem de frumoasă şi de originală generalizează teoria dinamică a lui Newton (a gravitaţiei) şi îi îmbunătăţeşte precizia, moştenind întreaga precizie remarcabilă a acestei teorii asupra mişcării planetelor şi a sateliţilor lor. În plus, ea explică diferitele rezultate bazate pe observaţie ce sunt incompatibile cu vechea teorie a lui Newton. Unu dintre acestea, ("pulsarul binar", vezi sfârşitul paragrafului despre relativitatea generală a lui Einstein din acest capitol) arată că teoria lui Einstein are o precizie de aproximativ o parte la 10^{14}. Ambele teorii ale relativităţii – a doua o însumează pe prima – trebuiesc într-adevăr clasificate ca SUPERBE (pentru eleganţa matematică ce egalează aproape precizia).

Domeniul de fenomene ce pot fi explicate prin neobişnuit de frumoasa ş revoluţionara teorie a mecanicii cuantice, şi precizia concordanţei cu experienţ ne spun clar că teoria cuantică trebuie şi ea să primească cu certitudin calificativul de teorie SUPERBĂ. Nu se cunosc neconcordanţe cu experienţ ale acestei teorii – deşi importanţa ei constă în mult mai mult decât în aceasta şi anume în numărul de fenomene inexplicabile pe care teoria le explică î prezent. Doar câteva dintre acestea sunt: legile chimiei, stabilitatea atomulu îngustimea liniilor spectrale (vezi capitolul 6, paragraful despre punctele slab ale fizicii clasice) şi structura lor foarte caracteristică, fenomenul curios d supraconductibilitate (rezistenţa electrică zero) şi comportarea laserilor.

Am stabilit un standard foarte ridicat pentru categoria teoriilor SUPERBE dar acesta este cel cu care ne-a obişnuit fizica. Dar care este situaţia în ceea c priveşte teoriile mai recente? În opinia mea, există doar una ce ar putea prim acest calificativ şi aceasta nu este deosebit de recentă: o teorie numit *electrodinamică cuantică* (quantum electrodynamics sau QED) ce a luat naşter din lucrările lui Jordan, Heisenberg şi Pauli, a fost formulată de Dirac în 1926-1934 şi făcută operaţională de Bethe, Feynman, Schwinger şi Tomonaga în 1947-1948. Această teorie a luat naştere ca o combinaţie dintre principiile mecanicii cuantice şi ale relativităţii restrânse, ce încorporează ecuaţiile lui Maxwell şi o ecuaţie fundamentală ce guvernează mişcarea şi spinul electronului, datorată lui Dirac. În întregul ei, teoria nu are eleganţa irezistibilă, sau consistenţa teoriilor cărora le-am dat calificativul de teorii SUPERBE, dar ea merită acest calificativ datorită preciziei sale cu adevărat extraordinare. În mod deosebit trebuie subliniată valoarea momentului magnetic al electronului. (Electronii se comportă ca nişte mici magneţi cu o sarcină electrică ce se roteşte în jurul axei proprii. Termenul de "moment magnetic" se referă la mărimea acestui mic magnet). Folosind electrodinamica cuantică s-a calculat pentru acest moment magnetic valoarea de 1,00115965246 (în unităţi corespunzătoare cu o eroare acceptată de aproximativ 20 la ultimele două cifre), iar valoarea experimentală cea mai recentă este de 1,001159652193 (cu o eroare posibilă de aproximativ 10 la ultimele două cifre). Aşa cum a observat Feynman, această precizie poate face ca distanţa dintre New-York şi Los Angeles să fie determinată în limitele grosimii unui fir de păr! Nu ne este necesară aici această teorie, dar pentru completitudine, voi menţiona pe scurt câteva dintre caracteristicile sale esenţiale la sfârşitul capitolului următor.*

Există câteva teorii pe care le-aş plasa în categoria teoriilor FOLOSITOARE. Două dintre acestea nu ne vor fi necesare aici, dar merită să fie menţionate. Prima este modelul Gell-Mann-Zweig de *cuarc* pentru particulele subatomice numite *hadroni* (protonii, neutronii, mezonii etc. ce formează nucleul atomic – sau, mai corect, particulele care "interacţionează tare") şi teoria detaliată (ulterioară) a interacţiunilor lor, numită *cromodinamica cuantică*, sau QCD. Ideea este că toţi hadronii sunt formaţi din constituenţi cunoscuţi sub numele de "cuarci", iar mecanismul lor de interacţie reciprocă este dat de o anumită generalizare a teoriei lui Maxwell (numită "teoria Yang-Mills"). A doua este o teorie (datorată lui Glashow, Salam, Ward şi Weinberg – care şi ea foloseşte teoria Yang-Mills) ce combină forţele electromagnetice cu interacţiile "slabe" ce sunt responsabile pentru dezintegrarea radioactivă. Această teorie încorporează o descriere a aşa numiţilor *leptoni* (electroni, muoni, neutrini; şi, de asemenea, a particulelor W şi Z – particule ce "interacţionează slab"). Ambele teorii sunt confirmate experimental destul de bine. Totuşi, ele sînt din diferite motive, mai puţin corecte decât s-ar dori, iar precizia observată şi gradul de predicţie din prezent sunt cu mult sub standardul

---

* Pentru o descriere accesibilă a acestei teorii vezi cartea lui Feynman *Quantum Electrodynamics* (1985).

"excepţional" necesar pentru a fi incluse în categoria SUPERB. Aceste două teorii (a doua incluzînd şi QED) sunt numite uneori *modelul standard*.

Şi în final, există o teorie de un alt tip care cred că trebuie, de asemenea, inclusă cel puţin în categoria teoriilor FOLOSITOARE. Aceasta este ceea ce se numeşte teoria *big bang-ului* – asupra originii universului.* Această teorie va avea un rol important în discuţiile din capitolele 7 şi 8.

Nu cred să mai fie şi alte teorii care să poată fi incluse în categoria teoriilor FOLOSITOARE[2]. Există multe idei de succes. Numele unora dintre ele sunt: teoriile "Kaluza-Klein", "supersimetria"(sau "supergravitatea") şi teoriile foarte la modă ale "stringurilor" (sau"superstringurilor"), teoriile "GUT" (şi anumite idei ce derivă din ele, ca de exemplu "scenariul inflaţionist", conform notei 12 de la sfârşitul capitolului 7, despre cosmologie şi săgeata timpului). Toate acestea sunt categoric în categoria teoriilor DE ÎNCERCARE. (Vezi Barrow 1988, Close 1983,Davies şi Brown 1988, Squires 1985). Deosebirea importantă dintre categoriile FOLOSITOARE şi DE ÎNCERCARE este lipsa oricărei confirmări experimentale semnificative pentru teoriile din ultima categorie.[3] Aceasta nu înseamnă că nu s-ar putea ca una dintre ele să urce în categoriile teoriilor FOLOSITOARE sau chiar SUPERBE. Unele dintre aceste teorii conţin într-adevăr idei originale de un viitor clar, dar ele rămân idei, fără o bază experimentală până în prezent. Categoria DE ÎNCERCARE este foarte largă. Ideile cuprinse în unele din ele ar putea foarte bine să conţină germenii unui nou pas înainte substanţial în cunoaştere, în timp ce altele sunt clar direcţionate greşit sau inventate. (Am fost tentat să separ o a patra categorie din respectabila categorie DE ÎNCERCARE, şi să o numesc, să zicem, DIRECŢIONATE GREŞIT – dar apoi m-am gândit mai bine, deoarece nu vreau să-mi pierd jumătate dintre prieteni!)

Nu trebuie să fim surprinşi că principalele teorii din categoria SUPERB sunt foarte vechi. În decursul istoriei trebuie să fi existat cu mult mai multe teorii care ar fi trebuit trecute în categoria DE ÎNCERCARE, dar majoritatea au fost uitate. La fel, în categoria FOLOSITOARE trebuie să fi fost multe care între timp şi-au pierdut importanţa; dar şi altele care au fost subsumate în teorii ce ulterior au fost incluse în teoriile ce au intrat în categoria SUPERB. Să luăm câteva exemple. Înaintea lui Copernic, Kepler şi Newton ce au dat o teorie mult mai bună, a existat o teorie uimitor de elaborată a mişcării planetelor propusă de grecii antici, cunoscută sub numele de *sistemul lui Ptolemeu*. Conform acestei teorii, mişcările planetelor sunt guvernate de o compunere complicată de mişcări circulare. Pe baza ei se puteau face predicţii bune, dar a devenit din ce în ce mai complicată pe măsură ce a fost necesară o precizie sporită. Azi,

* Mă refer aici la ceea ce este cunoscut ca "modelul standard" al big bang-ului. Există multe variante ale acestei teorii, cea mai accesibilă fiind aceea care dă aşa numitul "scenariu inflaţionist" – şi care intră, după părerea mea, în mod clar în categoria DE ÎNCERCARE!

sistemul lui Ptolemeu ne pare foarte artificial. Acesta este un bun exemplu de teorie FOLOSITOARE (de fapt, timp de aproximativ douăzeci de secole!) care apoi a *dispărut* cu desăvârşire ca teorie fizică, deşi a jucat un rol de o importanţă istorică bine definită. Un bun exemplu de teorie FOLOSITOARE ce a devenit în final *de succes* este faimoasa concepţie a lui Kepler despre mişcarea eliptică a planetelor. Un alt exemplu este tabelul periodic al elementelor chimice al lui Mendeleev. Ele nu au reprezentat în sine teorii cu caracter "excepţional", dar au devenit deducţii "corecte" în cadrul teoriilor din categoria SUPERBE ce s-au dezvoltat din ele (dinamica newtoniană şi teoria cuantică, respectiv).

În paragrafele şi capitolele ce urmează, nu voi vorbi prea mult despre teoriile obişnuite ce sînt doar FOLOSITOARE sau DE ÎNCERCARE. Există suficient de mult de spus despre cele ce sunt SUPERBE. Este într-adevăr un mare noroc că avem astfel de teorii şi că putem înţelege lumea în care trăim, într-un mod atât de remarcabil de complet. Eventual, putem încerca să decidem dacă aceste teorii sunt suficient de complete pentru a descrie mecanismele ce stau la baza proceselor din creierul şi din mintea noastră. Vom aborda această problemă la timpul potrivit; dar acum să examinăm teoriile SUPERBE, aşa cum le cunoaştem, şi să încercăm să evaluăm importanţa lor pentru scopurile noastre.

Geometria euclidiană

Geometria euclidiană este chiar aceea materie pe care o învăţăm la şcoală sub numele de "geometrie". Totuşi, eu mă aştept ca majoritatea să o considere ca făcînd parte din matematică, şi nu ca fiind o teorie fizică. Face parte din matematică, desigur, dar geometria euclidiană nu este în nici un caz singura geometrie ce se poate imagina. Aceea geometrie care ne-a fost lăsată moştenire de Euclid descrie foarte precis spaţiul fizic al lumii în care trăim, dar ea *nu este* o necesitate logică – este doar o caracteristică *observată* (aproape exact) a lumii fizice.

Într-adevăr, există şi o altă geometrie numită geometria lui *Lobacevski** (sau *hiperbolică*) care este, în multe privinţe, foarte asemănătoare geometriei euclidiene, dar cu unele diferenţe şocante. De exemplu, reamintesc că în geometria euclidiană suma unghiurilor unui triunghi este întotdeauna 180°. În geometria lui Lobacevski, această sumă este întotdeauna *mai mică* de 180°, diferenţa fiind proporţională cu aria triunghiului. (vezi figura 5.1).

* Nicolai Ivanovici Lobacevski (1792-1856), a fost unul dintre cei ce au descoperit în mod independent acest tip de geometrie, ca o alternativă la aceea a lui Euclid. Ceilalţi au fost: Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Ferdinand Schweickard şi Janos Bolyai.

Remarcabilul artist olandez Maurits C. Escher a făcut câteva reprezentări foarte sugestive şi exacte ale acestei geometrii. Una dintre acestea este reprodusă în figura 5.2.

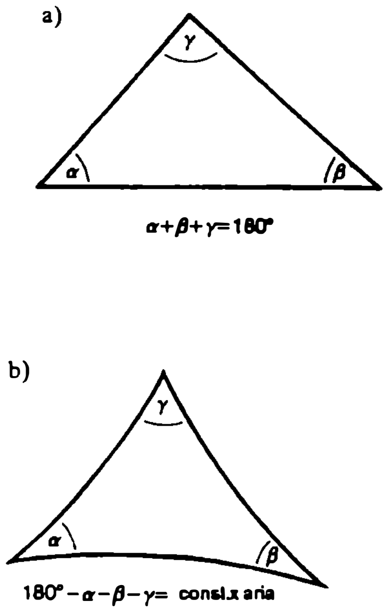


Fig. 5.1. (a) Un triunghi în spaţiul euclidian, (b) un triunghi în spaţiul lui Lobacevski.

Conform geometriei lui Lobacevski, toţi peştii negri trebuiesc consideraţi ca având aceeaşi dimensiune şi formă, iar în mod analog cei albi. Reprezentarea geometrică nu poate fi complet corectă în spaţiul euclidian obişnuit, şi de aici aparenta înghesuire de lângă conturul circular. Imaginaţi-vă că sunteţi în interiorul imaginii, dar undeva în apropierea conturului: în acest caz, în geometria lui Lobacevski situaţia vi se va părea aceeaşi, indiferent că sunteţi în mijloc sau în oricare alt loc. Ceea ce pare a fi acest "contur" al imaginii, în reprezentarea euclidiană, în geometria lui Lobacevski este în realitate "la infinit". Conturul circular nu trebuie considerat ca făcând parte din spaţiul Lobacevski, – şi nici regiunea euclidiană ce se găseşte în *exteriorul* acestui cerc. (Această reprezentare ingenioasă a planului din geometria lui Lobacevski este datorată lui Poincaré. Meritul deosebit al acestei reprezentări este că formele foarte mici nu sunt distorsionate – modificându-se doar dimensiunile). În această geometrie "liniile drepte" (în lungul unora dintre ele sunt îndreptaţi peştii lui Escher) sunt cercuri ce se intersectează la unghiuri drepte cu acest cerc de contur.

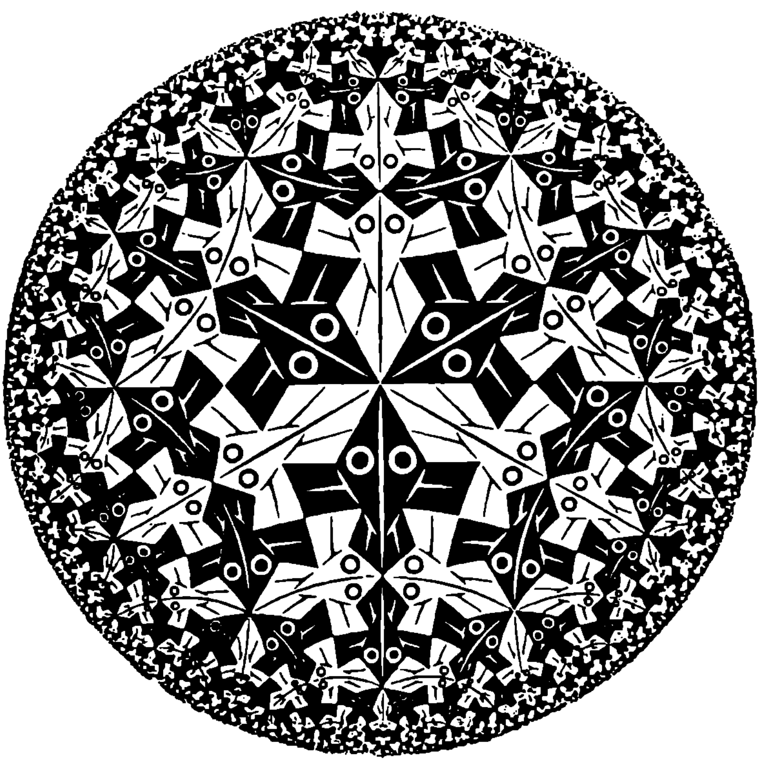


Fig. 5.2. Spațiul lui Lobacevski în imaginea lui Escher. (considerați că toți peștii negri sunt congruenți și toți peștii albi sunt congruenți.)

S-ar putea foarte bine ca geometria lui Lobacevski să fie în realitate adevărată pentru lumea noastră, dar la scară cosmică (vezi cap. 7 paragraful despre cosmologie și big bang). Totuși, în acest caz constanta de proporționalitate dintre diferența până la 180° a sumei unghiurilor unui triunghi și aria sa ar trebui să fie *extraordinar* de mică, iar geometria euclidiană ar fi o aproximație excelentă a acestei geometrii la scară obișnuită. De fapt, așa cum vom vedea ulterior în acest capitol, teoria relativității generale a lui Einstein ne spune că geometria lumii noastre *se îndepărtează* de geometria euclidiană (deși într-un mod "neregulat" ce este mai complicat decât geometria lui Lobacevski) la o scară considerabil mai puțin îndepărtată decât cea cosmică, deși diferențele sunt tot extraordinar de mici la scara obișnuită a experienței noastre directe.

Faptul că geometria euclidiană pare să reflecte atât de precis structura "spațiului" nostru ne-a indus în eroare (sau pe strămoșii noștri!) făcându-ne să credem că această geometrie este o necesitate logică, sau să considerăm că noi avem *a priori* o înțelegere intuitivă înnăscută a faptului că geometria euclidiană *trebuie* să se aplice lumii în care trăim. (Chiar și marele filosof Immanuel Kant a afirmat aceasta.) Adevărata ruptură de geometria euclidiană a produs-o teoria relativităţii generale a lui Einstein, ce a fost elaborată mulţi ani mai tîrziu. Departe de a fi o necesitate logică, faptul că geometria euclidiană se aplică atât de precis – deşi nu foarte exact – la structura spaţiului nostru fizic este un *rezultat empiric bazat pe observaţie*! Geometria euclidiană a fost, într-adevăr, tot timpul, o teorie *fizică* (SUPERBĂ). Pe lângă faptul că este un exemplu elegant şi logic de matematică pură.

Într-un sens, aceasta nu este prea departe de punctul de vedere filosofic susţinut de Platon, (pe la 360 î.Chr.) cam cu 50 de ani înaintea apariţiei celebrei cărţi a lui Euclid asupra geometriei – *Elemente*. În concepţia lui Platon, obiectele geometriei pure – liniile drepte, cercurile, triunghiurile, planele etc. – reprezintă doar în mod aproximativ obiecte ale lumii fizice reale. Aceste obiecte matematice precise ale geometriei pure populează în schimb o lume diferită – *lumea ideală a lui Platon* a conceptelor matematice. Lumea lui Platon nu este formată din obiecte tangibile, ci din "obiecte matemetice". Această lume nu ne este accesibilă în modul fizic obişnuit, ci prin intermediul *intelectului*. Mintea omenească ia contact cu lumea lui Platon ori de câte ori analizează un adevăr matematic, percepându-l prin raţionament matematic şi intuiţie. Această lume ideală a fost considerată ca fiind diferită şi mai perfectă decât lumea materială pe care o cunoaştem din experienţele noastre exterioare, dar tot atât de reală. (Reamintiţi-vă discuţiile noastre din capitolele 3 şi 4 despre realitatea platoniciană a conceptelor matematice). Astfel, întrucât obiectele geometriei euclidiene pure pot fi studiate mental şi deduse în acest fel multe din proprietăţile acestei lumi ideale, nu este obligatoriu ca lumea fizică "imperfectă" a experienţei noastre exterioare să coincidă exact cu această lume ideală. Se pare că Platon a prevăzut, printr-o intuiţie miraculoasă, pe baza a ceea ce trebuie să fi fost prea puţin evident pentru aceea vreme că: pe de o parte, matematica trebuie studiată şi înţeleasă doar pentru ea însăşi, şi nu trebuie să i se ceară o aplicabilitate completă la obiectele ce fac parte din experienţa noastră fizică; pe de altă parte, lumea reală exterioară poate fi înţeleasă, în ultimă instanţă, doar folosind limbajul precis al matematicii – ceea ce înseamnă în termenii lumii ideale a lui Platon: "accesibilă prin intermediul intelectului"!

Platon a fondat la Atena o Academie cu scopul de a promova astfel de idei. Din elita celor ce s-au format aici a făcut parte şi extrem de influentul şi celebrul filosof Aristotel. Dar aici ne vom ocupa de un alt membru al acestei Academii – ceva mai puţin cunoscut decât Aristotel, dar după opinia mea, un om de ştiinţă mult mai fin – unul din marii gânditori ai antichităţii: matematicianul şi astronomul Eudoxos.

Geometria euclidiană are o componentă profundă şi subtilă – de fapt cea esenţială – pe care azi cu greu o considerăm ca aparţinând geometriei! (Matematicienii ar numi-o "analiză" si nu "geometrie".) Această componentă este reprezentată de introducerea *numerelor reale*. Geometria euclidiană se referă la lungimi și unghiuri. Pentru a înțelege această geometrie, trebuie să putem aprecia ce fel de "numere" sunt necesare pentru a descrie aceste lungimi și unghiuri. Ideea nouă fundamentală a fost elaborată în secolul al patrulea înainte de Christos de către Eudoxos (c. 408-355 î. Chr.).* Geometria greacă fusese într-o "criză" datorată descoperirii făcute de școala lui Pitagora și anume că numere de felul lui $\sqrt{2}$ (necesar pentru a exprima lungimea diagonalei unui pătrat în funcție de latura sa) nu pot fi exprimate sub formă de fracție (vezi capitolului 3, paragraful despre numere reale). Fusese important pentru greci să poată formula rezultatele măsurătorilor lor geometrice (rapoarte) prin numere întregi (rapoarte de), pentru ca astfel mărimile geometrice să poată fi studiate conform legilor aritmeticii. Ideea fundamentală a lui Eudoxos a fost de a da o metodă pentru a descrie rapoartele de lungimi (adică numere reale!) folosind *numere întregi*. El a reușit să dea criterii, formulate în termeni de operații cu numere întregi, pentru a decide când valoarea unui raport este mai mare decât alta sau dacă cele două trebuie privite ca fiind exact egale.

În mare, ideea era următoarea: dacă a, b, c și d sunt patru lungimi, atunci un criteriu pentru a stabili că raportul a/b este *mai mare* decât raportul c/d este să existe numerele întregi M și N astfel ca a adunat cu el însuși de N ori să fie mai mare decât b adunat cu el însuși de M ori, iar d adunat cu el însuși de M ori să fie mai mare decât c adunat cu el însuși de N ori.+ Un criteriu corespunzător poate fi folosit pentru a stabili că a/b este *mai mic* decât c/d. Criteriul pentru egalitate $a/b = c/d$ este acum ca *nici unul* dintre aceste două criterii să nu fie satisfăcut!

O teorie matematică abstractă completă a numerelor reale nu a fost dezvoltată decât în secolul al nouăsprezecelea de matematicieni ca Dedekind și Weierstrass. Dar ei au urmat de fapt un drum similar cu cel descoperit de Eudoxos cu aproximativ douăzeci și două de secole mai înainte! Nu este necesar să descriem aici această teorie modernă, ea a fost atinsă vag în capitolul 3 în paragraful despre numere reale. Dar pentru ușurința prezentării eu am preferat ca în acest capitol să-mi bazez discuția despre numerele reale pe exprimarea în baza zece a numerelor, ce ne este mai obișnuită. (Aceasta exprimare a fost introdusă, de fapt, de Stevin în 1585). Trebuie observat că notația zecimală, deși atât de obișnuită pentru noi, era necunoscută pentru greci.

---

* Eudoxos a fost și părintele teoriei mișcării planetelor, această teorie veche de 2000 de ani pe care am considerat-o ca fiind FOLOSITOARE, dezvoltată ulterior mai în detaliu de Hiparh și Ptolemeu, cunoscută ulterior sub numele de sistemul lui Ptolemeu!

+ În notație modernă, aceasta stabilește existența unei fracții M/N, astfel ca $a/b>M/N>c/d$. Va exista întotdeauna o astfel de fracție situată între cele două numere reale a/b și c/d, ori de câte ori $a/b>c/d$, astfel încât criteriul lui Eudoxos este într-adevăr satisfăcut.

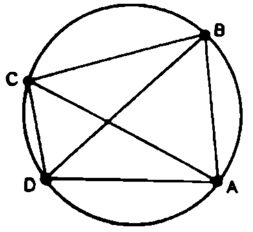


Fig. 5.3. Teorema lui Ptolemeu.

Totuşi, există o diferenţă importantă între propunerile lui Eudoxos şi cele ale lui Dedekind şi Weierstrass. Vechii greci considerau numerele reale ca obiecte *date* – în termeni de mărimi geometrice (rapoarte de) – deci, ca proprietăţi ale spaţiului "real". Vechii greci aveau nevoie să poată descrie mărimile geometrice în termeni aritmetici pentru a putea face demonstraţii geometrice riguroase. De asemenea, ei aveau nevoie să poată efectua sume şi produse ale acestora – componente esenţiale ale atâtor teoreme geometrice splendide ale anticilor. (În figura 5.3 am dat ca exemplu ilustrativ, remarcabila *teoremă a lui Ptolemeu* – deşi Ptolemeu a descoperit-o la mult timp după Eudoxos – ce leagă distanţele dintre patru puncte de pe un cerc şi care justifică foarte bine de ce erau necesare atât sumele cât şi produsele.) Criteriul lui Eudoxos s-a dovedit extraordinar de fructuos, şi, în particular, el a permis grecilor să calculeze arii şi volume în mod riguros.

Totuşi, pentru matematicienii secolului al nouăsprezecelea – şi, fireşte, pentru matematicienii de azi – rolul geometriei s-a schimbat. Pentru vechii greci şi pentru Eudoxos în particular, numerele "reale" erau obiecte ce trebuiau *extrase* din geometria spaţiului fizic. Acum preferăm să considerăm numerele reale ca fiind din punct de vedere logic anterioare geometriei. Aceasta ne permite să construim tot felul de tipuri *diferite* de geometrii, fiecare *pornind* de la conceptul de număr. (Ideea de bază este aceea a unei geometrii ce utilizează noţiunea de coordonată, introdusă în secolul al şaptesprezecelea de Fermat şi Descartes. Coordonatele pot fi folosite pentru a *defini* alte tipuri de geometrie). O astfel de "geometrie" trebuie să fie logic consistentă, dar poate să nu aibă legătură directă cu spaţiul fizic al experienţei noastre. Aceea geometrie fizică pe care *se pare* că o percepem este o *idealizare* a experienţei noastre (adică depinde de extrapolările noastre spre dimensiuni oricât de mari sau oricât de mici, vezi cap. 3 paragraful despre "realitatea" numerelor reale). Dar acum experimentele sunt suficient de precise aşa încât trebuie să considerăm că geometria noastră "bazată pe experienţă" *diferă* de fapt de idealul euclidian (vezi sfârşitul paragrafului despre relativitatea generală a lui Einstein din acest capitol) şi că este conformă cu ceea ce ne spune teoria relativităţii generale a lui Einstein că trebuie să fie. Totuşi, cu toate modificările produse în punctul nostru de vedere asupra geometriei lumii fizice, esenţa conceptului de număr real al lui Eudoxos, vechi de douăzeci şi trei de secole, a rămas de fapt neschimbată şi formează o componentă tot atât de importantă a teoriei lui Einstein pe cât a fost pentru cea a lui Euclid. Într-adevăr, este o componentă esenţială a tuturor teoriilor importante ale fizicii de până azi!

A cincea carte a *Elementelor* lui Euclid este în principiu o expunere a "teoriei proporţiilor", descrisă mai sus, introdusă de Eudoxos. Aceasta a fost extrem de importantă pentru întrega lucrare. Realmente, lucrarea *Elemente*, publicată pentru prima oară pe la 300 î. Chr., trebuie considerată în totalitatea ei ca una dintre lucrările cu influenţa cea mai profundă din toate timpurile. Ea a făcut posibilă aproape întreaga gândire ştiinţifică şi matematică de după aceea. Metodele folosite erau deductive, plecând de la axiome enunţate clar ce se presupunea că sunt proprietăţi "evidente" ale spaţiului; sunt deduse şi numeroase consecinţe, dintre care multe sunt uimitoare şi importante şi deloc evidente. Nu există nici o îndoială că lucrarea lui Euclid a avut o importanţă profundă pentru dezvoltarea gândirii ştiinţifice ulterioare.

Cel mai mare matematician al antichităţii a fost fără îndoială Arhimede (287-212 î. Chr.). Folosind teoria proporţiilor a lui Eudoxos într-un mod ingenios, el a calculat ariile şi volumele multor forme diferite, cum este sfera, sau a unora mai complexe ca parabola sau spirala,. Astăzi, noi folosim analiza matematică, dar el a realizat aceasta cu aproximativ nouăsprezece secole înainte ca analiza matematică să fie introdusă de Newton şi Leibnitz ! (S-ar putea spune că o bună jumătate – jumătatea "înteagră" – a analizei matematice îi era deja cunoscută lui Arhimede!) Gradul de rigoare matematică atins de Arhimede în raţionamentele sale a fost impecabil, chiar după standardele moderne. Scrierile sale au influenţat profund mulţi matematicieni şi oameni de ştiinţă de după el, cei mai importanţi fiind Galileu şi Newton. Arhimede a introdus, de asemenea, teoria fizică (SUPERBĂ?) a staticii (adică legile ce guvernează corpurile în echilibru, cum este legea pârghiilor şi legile corpurilor care plutesc) şi a dezvoltat-o ca pe o ştiinţă deductivă într-un mod similar cu cel folosit de Euclid pentru dezvoltarea ştiinţei spaţiului geometric şi a geometriei corpurilor rigide.

Un contemporan al lui Arhimede pe care trebuie, de asemenea, să-l menţionez este Apollonios (pe la 262-200 î. Chr.), un foarte mare geometru cu o profundă intuiţie şi ingeniozitate, al cărui studiu asupra secţiunilor conice (adică elipse, parabole şi hiperbole) a avut o influenţă foarte importantă asupra lui Kepler şi Newton. S-a dovedit ulterior că acestea erau exact ceea ce era necesar pentru descrierea orbitelor planetelor!

Dinamica lui Galilei şi Newton

Profundul pas înainte pe care secolul al şaptesprezecelea l-a adus ştiinţei a fost înţelegerea *mişcării*. Vechii greci au avut o înţelegere extraordinară a lucrurilor, dar privite static – forme geometrice rigide, sau corpuri în *echilibru* (adică cu toate forţele în echilibru, astfel că nu există mişcare) – dar ei nu au avut o concepţie corectă asupra legilor ce guvernează modul în care corpurile se *deplasează*. Lor le-a lipsit o bună teorie asupra *dinamicii*, adică o teorie asupra modului extraordinar în care Natura controlează modificarea locului în care se găsește un corp de la un moment la altul. Această absență s-a datorat parțial lipsei unor mijloace suficient de precise de măsurare a timpului, adică a unui "ceas" suficient de bun. Un astfel de ceas era necesar pentru a fixa în timp cu precizie modificările de poziție, pentru a se putea determina corect viteza și accelerația corpurilor. Astfel, observația făcută de Galileo Galilei în 1583 că pentru fixarea în timp poate fi folosit un pendul a avut urmări importante în timp pentru el, (dar și pentru dezvoltarea întregii științe!) deoarece fixarea în timp a mișcării a putut fi astfel făcută cu precizie. După aproximativ cincizeci de ani, odată cu publicarea în 1638 a lucrării *Discorsi* a lui Galileo Galilei, a fost inaugurat noul domeniu al dinamicii – și astfel a început trecerea de la vechiul misticism la știința modernă!

Permiteți-mi să aleg doar *patru* dintre ideile cele mai importante pe care Galileo Galilei le-a introdus în fizică. Prima a fost că o forță ce acționează asupra unui corp determină o *accelerație* și nu o viteză. Ce înseamnă de fapt termenii de "accelerație" și de "viteză"? *Viteza* unei particule – sau a unui punct situat pe corp – este variația în unitatea de timp a poziției acelui punct. Viteza este considerată în mod normal ca fiind o mărime *vectorială*, adică trebuie luată în considerație pe lângă mărimea sa și *direcția* (vezi figura 5.4). Accelerația (tot o mărime vectorială) este viteza de variație a acestei viteze în funcție de timp – astfel că accelerația este de fapt *viteza de variație a vitezei de variație* a poziției în funcție de timp! Ar fi fost dificil pentru antici să înțeleagă aceasta deoarece le lipseau atât un "ceas" adecvat cât și ideile matematice corespunzătoare cu privire la "viteza de variație".) Galilei a stabilit că forța ce acționează asupra unui corp (în acest caz, forța de gravitație) controlează accelerația acelui corp, dar *nu* controlează direct viteza sa – așa cum credeau anticii, precum Aristotel.

În particular, dacă nu acționează nici o forță, viteza este constantă – și deci în *absența* unei forțe corpul se va deplasa nemodificat după o linie dreaptă (aceasta este prima lege a lui Newton).

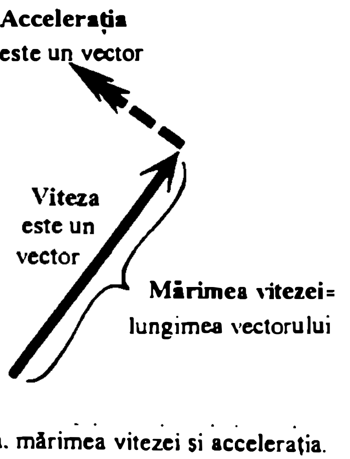


Fig.5.4. Viteza, mărimea vitezei și accelerația.

Corpurile în mişcare liberă îşi continuă drumul în mod uniform, şi nu este necesară o forţă pentru ca ele să-şi continue starea de mişcare. Într-adevăr, o consecinţă a legilor dinamicii dezvoltate de Galilei şi Newton este că mişcarea rectilinie şi uniformă este din punct de vedere fizic complet indiscernabilă de starea de repaus (adică de absenţa mişcării): nu există nici o modalitate locală, de a decela mişcarea uniformă de starea de repaus! Galilei a fost deosebit de clar în această problemă, (mai clar chiar decât Newton) şi a dat o descriere foarte plastică recurgând la imaginea unei corabii pe mare (vezi Drake 1953, p. 186-7):

Închideţi-vă împreună cu un prieten în cabina principală, de sub punte, a unei corăbii mari şi luaţi şi câteva muşte, fluturi, şi alte animale mici zburătoare. Luaţi un vas mare cu apă cu câţiva peşti în el; atârnaţi de ceva o sticlă ce se goleşte picătură cu picătură într-un vas larg de sub ea. Observaţi cu atenţie, atunci când corabia stă nemişcată, cum micile vietăţi zboară cu viteze ce au mărimi egale spre toate colţurile cabinei. Peştii înoată indiferenţi în toate dircţiile; picăturile cad în vasul de dedesubt;. . . După ce aţi observat toate acestea cu atenţie . . .porniţi corabia cu ce viteză doriţi, dar astfel ca mişcarea să fie uniformă şi să nu varieze într-o direcţie sau alta. Nu veţi descoperi nici cea mai mică modificare a efectelor menţionate, şi nici nu veţi putea spune observându-le dacă acum corabia este în mişcare sau în repaus. Picăturile cad în continuare în vasul de dedesubt fără să se încline spre pupă, deşi în timp ce picăturile sunt în aer corabia s-a deplasat. Peştii din apă înoată spre partea din faţă a vasului cu acelaşi efort ca şi spre partea din spate a lui, şi ajung cu aceeaşi uşurinţă la momeala plasată oriunde în jurul lor lângă pereţii vasului. Şi în fine, fluturii şi muştele îşi vor continua zborul indiferent spre ce colţ şi nu se va întâmpla niciodată să se concentreze spre pupă, ca şi cum ar fi obosit să tot ţină pasul cu deplasarea corăbiei, de care au fost separaţi lungi perioade de timp atunci când au fost în aer.

Acest fapt remarcabil, numit *principiul relativităţii lui Galileo Galilei* este crucial pentru a putea înţelege punctul de vedere dinamic al lui *Copernic*. Nicolaus Copernicus (1473-1543) şi astronomul antic grec Aristarh, pe la 310-230 î. Chr. – a nu se confunda cu Aristotel! – cu optsprezece secole înaintea lui, au propus interpretarea conform căreia Soarele rămâne în repaus, iar Pământul, în timp ce se roteşte în jurul propriei sale axe, se deplasează pe orbită în jurul Soarelui. De ce noi nu ne dăm seama de această mişcare ce ar putea atinge câteva sute de mii de kilometri pe oră? Aceasta a reprezentat o serioasă problemă pentru interpretarea lui Copernic înainte ca Galileo Galilei să prezinte teoria sa dinamică. Dacă imaginea anterioară "aristoteliană" asupra dinamicii ar fi fost corectă, şi anume imaginea în care *viteza* unui sistem în mişcarea sa prin spaţiu influenţează comportarea sa dinamică, atunci mişcarea Pământului ar produce efecte evidente pentru noi. Relativitatea galileană ne arată clar cum este posibil ca Pământul să fie în mişcare, şi totuşi această mişcare să nu fie percepută direct de noi.*

* Strict vorbind, aceasta se referă doar la mişcarea Pămîntului, în măsura în care poate fi privită ca fiind o mişcare aproximativ *uniformă* şi, în particular, fără rotaţie. Mişcarea de rotaţie a Pământului are într-adevăr efecte dinamice (relativ mici) ce pot fi detectate, cea mai cunoscută

Să observăm că în relativitatea galileană conceptul de "în repaus" nu are un sens fizic local. Aceasta are deja o consecință importantă asupra modului în care trebuiesc privite spațiul și timpul. Imaginea pe care o avem în mod inconștient asupra spațiului și timpului este că "spațiul" reprezintă un fel de arenă în care au loc evenimentele fizice. Un obiect fizic poate fi într-un punct în spațiu, la un moment dat, și în același punct sau în altul diferit al spațiului la un moment ulterior. Ne imaginăm că, într-un fel, punctele din spațiu rămân nemodificate de la un moment la următorul, astfel că are sens să spunem dacă un obiect și-a modificat sau nu locul în care se găsește în spațiu. Dar, relativitatea galileană ne spune că "starea de repaus" nu are o semnificație absolută, așa că nu are sens să vorbim de "același punct din spațiu în două momente de timp diferite". Care punct al spațiului euclidian tridimensional cunoscut din experiența noastră fizică într-un anumit moment este "același" punct al spațiului nostru euclidian tridimensional dar în alt moment? Nu se poate spune. Se pare că trebuie să avem un spațiu euclidian complet *nou* pentru fiecare moment de timp! Modul în care putem rezolva aceasta este să folosim o reprezentatre a realității fizice *spațio-temporală în patru dimensiuni* (vezi figura 5.5). Spațiile euclidiene tridimensionale ce corespund diferitelor momente de timp sunt considerate ca fiind separate unul de altul, dar toate aceste spații sunt unite împreună pentru a forma o imagine completă a unui spațiu-timp patrudimensional. Istoriile particulelor ce se deplasează cu o mișcare rectilinie uniformă sunt descrise prin linii drepte (numite linii de univers) în spațiu-timp. Voi reveni la problema spațio-temporală și la relativitatea mișcării, ulterior în contextul relativității lui Einstein.

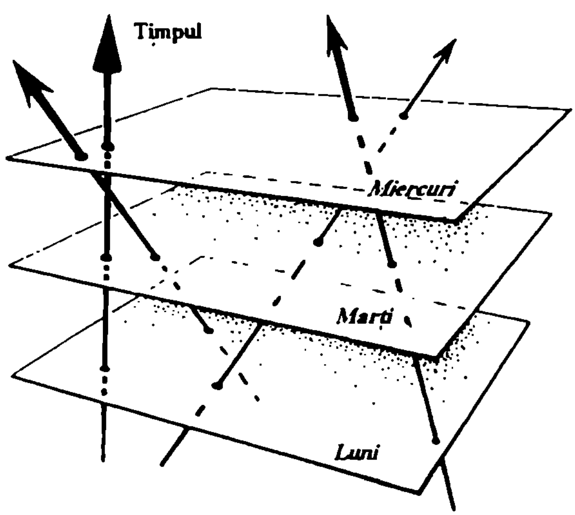


Fig. 5.5. Spațiul-timp galilean: particulele în mișcare uniformă sunt reprezentate prin linii drepte.

---

fiind devierea vânturilor în mod diferit în emisferele nordică și sudică. Galileu a considerat că această neuniformitate este responsabilă de existența mareelor.

Vom constata că motivaţia pentru existenţa a patru dimensiuni are o bază considerabil mai serioasă în acest caz.

A treia dintre aceste idei importante ale lui Galileu a fost un început de înţelegere a legii *conservării energiei*. Galilei a fost preocupat, în principal, de mişcarea obiectelor sub influenţa gravitaţiei. El a observat că dacă un corp este scos din starea de repaus, atunci el fie cade liber, fie oscilează ca un pendul de lungime arbitrară, fie alunecă pe un plan înclinat, dar viteza lui de mişcare va depinde întotdeauna *doar* de distanţa pe care a parcurs-o sub punctul lui de plecare. Mai mult decât atât, această viteză este întotdeauna suficientă pentru a se reîntoarce la înălţimea de la care a pornit. Spunem că, energia înmagazinată prin aducerea obiectului la înălţimea deasupra suprafeţei Pământului la care se găsea în starea de repaus (energia potenţială gravitaţională) poate fi transformată în energie a mişcării sale (energie cinetică, ce depinde de *viteza* corpului), şi invers, dar energia în totalitate nici nu se pierde, nici nu se câştigă.

Legea conservării energiei este un principiu fizic foarte important. Nu este o cerinţă fizică independentă, ci o *consecinţă* a legilor dinamice a lui Newton la care vom ajunge în curând. În decursul secolelor au fost date formulări din ce în ce mai cuprinzătoare ale acestei legi de către Descartes, Huygens, Leibniz, Euler şi Kelvin. Vom reveni la aceasta ulterior în acest capitol şi în capitolul 7. Legea conservării energiei împreună cu principiul relativităţii lui Galilei permite formularea unor noi legi de conservare de o importanţă considerabilă: conservarea *masei* şi a *impulsului*. Impulsul unei particule este produsul dintre masa şi viteza sa. Câteva exemple obişnuite de conservare a impulsului sunt: propulsia unei rachete unde variaţia impulsului spre înainte al rachetei este exact egală cu impulsul înapoi al gazelor evacuate. Reculul unui tun este, de asemenea, un exemplu al legii conservării impulsului. O altă consecinţă a legilor lui Newton este conservarea *momentului cinetic* care descrie conservarea rotaţiei în jurul axei proprii a unui sistem. Rotaţia Pămîntului în jurul axei sale se menţine datorită conservării momentului lui cinetic. Fiecare particulă ce formează un corp contribuie la momentul cinetic total al corpului, iar mărimea contribuţiei fiecărei particule este produsul dintre impulsul său şi distanţa dusă perpendicular pe el de la centru. (Ca o consecinţă, viteza unghiulară a unui obiect ce se roteşte liber poate fi crescută făcându-l mai compact. Aceasta duce la o acţiune impresionantă, dar familiară, executată adesea de patinatori şi artiştii de la trapez. Strângerea mâinilor sau a picioarelor, după caz, produce creşterea spontană a vitezei de rotaţie, doar din cauza conservării momentului cinetic!) Vom constata că masa, energia, impulsul şi momentul cinetic sunt concepte ce vor fi importante pentru noi ulterior.

În final, voi reaminti cititorului intuiţia genială a lui Galilei, şi anume că, în absenţa frecării cu atmosfera, toate corpurile cad în acelaşi timp sub influenţa gravitaţiei. (Poate că cititorul îşi aminteşte celebra poveste despre Galilei ce arunca simultan diferite obiecte din Turnul înclinat din Pisa.) Trei secole mai târziu, exact aceeaşi intuiţie genială l-a condus pe Einstein la generalizarea principiului relativităţii la sisteme de referinţă în mişcare accelerată, şi aceasta a constituit punctul de plecare al extraordinarei sale teorii a relativităţii generale a gravitaţiei, aşa cum vom vedea spre sfârşitul capitolului.

Pe fundaţiile impresionante realizate de Galilei, Newton a putut ridica o catedrală de o măreţie superbă. Newton a dat trei legi ce guvernează comportarea obiectelor materiale. Prima şi a doua sunt în esenţă cele date de Galilei. Prima lege: dacă asupra unui corp nu acţionează nici o forţă, el continuă să se mişte uniform în linie dreaptă; iar a doua: dacă asupra lui acţionează o forţă, atunci masa lui înmulţită cu acceleraţia sa (adică viteza de variaţie a impulsului său) este egală cu această forţă. Una dintre intuiţiile deosebite ale lui Newton a fost că şi-a dat seama de necesitatea unei a treia legi: forţa pe care corpul A o exercită asupra corpului B este egală şi de sens contrar cu forţa pe care corpul B o exercită asupra corpului A ("pentru fiecare acţiune există întotdeauna o reacţiune opusă egală"). Aceasta a constituit cadrul de bază. "Universul newtonian" este format din particule ce se mişcă într-un spaţiu în care acţionează legile geometriei euclidiene. Acceleraţiile acestor particule sunt determinate de forţele ce acţionează asupra lor. Forţa asupra fiecărei particule se obţine adunând (folosind *legea de adunare vectorială*; vezi figura 5.6) toate contribuţiile separate la forţa ce acţionează asupra acestei particule, contribuţii produse de toate *celelalte* particule. Pentru a putea defini sistemul este necesară o regulă bine definită care să ne spună care trebuie să fie forţa asupra particulei A produsă de o altă particulă B.

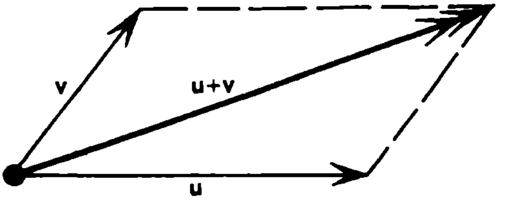


Fig. 5.6. Legea paralelogramului de adunare a vectorilor.

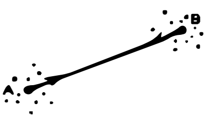


Fig. 5.7. Forţa dintre două particule este considerată ca fiind în lungul dreptei ce le uneşte (iar din legea a treia a lui Newton, forţa asupra lui A produsă de B este întotdeauna egală şi de sens opus cu forţa asupra lui B produsă de A).

Este normal să cerem ca această forță să acționeze în lungul dreptei ce unește A și B (vezi figura 5.7). Dacă forța este o forță gravitațională, atunci ea este o forță de atracție între A și B, iar mărimea ei este proporțională cu produsul celor două mase și cu inversul pătratului distanței dintre ele, și poartă numele de *legea inversului pătratului distanței*. Pentru alte tipuri de forțe s-ar putea să existe o dependență de poziție diferită de aceasta, iar forța ar putea depinde de tipul de particulă printr-o altă mărime ce o caracterizează, mărime ce poate fi diferită de masa ei.

Marele Johannes Kepler (1571-1630), un contemporan al lui Galilei, a observat că orbitele planetelor în mișcarea lor în jurul Soarelui sunt *eliptice* și nu circulare (cu Soarele întotdeauna într-unul din focarele elipsei, nu în centru) și a formulat alte două legi ce guvernează mișcarea pe aceste elipse. Newton a arătat că cele trei legi ale lui Kepler decurg din teoria sa generală asupra mișcării corpurilor (cu o forță de atracție inversă cu pătratul distanței). Dar nu numai atât, el a obținut tot felul de corecții detaliate ale orbitelor eliptice ale lui Kepler, precum și alte efecte, cum este precesia echinoxului (o mișcare relativ lentă a direcției axei de rotație a Pământului în jurul său, care fusese observată de greci în decursul secolelor). Pentru a ajunge la aceste rezultate, Newton a trebuit să dezvolte multe metode matematice – pe lângă calculul diferențial. Succesul fenomenal al eforturilor sale s-a datorat în mare măsură deosebitelor sale calități de matamatician și intuiției sale la fel de remarcabile.

Lumea mecanicistă a dinamicii newtoniane

Folosind o anumită lege pentru forță (ca, de exemplu, legea atracției gravitaționale în care forța depinde de inversul pătratului distanței) concepția newtoniană se poate transpune într-un sistem precis și bine determinat de ecuații dinamice. Dacă pozițiile, vitezele și masele diferitelor particule sunt date la un anumit moment de timp, atunci pozițiile și vitezele lor (deci și masele lor – acestea fiind considerate constante) sunt determinate matematic pentru toate momentele ulterioare de timp. Această formă de *determinism*, propus de mecanica newtoniană, a avut (și mai are încă) o influență profundă asupra gândirii filosofice. Să examinăm ceva mai îndeaproape natura acestui determinism newtonian. Oare ce ne poate spune despre problema posibilității noastre de a acționa sub influența "voinței proprii"? Pot exista ființe gânditoare într-o lume strict newtoniană? Sau, pot exista și mașini de calcul într-o astfel de lume?

Să încercăm să ne imaginăm cum ar putea arăta lumea în acest model "newtonian". Putem presupune, de exemplu, că particulele din care este constituită materia sunt toate puncte matematice, adică nu au o extindere spațială. Ca o alternativă, am putea să le considerăm ca fiind bile sferice rigide. În orice caz, va trebui să presupunem că ne sunt cunoscute legile forțelor ce acționează între aceste particule, analog legii forței de atracție din teoria gravitațională a lui Newton ce depinde de inversul pătratului distanței. Vom dori poate să modelăm și alte forțe din natură, ca de exemplu forțele *electrice* și *magnetice* (studiate pentru prima dată în detaliu de către William Gilbert în 1600), sau forțele *nucleare* tari despre care se știe acum că leagă particulele împreună (protonii și neutronii) pentru a forma nucleul atomic. Forțele electrice se aseamănă cu cele gravitaționale prin aceea că și ele satisfac legea inversului pătratului distanței, doar că în acest caz particulele similare se *resping* (nu se atrag, ca în cazul gravitațional), și nu masele particulelor determină mărimea forțelor electrice dintre ele, ci *sarcinile lor electrice*. Forțele magnetice depind și ele de "inversul pătratului" distanței ca și cele electrice,* dar cele nucleare au o dependență cu totul diferită, fiind extrem de mari la distanțele foarte mici ce există în nucleul atomic, și neglijabile la distanțe mai mari.

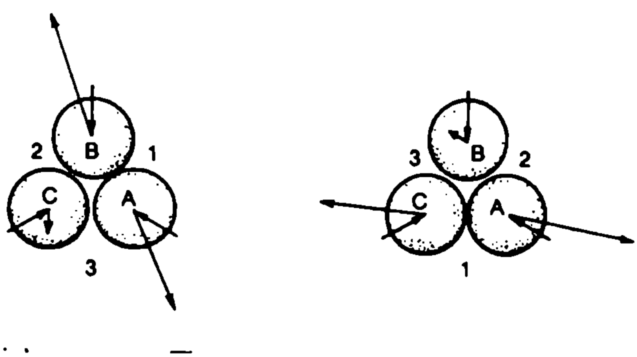


Fig. 5.8. O ciocnire triplă. Comportarea finală depinde în mod critic de care anume particule au venit în contact mai întâi, astfel că rezultatul nu va depinde în mod continuu de starea inițială.

Să presupunem că adoptăm imaginea bilelor sferice rigide. Vom cere ca atunci când două astfel de sfere se ciocnesc ele să sufere un recul perfect *elastic*. Aceasta înseamnă că ele se separă după ciocnire fără pierdere de energie (sau de impuls total) ca și cum ar fi bile de biliard perfecte. Va trebui, de asemenea, să precizăm cum acționează *forțele* între două bile. Pentru simplitate, putem presupune că forța pe care fiecare bilă o exercită asupra celeilalte este în lungul dreptei ce unește centrele lor, și că mărimea ei este o

* Diferența dintre cazul electric și cel magnetic este că "sarcinile magnetice" individuale (adică polul nord și polul sud) par să nu existe separat în natură, particulele magnetice fiind ceea ce numim "dipoli", adică mici magneți (polul nord și polul sud împreună).

anumită funcţie de lungimea acestei drepte. (În cazul *gravitaţiei* newtoniene această presupunere este adevărată automat, datorită unei teoreme remarcabile a lui Newton; în ceea ce priveşte celelalte legi de forţă, se poate impune ca o cerinţă de consistenţă). Dacă bilele se ciocnesc doar în perechi, şi nu există ciocniri triple sau de ordin superior, atunci totul este bine definit, şi rezultatele depind în mod continuu de starea iniţială (adică modificări suficient de mici ale stării iniţiale duc doar la schimbări mici ale rezultatelor.). Ciocnirile triple şi de ordin superior sunt totuşi o problemă. De exemplu, dacă trei bile A, B, şi C ajung în contact în acelaşi moment, este o diferenţă dacă A şi B au venit în contact mai întâi şi apoi imediat C se ciocneşte cu B, sau dacă A şi C au venit în contact mai întâi şi apoi imediat B se ciocneşte cu A (vezi figura 5.8) În modelul nostru, ori de câte ori se produc ciocniri triple, intervine *nedeterminismul*! Dacă dorim, putem pur şi simplu să *excludem* ciocnirile triple sau de ordin superior ca·fiind "infinit de improbabile". Va rezulta o teorie suficient de consistentă, dar existenţa problemei potenţiale a ciocnirilor triple înseamnă că se poate ca în final comportarea să *nu depindă* într-un mod continuu de starea iniţială.

Totuşi, acest model nu ne mulţumeşte complet încă, şi ar fi poate mai bine să alegem un model de particule *punctiforme*. Dar pentru a ocoli unele dificultăţi teoretice ce le-ar putea ridica modelul de particule punctiforme (dacă particulele se apropie atât de mult încât tind să coincidă, forţele vor tinde spre infinit) trebuiesc făcute şi alte presupuneri, ca de ex. că forţele dintre particule devin întotdeauna foarte puternic repulsive la distanţe mici. În acest fel ne putem asigura că două particule nu se pot ciocni niciodată efectiv. (Aceasta ne permite să evităm problema de a presupune cum se vor *comporta* particulele punctiforme atunci când se ciocnesc!) Totuşi, pentru a uşura vizualizarea eu prefer să folosim, pentru discuţia ulterioară, imaginea sferelor rigide. Se pare că acest tip de imagine de "bile de biliard" este în esenţă modelul de *realitate* pe care o bună parte dintre noi îl are în subconştient!

Imaginea newtoniană[4] a bilelor de biliard pentru lumea reală este cu adevărat un model *determinist* (neglijând problema ciocnirilor multiple). Cuvântul "determinist" trebuie luat în sensul că întreaga comportare fizică este complet determinată matematic pentru toate momentele de timp din viitor (sau din trecut) pornind de la vitezele şi poziţiile tuturor bilelor (presupuse în număr finit, pentru a evita unele probleme) cunoscute la *un moment* oarecare de timp. Se pare deci, că în această lume a bilelor de biliard nu este loc pentru o "fiinţă gânditoare" care să modifice comportarea lucrurilor materiale acţionând sub influenţa "propriei voinţe". Dacă noi credem în posibilitatea noastră de a acţiona influenţaţi de "voinţa proprie", s-ar părea că suntem forţaţi să punem la îndoială faptul că lumea noastră *efectivă* poate fi formată în acest fel.

Problema îndelung controversată a "voinţei proprii" pluteşte în fundal de la un capăt la celălalt al acestei cărţi – deşi pentru mare parte din cele ce voi avea de spus, va rămâne doar în fundal. Va avea de jucat un anumit rol, dar minor, ulterior în acest capitol (în legătură cu problema transmiterii unor semnale cu o viteză mai mare decât a luminii în cadrul teoriei relativității). Problema "voinței proprii" va fi abordată direct în capitolul 10, și cititorul va fi fără îndoială dezamăgit de contribuția mea. Eu cred într-adevăr că aceasta este o problemă reală și nu una imaginară, dar este profundă și greu de formulat adecvat. Problema *determinismului* este importantă pentru fizică, dar cred că aceasta este doar o parte din întreaga problemă. S-ar putea ca lumea să fie, de exemplu, deterministă dar *necalculabilă*. Și astfel, s-ar putea ca viitorul să fie determinat de prezent într-un mod ce este *în principiu* necalculabil. În capitolul 10, voi încerca să prezint argumente pentru a arăta că mintea omenească acționează într-adevăr nealgoritmic (adică necalculabil). În consecință, propria voință de care considerăm că suntem capabili ar trebui să fie strâns legată de o componentă necalculabilă din legile ce guvernează lumea în care trăim. Este o problemă interesantă – indiferent dacă se acceptă sau nu acest punct de vedere cu privire la voința proprie – dacă o anumită teorie fizică (ca aceea a lui Newton) este într-adevăr *calculabilă* și nu doar dacă ea este deterministă. Calculabilitatea este o problemă diferită de determinism iar faptul că *este* o problemă diferită este ceeca ce încerc să scot în evidență în această carte.

Este oare calculabil universul newtonian al bilelor de biliard?

Pentru început, voi ilustra cu un exemplu, ce este evident absurd de artificial, că determinismul și calculabilitatea *sunt* probleme diferite, folosind un "model de univers de jucărie" ce este determinist dar care nu este calculabil. Alegem ca "starea" acestui univers să fie descrisă, în orice moment de "timp", printr-o pereche de numere naturale (m, n). Fie T_u o mașină Turing universală dată, să spunem cea definită în capitolul 2 (paragraful despre imposibilitatea rezolvării problemei lui Hilbert). Pentru a putea spune care va fi starea acestui univers "în momentul următor de timp" va trebui să analizăm dacă acțiunea lui T_u asupra lui m se va opri sau nu în cele din urmă (adică dacă $T_u(m) = \square$ sau $T_u(m) \neq \square$, în notația din capitolul 2, același paragraf). Dacă se va opri, atunci starea în acel "moment" ulterior va trebui să fie $(m+1, n)$. Dacă nu se va opri, atunci va trebui să fie $(n+1, m)$. Am văzut în capitolul 2 că nu există un algoritm pentru problema opririi unei mașini Turing. Rezultă deci, că în acest model de univers, nu poate exista un algoritm pentru predicția "viitorului", cu toate că este complet determinist!

Este clar că acest model nu trebuie luat în considerare în mod serios, dar el arată că *există* o problemă ce trebuie rezolvată. Ne putem întreba dacă o teorie fizică deterministă *oarecare* este sau nu calculabilă. Într-adevăr, este calculabil universul newtonian al bilelor de biliard?

Problema calculabilității fizice depinde, în parte, de ceea ce ne interesează să aflăm despre acel sistem. Îmi vin în minte o serie de întrebări ce mi le-aș putea pune despre modelul newtonian al bilelor de biliard, probleme pentru care, după părerea mea, aflarea răspunsului *nu este legată* de o problemă de calcul (adică de algoritm). O astfel de problemă ar putea fi: se va ciocni vreodată bila A cu bila B? Ideea ar fi aceea că, având ca *date inițiale* pozițiile și vitezele tuturor bilelor la un anumit moment de timp (t = 0), problema este să calculăm din aceste date dacă bila A se va ciocni sau nu la un moment ulterior (t > 0) cu bila B. Pentru a preciza problema, (deși nu deosebit de realist) putem presupune că toate bilele au raze și mase egale, și că forța ce acționează între două astfel de bile variază cu inversul pătratului distanței. Un motiv pentru a presupune că această problemă nu face parte dintre acelea ce pot fi rezolvate folosind un algoritm este că modelul este, într-un fel, asemănător "modelului de bile de biliard pentru calcul" care a fost introdus de Edward Fredkin și Tommaso Toffoli (1982). În modelul lor (în locul unei forțe ce depinde de inversul pătratului distanței) bilele sunt limitate prin diferiți "pereți", dar ele se ciocnesc elastic una cu alta similar bilelor newtoniane pe care tocmai le-am descris (vezi figura 5.9).

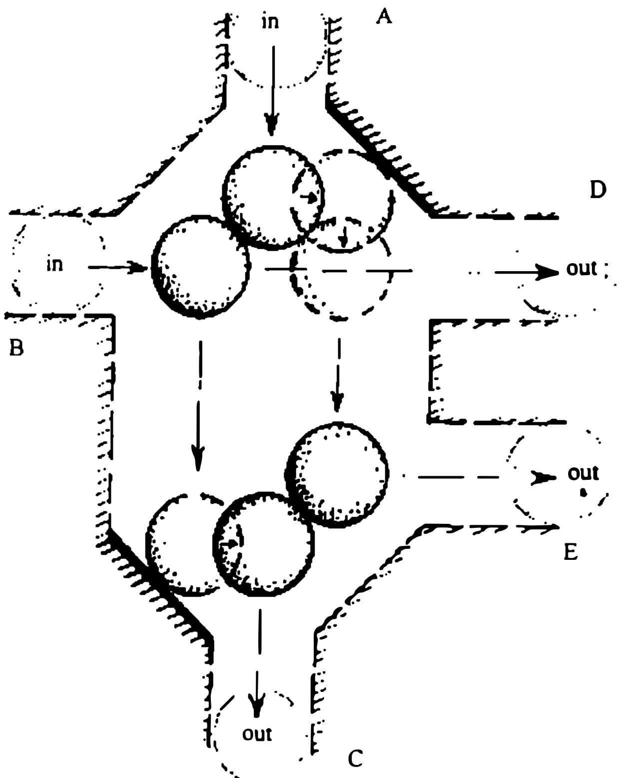


Fig. 5.9. Un "comutator" (sugerat de A. Ressler) din calculatorul bazat pe modelul de bile de biliard al lui Fredkin-Toffoli. Dacă o bilă intră prin B, atunci o bilă va ieși prin D sau E, aceasta depinzând de faptul dacă o altă bilă va intra prin A (se presupune că intrările prin A și prin B sunt simultane).

În modelul Fredkin-Toffoli toate operațiile logice de bază ale unui calculator pot fi realizate prin bile. Se poate imita calculul realizat de orice mașină Turing: o anumită mașină Turing T_n va defini o anumită configurație a "pereților" etc. a mașinii Fredkin-Toffoli; apoi, starea inițială a bilelor în mișcare va codifica informația benzii de intrare, iar banda de ieșire a mașinii Turing va fi codificată de starea finală a bilelor. Astfel, se poate pune problema: se va opri vreodată calculul unei anumite mașini Turing definită în acest fel? "Oprirea" ar putea fi exprimată sub forma: bila A se ciocnește în cele din urmă cu bila B. Faptul că la această întrebare nu se poate răspunde folosind un algoritm (capitolul 2, sfârșitul paragrafului despre imposibilitatea rezolvării problemei lui Hilbert) *sugerează,* cel puțin, că nici la întrebarea newtoniană pe care am pus-o inițial: "se va ciocni vreodată bila A cu bila B?" nu se poate răspunde folosind un algoritm.

De fapt, problema newtoniană este mult mai dificilă decât cea propusă de Fredkin și Toffoli. Ei puteau preciza stările modelului lor folosind parametri *discreți* (adică afirmații "da sau nu" de felul:"fie bila este pe canal, fie nu este"). Dar în cazul problemei newtoniane pozițiile și vitezele inițiale ale bilelor trebuiesc date cu precizie infinită, în termeni de coordonate ce sunt exprimate prin *numere reale*, și nu în acest mod discret. Astfel, suntem din nou confruntați cu aceleași probleme discutate în capitolul 4 când am pus problema recursivității mulțimii Mandelbrot. Ce anume *înseamnă* "calculabil" atunci când datele de intrare și de ieșire sunt exprimate prin parametrii ce variază continuu?[5] Pentru moment putem evita problema presupunând că exprimăm coordonatele pozițiilor și vitezelor inițiale prin numere *raționale* (deși nu ne putem aștepta ca aceste coordonate să rămână raționale și pentru valori raționale ulterioare ale timpului *t*). Reamintesc că un număr rațional este un raport de două numere întregi ce poate fi exprimat printr-un număr finit de operații. Folosind numere raționale, putem aproxima, oricât de precis, orice seturi de date inițiale dorim să examinăm. Dar nu este cu totul nerațional să presupunem că și folosind date inițiale raționale, s-ar putea să nu existe un algoritm care să decidă dacă A se va ciocni în cele din urmă cu B.

Totuși nu aceasta este ceea ce se înțelege printr-o afirmație de felul: "universul newtonian format din bile de biliard nu este calculabil". Modelul cu care am comparat universul nostru newtonian format din bile de biliard, și anume modelul Fredkin-Toffoli al "calculatorului din bile de biliard", evoluează într-adevăr conform unui calcul. Acesta este în fond scopul principal al ideei lui Fredkin și Toffoli – și anume, ca modelul lor să se comporte ca un calculator (universal)! Tipul de problemă pe care încerc să o pun în discuție este dacă se poate concepe ca un creier uman să poată, prin utilizarea unor legi fizice "necalculabile" adecvate, lucra "mai bine"decât o mașină Turing. Nu folosește la nimic încercarea de a utiliza ceva de genul

"Dacă bila A nu va întâlni niciodată bila B atunci răspunsul la problema ta va fi "Nu"."

S-ar putea să trebuiască să așteptăm indefinit pentru a putea afirma cu certitudine că bilele în discuție nu se vor întâlni niciodată! Acesta este exact modul în care se *comportă* mașinile Turing.

De fapt, s-ar părea că există indicații clare că, într-un anumit sens, universul newtonian al bilelor de biliard *este* calculabil (cel puțin dacă nu luăm în considerare problema ciocnirilor multiple). Pentru calculul comportării unei astfel de lumi s-ar putea încerca folosirea unor aproximații. Ne-am putea imagina că alegem ca centrele bilelor să fie situate pe o rețea de puncte, iar că punctele rețelei reprezintă coordonate măsurate, să zicem, în sutimi ale unei unități date. Timpul poate fi considerat și el ca fiind "discret": toate momentele de timp admise trebuie să fie multiplii ai unei unități mici (notată Δt). Aceasta va face posibil ca și "vitezele" să posede valori discrete (diferențele în valorile pozițiilor punctelor de rețea la două momente de timp succesive admise, împărțite prin Δt). Aproximațiile folosite pentru accelerații sunt calculate folosind legea aleasă pentru forță, iar acestea, la rândul lor, sunt folosite pentru obținerea "vitezelelor". În acest fel pot fi calculate noile poziții ale punctelor de rețea pentru momentul de timp admis următor, cu gradul de precizie dorit. Calculul va continua pentru atâtea momente de timp cât se va păstra precizia dorită. S-ar putea ca precizia să se piardă după calculul a doar câtorva momente de timp. Procedeul constă în a începe din nou folosind o grilă spațială mai fină și o împărțire mai fină a momentelor de timp admise. Aceasta va permite atingerea unei precizii mai mari, și calculul va putea continua mai departe în viitor, până ce precizia va fi din nou insuficientă. Folosind o grilă spațială și mai fină, cu o împărțire și mai fină a intervalului de timp, precizia va putea fi îmbunătățită și mai mult, iar calculul va putea fi dus încă și mai departe în viitor. În acest mod, universul newtonian al bilelor de biliard poate fi calculat oricât de precis dorim (ignorând ciocnirile multiple) – și în acest sens putem spune că universul newtonian este, într-adevăr, calculabil.

Totuși, într-un anumit sens, acest univers "nu este calculabil" *în practică*. Aceasta deoarece precizia cu care se pot *cunoaște* datele inițiale este întotdeauna limitată. De fapt, în acest tip de probleme există în mod inerent o "instabilitate" considerabilă. O foarte mică modificare în datele inițiale poate da naștere rapid unei variații absolut enorme în comportarea rezultată. (Oricine a încercat să lovească o bilă de biliard știe ce vreau să spun!) Acestlucru este evident, mai ales în problema ciocnirilor (succesive), dar astfel de instabilități în comportare se pot produce și în cazul acțiunii forței gravitaționale newtoniene la distanță (pentru mai mult de două corpuri). Pentru acest tip de instabilitate se folosește adesea termenul de "haos", sau de "comportare haotică". Comportarea haotică este importantă, de exemplu, în legătură cu vremea. Deși ecuațiile lui Newton ce guvernează elementele sunt bine cunoscute, predicțiile vremii pe termen lung sunt evident nesatisfăcătoare!

Acesta nu este tipul de "necalculabilitate" care să poate fi, totuşi, "utilizat" în vreun fel; şi aceasta deoarece, existând o limită a preciziei cu care poate fi cunoscută starea inţială, starea viitoare nu poate fi calculată din cea iniţială decât cu precizia corespunzătoare celei iniţiale. De fapt, totul este ca şi cum în comportarea viitoare ar fi fost introdus un *element aleator*. Dacă se caută într-adevăr în legile fizicii elemente necalculabile, *utilizabile* pentru explicarea proceselor ce stau la baza gândirii, ele trebuie să aibă un caracter complet diferit şi mult mai pozitiv decât acesta. În consecinţă, nu voi considera acest tip de comportare "haotică" ca fiind un exemplu de "necalculabilitate", preferând să spun "lipsă de predictibilitate". Lipsa de predictibilitate este un fenomen foarte general printre legile deterministe, care se întâlneşte în fizica (clasică), după cum vom vedea curând. Este clar că în construcţia unei maşini gânditoare se doreşte *minimizarea* ei, şi nu doar încercarea "exploatării" ei.

Discutarea problemelor generale ale calculabilităţii şi ale lipsei de predictibilitate va fi uşurată prin adoptarea unui punct de vedere mai cuprinzător asupra legilor fizicii decât până acum. Aceasta ne va permite să abordăm nu numai teoria mecanicii newtoniene, ci şi teoriile ulterioare ce au venit să o înlocuiască. Pentru aceasta va trebui să aruncăm o privire fugară asupra remarcabilei formulări *hamiltoniane* a mecanicii.

Mecanica hamiltoniană

Succesele mecanicii newtoniene s-au datorat nu numai superbei sale aplicabilităţi la lumea fizicii, ci şi bogăţiei teoriei matematice căreia i-a dat naştere. Este remarcabil că *toate* teoriile SUPERBE despre Natură s-au dovedit a fi extraordinar de fertile ca surse de idei matematice. În acest fapt este conţinut un mister profund şi minunat: aceste teorii superb de precise sunt extraordinar de fertile şi din punct de vadere strict *matematic*. Fără îndoială că aceasta ne spune ceva profund despre legăturile dintre lumea reală a experienţelor noastre fizice şi lumea platoniciană a matematicii. (Voi încerca să discut această problemă ulterior, în capitolul 10, paragraful despre o imagine a realităţii fizice.) Mecanica newtoniană este exemplul cel mai bun în această privinţă, deoarece naşterea ei a dat analiza matematică. De altfel, teoria newtoniană a dat naştere acelor idei matematice cunoscute sub numele de *macanica clasică*. Numele multora dintre marii matematicieni ai secolelor al optsprezecelea şi al nouăsprezecelea sunt legate de dezvoltarea ei: Euler, Lagrange, Laplace, Liouville, Poisson, Jacobi, Ostrogradski, Hamilton.

Ceea ce este cunoscut sub numele de "teoria hamiltoniană"[6] însumează o bună parte din aceste idei, iar pentru scopurile noastre va fi suficient să aruncăm doar o privire asupra ei. Multilateralul şi originalul matematician irlandez William Rowan Hamilton (1805-1865) – care este şi creatorul circuitelor hamiltoniane (discutate în capitolul 4, paragraful despre teoria complexităţii) – a dezvoltat această formă a teoriei într-un mod ce accentuează analogia cu propagarea undelor. Acest indiciu, al existenței unei relații între unde și particule, împreună cu însăși forma ecuațiilor lui Hamilton, a fost de o importanță deosebită pentru dezvoltarea ulterioară a *mecanicii cuantice*. Voi reveni asupra acestui aspect în capitolul următor.

Un element nou al teoriei lui Hamilton îl formează "variabilele" care se folosesc la descrierea unui sistem fizic. Până acum, *pozițiile* particulelor erau considerate ca fiind primare, vitezele fiind doar, variația poziției în unitate timp. Reamintesc că (paragraful despre lumea mecanicistă a dinamicii newtoniane) pentru a putea determina comportarea ulterioară a unui sistem newtonian aveam nevoie de precizarea stării inițiale prin pozițiile *și* vitezele tuturor particulelor. În formularea hamiltoniană se folosesc *impulsurile* particulelor și nu vitezele. (Am arătat în paragraful despre dinamica lui Galilei și Newton că impulsul unei particule este egal cu viteza înmulțită cu masa sa.) S-ar părea că aceasta constituie, în sine, doar o mică modificare, dar lucrul important este că, în acest fel, poziția și impulsul fiecărei particule trebuiesc tratate ca și cum ar fi mărimi *independente,* mai mult sau mai puțin de importanță egală. Astfel, "se poate considera" că impulsurile diferitelor particule nu au nimic de-a face cu variația în unitatea de timp a variabilelor lor de poziție, că sunt un set separat de variabile, așa că ne-am putea imagina că ele "ar putea fi" complet independente de schimbările de poziție. În formularea hamiltoniană avem, acum, *două* seturi de ecuații. Unul ne spune cum variază în timp *impulsul* diferitelor particule, iar celălalt ne spune cum variază în timp *poziția* diferitelor particule. În fiecare caz, vitezele de variație sunt determinate de diferitele poziții și impulsuri *în acel moment.*

În general vorbind, primul set de ecuații ale lui Hamilton este o formulare a crucialei legi a doua de mișcare a lui Newton (viteza de variație a impulsului = forța), iar al doilea set de ecuații ne spune ce *sunt* de fapt impulsurile, în termeni de viteze (de fapt, viteza de variație a poziției = impulsul/masă). Reamintesc că legile de mișcare ale lui Galilei-Newton sunt descrise în termeni de accelerații, adică de viteze de variație ale vitezei de variație a pozițiilor (adică ecuații de "gradul al doilea"). Acum trebuie să vorbim doar de viteza de variație a ceva (ecuații de "gradul întâi") și nu de viteza de variatie a vitezei de variație a ceva. Toate aceste ecuații sunt derivate doar dintr-o singură mărime importantă: *funcția lui Hamilton H*, care este expresia pentru *energia totală* a sistemului în funcție de toate variabilele de poziție și de impuls.

Formularea hamiltoniană reprezintă o descriere foarte eleganta și simetrică a mecanicii. Voi scrie ecuațiile, doar pentru a vedea cum arată, chiar dacă s-ar putea ca mulți cititori să nu fie familiarizați cu noțiunile de analiză matemetică cerute pentru o înțelegere deplină – ce nici nu sunt necesare aici. Tot ce doresc să apreciați acum, în ceea ce privește analiza matematică, este că acel "punct" ce apare în partea din stânga a fiecărei ecuații înseamnă *viteza de variație în raport cu timpul* (a impulsului, în primul caz, și a poziției, în cel de-al doilea):

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \qquad \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}.$$

Aici indicele i este folosit pentru a face deosebirea între toate coordonatele diferite ale impulsului p_1, p_2, p_3, p_4, . . . și toate coordonatele diferite ale poziției x_1, x_2, x_3, x_4, . . . În cazul a n particule libere vom avea $3n$ cordonate ale impulsului și $3n$ coordonate ale poziției (câte una pentru fiecare dintre cele trei direcții independente ale spațiului). Simbolul ∂ se referă la "derivata parțială" ("facem derivata menținând constante toate celelalte variabile"), iar H este funcția lui Hamilton, descrisă mai sus. (Dacă nu știți ce înseamnă "a deriva", nu vă neliniștiți, considerați că membrul drept al ecestor ecuații conține expresii matematice perfect de bine definite, scrise în termeni de x_i și p_i).

Coordonatele x_1, x_2, x_3, x_4, . . și p_1, p_2, p_3, p_4, . . sunt considerate mai generale decât obișnuitele coordonate carteziene pentru particule (adică în care x_i-urile erau distanțele obișnuite, măsurate după cele trei direcții diferite situate la unghiuri drepte). Unele dintre coordonatele x_i ar putea fi *unghiuri* (în care caz p_i-urile corespunzătoare vor fi momente *cinetice* și nu impulsuri, *vezi* paragraful despre dinamica lui Galileu și Newton), sau o altă mărime complet generală.

Este remarcabil că ecuațiile lui Hamilton sunt folosite și azi în aceeași formă. De fapt, ecuațiile lui Hamilton sunt valabile pentru *orice* sistem de ecuații clasice, nu doar pentru ecuațiile lui Newton, cu alegerea convenabilă a lui H. În particular, acesta este cazul teoriei lui Maxwell (-Lorentz) pe care o vom discuta în curând. Ecuațiile lui Hamilton sunt valabile și în relativitatea restrânsă. Chiar și relativitate generală poate fi pusă sub formă hamiltoniană. Pe lângă aceasta, așa cum vom vedea ulterior pentru cazul ecuației Schrödinger (paragraful despre ecuația lui Schrödinger și ecuația lui Dirac din capitolul 6), această formulare hamiltoniană reprezintă punctul de pornire pentru ecuațiile mecanicii cuantice. O astfel de unitate de formă în structura ecuațiilor dinamice, cu toate schimbările revoluținare ce s-au produs în teoriile fizicii în decursul ultimului secol, este cu totul remarcabilă!

Spațiul fazelor

Forma ecuațiilor lui Hamilton ne permite să "vizualizăm" evoluția unui sistem clasic, într-un mod deosebit de eficace și de general. Să încercăm să ne imaginăm un "spațiu" cu un număr mare de dimensiuni, câte o dimensiune pentru fiecare dintre coordonatele x_1, x_2, x_3, x_4, ..., p_1, p_2, p_3, p_4, ... (Spațiile matematice au adesea mult mai mult de trei dimensiuni). Acest spațiu este numit *spațiul fazelor* (vezi figura 5.10). Pentru n particule libere, acesta va fi un spațiu cu $6n$ dimensiuni (trei coordonate pentru poziție și trei coordonate pentru impuls pentru fiecare particulă). Cititorul și-ar putea face probleme pentru faptul că acestea reprezintă deja de două ori mai multe dimensiuni decât ar fi necesare, în mod normal, pentru a vizualiza doar *o singură* particulă! Secretul este să nu vă lăsaţi derutaţi de aceasta. Deşi, într-adevăr, şase dimensiuni sunt mai mult decât se pot reprezenta cu uşurinţă (!), în realitate nu ne va fi de prea mare folos dacă am fi capabili să o facem. Şi aceasta deoarece în cazul unei camere pline cu molecule de aer, numărul de dimensiuni din spaţiul fazelor ar putea fi ceva de ordinul

10000000000000000000000000000

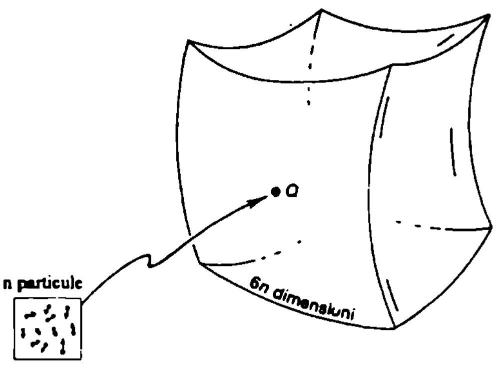


Fig. 5.10. Spaţiul fazelor. Un singur punct Q din spaţiul fazelor reprezintă întreaga stare a unui anumit sistem fizic, inclusiv mişcările instantanee ale tuturor părţilor sale.

Nu există o speranţă prea mare să putem vizualiza precis un spaţiu *atât de mare*! Artificiul constă în nici nu a încerca măcar – nici chiar în spaţiul fazelor corespunzător unei singure particule. Să ne gândim doar la o regiune tridimensională (sau doar bidimensională) de un tip nedefinit. Priviţi încă o dată figura 5.10. Aceasta vă va ajuta.

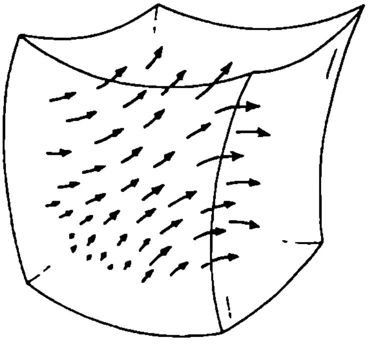


Fig. 5.11. Un câmp de vectori în spaţiul fazelor, ce reprezintă evoluţia în timp conform ecuaţiilor lui Hamilton.

Cum putem vizualiza ecuațiile lui Hamilton folosind spațiul fazelor? Mai întâi trebuie să ne reamintim ce reprezintă, de fapt, *un punct Q* din spațiul fazelor. El corespunde unui anumit set de valori ale tuturor coordonatelor de poziție x_1, x_2, . . . și al tuturor coordonatelor de impuls p_1, p_2, ... Adică, Q reprezintă *întrgul nostru sistem fizic*, cu o anumită stare de mișcare dată pentru fiecare dintre particulele sale constituente. Ecuațiile lui Hamilton ne spun care sunt vitezele de variație ale tuturor acestor coordonate atunci când cunoaștem valorile lor prezente; adică ele stabilesc care trebuie să fie mișcrea tuturor particulelor individuale. În limbajul spațiului fazelor, aceasta înseamnă că ecuațiile ne spun cum trebuie să se miște un punct Q din spațiul fazelor atunci când este dată poziția prezentă a lui Q în spațiul fazelor. Astfel, în fiecare punct din spațiul fazelor avem o mică săgeata – mai exact, un *vector* – care ne spune în ce direcție se mișcă Q, pentru a descrie evoluția întregului nostru sistem în timp. Întreaga distribuție a săgeților formează ceea ce se numește un *câmp de vectori sau câmp vectorial* (figura 5.11). Ecuațiile lui Hamilton definesc, astfel, un câmp vectorial în spațiul fazelor.

Să vedem cum trebuie interpretat *determinismul fizic* în termeni de spațiu al fazelor. Pentru datele inițiale, la momentul $t = 0$, avem un anumit set de valori date pentru toate coordonatele de poziție și de impuls; adică, avem un anumit punct *Q* în spațiul fazelor. Pentru a găsi evoluția în timp a sistemului, trebuie doar să urmărim săgețile. Astfel, întreaga evoluție în timp a sistemului nostru – indiferent cât de complicat poate fi acest sistem – este descrisă în spațiul fazelor doar printr-un singur punct ce se mișcă în lungul diferitelor săgeți pe care le întâlnește. Putem considera că săgețile indică "viteza" punctului nostru *Q* în spațiul fazelor. În cazul unei săgeți "lungi", *Q* se va mișca în lungul ei rapid, dar dacă săgeata este "scurtă", mișcarea lui *Q* va fi lentă. Pentru a vedea care este starea sistemului fizic la momentul *t*, pur și simplu ne uităm să vedem unde s-a deplasat *Q* în acest timp, urmărind săgețile. Este clar că aceasta este un procedeu determinist. Modul în care se mișcă *Q* este complet determinat de câmpul vectorial hamiltonian.

Să examinăm acum problema calculabilității. Dacă pornim dintr-un punct calculabil din spațiul fazelor (adică dintr-un punct ce are toate coordonatele poziției și impulsului date sub forma unor numere ce pot fi obținute prin calcul, conform capitolului 3, paragraful despre numere reale) și așteptăm un interval de timp *t* calculabil (ce poate fi obținut prin calcul), vom ajunge în final, în mod obligatoriu, într-un punct ce poate fi obținut prin calcul din *t* și din valorile coordonatelor punctului de pornire? Răspunsul va depinde, desigur, de alegerea funcției hamiltoniane *H*. În *H* apar *constante fizice*, precum este constanta gravitației universale a lui Newton sau viteza luminii – valorile exacte ale acestora depind de alegerea unităților, dar altele pot fi numere pure – și dacă dorim ca răspunsul să fie afirmativ trebuie să ne asigurăm că aceste constante sunt *numere calculabile*. Dacă presupunem că aceasta *este* situația, atunci *părerea* mea este că, pentru hamiltonianele obişnuite ce sunt întâlnite în fizică în mod normal, răspunsul este afirmativ. Aceasta *este* doar o părere şi, deoarece problema este interesantă, sper că va fi examinată mai în detaliu în viitor.

Pe de altă parte, mi se pare că, pentru motive similare acelora ridicate de mine în legătura cu universul bilelor de biliard, nu aceasta este problema importantă. Pentru a avea sens să spui că un punct din spaţiul fazelor este necalculabil, coordonatele ecestui punct trebuiesc cunoscute cu o *precizie infinită* – adică cu *toate* zecimalele! (Un număr exprimat printr-un număr zecimal *finit* este calculabil întotdeauna). O porţiune finită din exprimarea în baza zece a unui număr nu ne spune nimic despre calculabilitatea întregii reprezentări zecimale a acelui număr. Toate măsurătorile fizice au o limitare bine definită în precizia cu care pot fi efectuate şi pot da informaţii doar asupra unui număr finit de zecimale. Anulează oare aceasta întregul concept de "număr calculabil" aşa cum este folosit în măsurătorile fizice?

Într-adevăr, un dispozitiv care ar putea să *folosească* un anumit element (ipotetic) necalculabil din legile fizicii ar trebui probabil să nu se bazeze pe măsurători de o precizie nelimitată. S-ar putea ca punctul meu de vedere să fie prea strict. Să presupunem că avem un dispozitiv fizic care, din raţiuni teoretice cunoscute, imită un proces nealgoritmic interesant din punct de vedere matematic. Comportarea exactă a dispozitivului, dacă această comportare ar putea fi constatată întotdeauna cu precizie, ar da atunci răspunsurile corecte la o succesiune de întrebări da/nu interesante din punct de vedere matematic pentru care nu poate exista un algoritm (analog acelora discutate în capitolul 5). Orice algoritm *dat* s-ar opri la o anumită etapă şi, la *această* etapă, dispozitivul ne-ar da ceva nou. S-ar putea ca dispozitivul să examineze un parametru fizic cu o precizie din ce în ce mai mare, şi pentru a merge din ce în ce mai departe pe lista de intrebări, să fie nevoie de o precizie din ce în ce mai mare. Totuşi, pentru un stadiu *finit*, corespunzător unei anumite precizii, noi vom obţine ceva nou cu dispozitivul nostru, cel puţin până când vom găsi un algoritm îmbunătăţit pentru secvenţa de întrebări; apoi va trebui să mergem la o precizie mai mare pentru a fi capabili să obţinem ceva ce algoritmul nostru *îmbunătăţit* nu ne poate spune.

Cu toate acestea, s-ar părea că metoda de a creşte indefinit precizia unui parametru fizic este o cale greoaie şi nesatisfăcătoare de a codifica informaţia. Este preferabil ca informaţia să fie obţinută într-o formă *discretă* (sau "digitală"). Răspunsurile la întrebările situate din ce în ce mai departe pe listă ar putea fi obţinute atunci prin examinarea a din ce în ce mai multe unităţi discrete, sau poate prin examinarea repetată a unui set *fix* de unităţi discrete, în care informaţia nelimitată căutată ar putea fi distribuită pe intervale de timp din ce în ce mai mari. (Ne-am putea imagina că aceste unităţi discrete sunt formate din părţi, fiecare din ele având o stare "da" sau "nu", analog stărilor 0 şi 1 din descrierea maşinii Turing, dată în capitolul 2.) Se pare că, pentru aceasta, avem nevoie de dispozitive de un anumit fel, care să ia diferite stări discrete (discernabile) şi care, după ce vor evolua conform legilor dinamicii, se vor situa din nou într-una din stările unui set de stări discrete. Dacă s-ar întâmpla aşa, s-ar putea să nu mai fie necesar să examinăm fiecare dispozitiv cu o precizie arbitrar de mare.

Sistemele hamiltoniane se comportă, de fapt, în acest fel? Ar fi necesar un anumit tip de stabilitate a comportării pentru a se putea stabili clar în care dintre aceste stări este de fapt dispozitivul nostru. Odată ce se află într-una dintre aceste stări, ar fi de dorit să rămână acolo (cel puţin pentru o perioadă semnificativă de timp) şi nu să se deplaseze dintr-una din aceste stări în alta. În plus, dacă sistemul ar ajunge în aceste stări într-un mod destul de imprecis, nu este de dori ca aceste imprecizii să se stabilizeze; de fapt, ar trebui ca astfel de imprecizii să *devină neglijabile* în timp. Dispozitivul propus de noi ar trebui să fie constituit din particule (sau alte subunităţi) ce trebuiesc descrise în termeni de parametrii continui, şi fiecare astfel de stare "discretă" discernabilă ar trebui să acopere un anumit *domeniu* din aceşti parametrii continui. (De exemplu, un mod posibil de a reprezenta aceste alternative discrete ar fi să avem o particulă ce s-ar putea găsi într-o cutie sau alta. Pentru a preciza că particula se găseşte, într-adevăr, într-una dintre cutii trebuie să spunem că particula are coordonatele de poziţie într-un anumit domeniu.) În termeni de spaţiu al fazelor, aceasta înseamnă că fiecare dintre alternativele noastre "discrete" trebuie să corespundă unei *regiuni* din spaţiul fazelor, astfel încât diferitele puncte din spaţiul fazelor situate în aceeaşi regiune să corespundă *aceleiaşi* alternative dintre alternativele corespunzătoare dispozitivului nostru (figura 5.12).

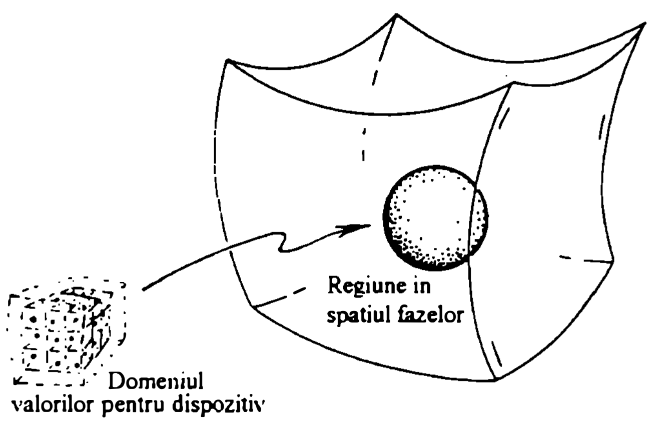


Fig. 5.12. O *regiune* din spaţiul fazelor corespunde unui domeniu de valori posibile ale poziţiilor si impulsurilor tuturor particulelor. O astfel de regiune ar putea reprezenta o stare discernabilă (adică o "alternativă") pentru un anumit dispozitiv.

Să presupunem acum că dispozitivul începe să funcţioneze şi că punctul său corespunzător de pornire din spaţiul fazelor se găseşte într-o regiune R_0 ce corespunde uneia dintre aceste alternative. Considerăm că R_0 va fi transportatăîn lungul câmpului vectorial hamiltonian pe măsura trecerii timpului, până ce la momentul t regiunea va deveni R_t. Reprezenându-ne aceasta, ne imaginăm, simultan, evoluţia .în timp a sistemului nostru pentru *toate* stările posibile ce corespund acestei alternative pe care le avea la începutul funcţionării, (vezi figura 5.13). Problema *stabilităţii* este (în sensul care ne interesează aici) dacă, pe măsură ce t creşte, regiunea R_t rămâne localizată sau dacă ea începe să se împrăştie în spaţiul fazelor. Dacă astfel de regiuni rămân localizate pe măsura trecerii timpului, atunci avem o măsură a stabilităţii pentru sistemul nostru. Puncte din spaţiul fazelor ce sunt apropiate unul de altul (astfel că ele corespund unor stări fizice ale sistemului ce sunt foarte asemănătoare între ele, dar totuşi diferite) vor rămâne apropiate in spaţiul fazelor şi impreciziile în caracterizarea lor nu se vor amplifica în timp.
Orice împrăştiere va atrage după sine o lipsă de predictibilitate efectivă în comportarea sistemului.

Ce se poate spune, în general, despre sistemele hamiltoniane? Regiunile din spaţiul fazelor tind să se împrăştie sau nu în timp? S-ar părea că despre o problemă atât de generală se pot spune foarte puţine.

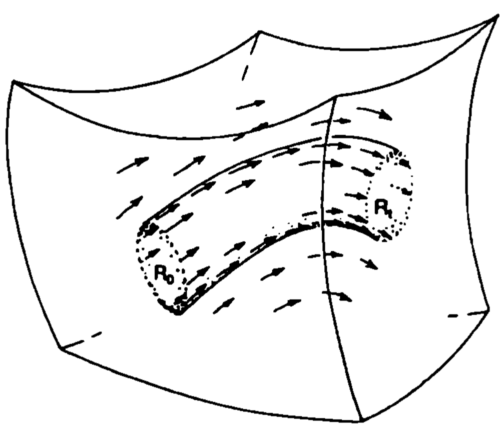


Fig. 5.13. Pe măsură ce timpul evoluează, o regiune R_0 de stări din spaţiul fazelor este transportată de câmpul veetorial către o regiune nouă R_t. Aceasta ar putea reprezenta evoluţia in timp a unei anumite alternative a dispozitivului nostru.

Dar, se dovedeşte că există o teoremă foarte elegantă, datorată distinsului matematician francez Joseph Liouville (1809-1882), care ne spune că *volumul* oricărei regiuni din spaţiul fazelor trebuie să rămână constant în orice evoluţie hamiltoniană. (Deoarece spaţiul fazelor este un spaţiu cu un număr mare de dimensiuni, acesta trebuie să fie un „volum" în sensul dimensional corespunzător.) Astfel, volumul fiecărui R_t trebuie să fie *același* cu volumul inițial R_0. La prima vedere s-ar părea că aceasta face ca răspunsul la problema noastră de stabilitate să fie afirmativ. Deoarece *dimensiunea* – în sensul volumului din spațiul fazelor – regiunii noastre *nu poate crește*, s-ar părea că regiunea noastră nu se poate împrăștia în spațiul fazelor.

Totuși aceasta este o amăgire și analizând mai în detaliu vom vedea că situația este probabil axact inversă! În figura 5.14 am încercat să indic modul de comportare care ar fi de așteptat în general. Ne putem imagina că regiunea inițială R_0 este o regiune mică cu o formă „rezonabilă", mai mult rotundă decât fusiformă – ceea ce indică faptul că stările ce aparțin lui R_0 pot fi caracterizate într-un mod ce nu necesită o precizie prea mare. Totuși, pe măsura trecerii timpului, regiunea R_t începe să se distorsioneze și să se extindă – la început fiind ceva de forma unei amibe, dar apoi extinzându-se la mari distanțe în spațiul fazelor și ondulându-se înainte și înapoi într-un mod foarte complicat. Volumul poate rămâne, într-adevăr, același, dar acest mic volum se poate împrăștia peste regiuni uriașe din spațiul fazelor. O situație analoagă este împrăștierea unei picături de cerneală într-un vas mare cu apă.

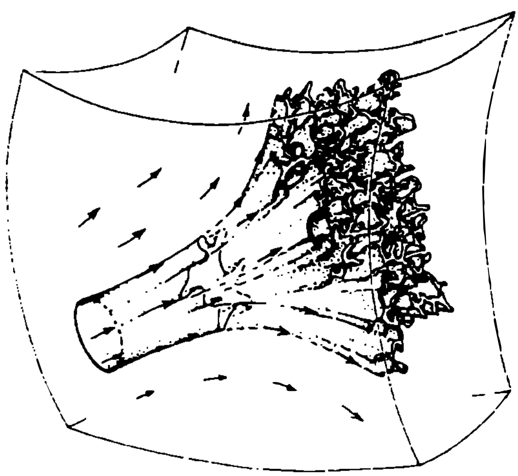


Fig. 5.14. Deși teorema lui Liouville ne spune că evoluția în timp nu modifică volumul din spațiul fazelor, în mod normal acest volum se va înprăștia *efectiv* spre exterior din cauza caracterului extrem de complicat al acestei evoluții.

În timp ce volumul efectiv de cerneală rămâne neschimbat, picătura va ajunge ca în cele din urmă se împrăștie în întregul conținut al vasului. Probabil că regiunea R_t se comporta similar în spațiul fazelor. Se poate să nu se împrăștie *în întregul* spațiu al fazelor (acesta este cazul extrem, numit "ergodic"), dar este probabil să se împrăştie pe o regiune enorm de mare faţă de cea din care a pornit. (Pentru o discuţie mai amănunţită vezi Davies 1974.)

Necazul este că păstrarea volumului nu înseamnă de loc păstrarea *formei*: va exista tendinţa ca regiuni mici să fie distorsionate, iar această distorsionare se va amplifica la distanţe mari. Problema devine şi mai serioasă într-un spaţiu cu un număr mai mare de dimensiuni, deoarece există cu mult mai multe „direcţii" în care regiunea se poate împrăştia. De fapt, teorema lui Liouville, departe de a fi un „ajutor" în a menţine sub control regiunea R_t, ne pune de fapt în faţa unei probleme fundamentale! Fără teorema lui Liouville, s-ar fi putut presupune că această clară tendinţă a unei regiuni de a se împrăştia în spaţiul fazelor s-ar putea compensa, în condiţii convenabile, printr-o reducere a volumului total. Dar, teorema ne spune că este *imposibil* şi trebuie să acceptăm această concluzie extraordinară – este o caracteristică universală a tuturor sistemelor dinamice clasice (hamiltoniane) de tip normal![7]

Având în vedere această împrăştiere în întregul spaţiu al fazelor, ne putem întreba cum de este posibil să se poată face predicţii în mecanica clasică? Aceasta este, într-adevăr, o întrebare foarte corectă. Ceea ce ne spune această împrăştiere este că, indiferent cât de precis cunoaştem starea iniţială a unui sistem (în anumite limite rezonabile), incertitudinile vor tinde să crească cu timpul şi informaţia noastră iniţială poate deveni nefolositoare. În acest sens, mecanica clasică este, în esenţă, *nepredictibilă* (să ne reamintim conceptul de "haos" discutat mai sus).

Atunci, care este motivul pentru care dinamica newtoniană a fost considerată un succes? În cazul mecanicii cereşti (adică mişcarea corpurilor cereşti sub acţiunea gravitaţiei) motivele par să fie: *primul*, că este vorba de un număr comparativ mic de corpuri coerente (Soarele, planetele şi sateliţii planetelor) ce sunt puternic segregate în ceea ce priveşte masa – astfel că într-o primă aproximaţie se poate neglija efectul perturbator al corpurilor cu masă mai mică şi trata cele cu masă mare ca fiind doar *câteva* corpuri ce se află unul sub acţiunea celuilalt. *Al doilea* motiv, că legile dinamice ce se aplică particulelor individuale din care sunt constituite corpurile pot fi considerate că acţionează şi la nivelul corpurilor înseşi. Astfel, cu o foarte bună aproximaţie, Soarele, planetele şi sateliţii lor pot fi tratate ca particule şi nu trebuie să ne preocupăm de toate micile mişcări ale particulelor individuale ce compun, de fapt, aceste corpuri cereşti cu masă mare.[8] Din nou am reuşit să scăpăm, luând în considerare doar "câteva" corpuri şi, astfel, împrăştierea din spaţiul fazelor nu mai este importantă.

Pe lângă mecanica cerească, comportarea proiectilelor (care este, în realitate, un caz special al mecanicii cereşti), şi studiul sistemelor simple în care participă un număr mic de particule, domeniile principale în care este folosită mecanica newtoniană par să nu folosească, de loc, acest caracter de "predicţie deterministă" detaliată. Din contră, teoria newtoniana generală este folosită pentru modele din care se pot deduce proprietăţile generale ale comportării.

Unele consecinţe precise ale legilor, ca de exemplu conservarea energiei, impulsului şi a momentului cinetic au, într-adevăr, importanţă la toate scările de mărime. Pe lângă aceasta, există proprietăţile statistice ce pot fi combinate cu legile dinamice ce guvernează particulele individuale, şi care pot fi folosite pentru a face predicţii generale despre comportare. (Vezi discuţia despre termodinamică din capitolul 7. Efectul de împrăştiere din spaţiul fazelor are o legătură strânsă cu a doua lege a termodinamicii, iar cu suficient antrenament, se pot folosi aceste idei în scopuri de predicţie pură.) Un astfel de exemplu este remarcabilul calcul, făcut chiar de Newton, al vitezei sunetului în aer (după o perioadă de peste un secol, Laplace a făcut doar o mică corecţie). Totuşi, determinismul inerent dinamicii newtoniane (sau, mai general, hamiltoniane) este folosit efectiv foarte rar.

Acest efect de împrăştiere din spaţiul fazelor are şi o altă consecinţă remarcabilă. Ne spune că *mecanica clasică nu poate fi corectă pentru lumea în care trăim!* Într-un fel exagerez această consecinţă, dar poate nu prea mult. Mecanica clasică poate explica bine comportarea fluidelor – îndeosebi a gazelor, într-o bună măsură şi a lichidelor – unde se pune problema doar a proprietăţilor de ansamblu "mediate" ale sistemelor de particule, dar are probleme în explicarea structurii solidelor, pentru care este necesară o structură organizată mai în detaliu. Problema constă in: cum de este posibil ca un corp solid să-şi păstreze forma, deşi este compus din miliarde de particule punctiforme a căror distribuţie bine organizată este redusă continuu din cauza împrăştierii în spaţiul fazelor. După cum ştim, pentru a înţelege corect structura solidelor este necesară fizica cuantică. Într-un fel sau în altul, efectele cuantice pot împiedica această împrăştiere din spaţiul fazelor. Aceasta este o problemă importantă la care va trebui să revenim ulterior (vezi capitolele 8 şi 9).

Această împrăştiere din spaţiul fazelor are legătură şi cu problema construirii unei "maşini de calcul". Împrăştierea din spaţiul fazelor trebuie controlată. Unei regiuni din spaţiul fazelor, ce corespunde unei stări "discrete" a unui dispozitiv de calcul (de exemplu R_0, descris mai sus), nu trebuie să i se permită să se împrăştie nejustificat. Chiar şi calculatorul Fredkin-Toffoli "cu bile de biliard" avea nevoie de unii *pereţi rigizi* suplimentari pentru a putea funcţiona. "Soliditatea" unui obiect compus din multe particule este ceva ce poate fi înţeles doar cu ajutorul mecanicii cuantice. Chiar o maşină de calcul "clasică" se pare că trebuie să împrumute ceva din efectele din fizica cuantică pentru a funcţiona efectiv!

Teoria electromagnetismului a lui Maxwell

În concepţia newtoniană asupra lumii, se consideră că particulele mici acţionează una asupra alteia prin forţe ce au efect la distanţă – iar particulele, dacă nu sunt complet punctiforme, pot fi considerate, că se ciocnesc câteodată unele cu altele prin contact fizic efectiv. Aşa cum am afirmat anterior (paragraful despre lumea mecanicistă a dinamicii newtoniene), forţele din electricitate şi magnetism (ambele sunt cunoscute încă din antichitate), studiate de William Gilbert, în 1600, şi de Benjamin Franklin în 1752, acţionează similar cu forţele gravitaţionale, în sensul că şi ele scad cu inversul pătratului distanţei. Dar aceste forţe sunt şi de respingere, nu numai de atracţie – adică cele de acelaşi fel se resping – iar intensitatea forţei este determinată de sarcina electrică (şi de intensitatea polului magnetic), şi nu de masă. Descrind lucrurile în acest fel, nu este nici o dificultate ca electricitatea şi magnetismul să fie incluse în concepţia newtoniană. Comportarea luminii poate fi şi ea inclusă, în general, (deşi cu unele dificultăţi), fie considerând lumina ca fiind compusă din particule individuale ("fotoni", aşa cum îi vom numi acum) fie considerând lumina ca fiind o mişcare ondulatorie a unui anumit mediu ("eter") care, la rândul lui, trebuie considerat ca fiind format din particule.

Faptul că sarcinile electrice în mişcare pot da naştere unor forţe magnetice a introdus unele complicaţii suplimentare, dar a putut fi inclus în concepţia generală. Numeroşi matematicieni şi fizicieni (inclusiv Gauss) au propus sisteme de ecuaţii care să descrie efectele sarcinilor electrice în mişcare, ecuaţii ce păreau satisfăcătoare din punctul de vedere al concepţiei newtoniane generale. Primul om de ştiinţă care a pus sub semnul întrebării, în mod serios, concepţia "newtoniană" pare să fi fost marele experimentator şi teoretician englez Michael Faraday (1791-1867).

Pentru a înţelege natura acestei contestări trebuie mai întâi să ne familiarizăm cu conceptul de *câmp* fizic. Să analizăm mai întâi câmpul magnetic. Majoritatea cititorilor cunosc comportarea piliturii de fier plasată pe o foaie de hârtie ţinută deasupra unui magnet. Pilitura se aliniaza într-un mod surprinzător în lungul aşa numitelor "linii magnetice de forţă". Ne imaginăm că liniile de forţă rămân prezente chiar şi atunci când pilitura nu mai este prezentă. Ele formează ceea ce numim un *câmp magnetic*. În fiecare punct din spaţiu acest "câmp" este orientat într-o anumită direcţie, şi anume după direcţia liniei de forţă din acel punct. De fapt, avem câte un *vector* în fiecare punct şi astfel câmpul magnetic este un exemplu de câmp vectorial (Îl putem compara cu câmpul vectorial hamiltonian din paragraful precedent, dar acum câmpul vectorial este în spaţiul obişnuit şi nu în spaţiul fazelor.) Similar, un corp încărcat electric va fi înconjurat de un câmp de un tip diferit, numit *câmp electric* şi, analog, un *câmp gravitaţional* înconjoară orice corp ce posedă masă. Şi acestea sunt câmpuri vectoriale în spaţiul obişnuit.

Astfel de idei erau cunoscute cu mult înainte de Faraday şi făceau parte din arsenalul teoreticienilor mecanicii newtoniane. Majoritatea însă nu considerau că aceste "câmpuri" au o realitate fizică concretă, ci sund doar nişte procedee care să permită forţelor să acţioneze asupra unei particule ce poate fi plasată în diferite puncte. Totuşi, descoperirile experimentale extraordinare ale lui Faraday (cu magneţi, bobine în mişcare şi altele asemănătoare) l-au făcut să creadă că aceste câmpuri electrice şi magnetice sunt "obiecte" fizice *reale,* şi chiar mai mult, câmpurile electrice şi magnetice variabile s-ar putea ca uneori să se poată "împinge" unele pe altele prin spaţiul liber, pentru a crea un fel de undă desprinsă de corpuri! El a presupus că însăşi lumina ar putea fi constituită din astfel de unde. Un astfel de punct de vedere era în contradicţie cu "gândirea newtoniană", larg răspândită la acea vreme, care considera aceste câmpuri ca ne fiind "reale", ci fiind doar artificii matematice ale imaginii newtoniane "corecte" asupra "realităţii", imagine de interacţie-la-distanţă-a-particulelor-punctiforme.

Marele fizician şi matematician scoţian James Clerk Maxwell (1831-1879), confruntat cu rezultatele experimentale ale lui Faraday şi cu cele mai vechi ale remarcabilului fizician francez André Marie Ampère (1775-1836), precum şi cu cele ale altor fizicieni, inspirat de presupunerea îndrăzneaţă a lui Faraday, a fost preocupat de forma matamatică a ecuaţiilor pentru câmpurile electrice şi magnetice puse în evidenţă prin aceste descoperiri experimentale. Cu o intuiţie surprinzătoare, el a propus o modificare a acestor ecuaţii, aparent neimportantă, dar fundamentală prin concluziile ei. Această modificare nu era deloc sugerată de rezultatele experimentale cunoscute (deşi era conformă cu ele); ea era rezultatul unor cerinţe teoretice proprii ale lui Maxwell, parţial fizice, parţial matematice şi parţial estetice.

O consecinţă a ecuaţiilor lui Maxwell a fost aceea că aceste câmpuri electrice şi magnetice se "împing", într-adevăr, unele pe altele prin spaţiul liber. Un câmp magnetic ce variază va da naştere unui câmp electric ce variază (aceasta era concluzia descoperirilor experimentale ale lui Faraday), iar acest câmp electric variabil va da naştere, la rândul lui, la un câmp magnetic variabil (concluzia teoretică a lui Maxwell), iar acesta va da naştere, din nou, unui câmp electric şi aşa mai departe (vezi figurile 6.26, şi 6.27 din capitolul 6, pentru imaginea detaliată a unor astfel de unde).

Maxwell a reuşit să calculeze viteza cu care acest efect se propagă prin spaţiu – şi a găsit că aceasta este viteza luminii! Mai mult, aceste aşa numite *unde electromagnetice* posedă proprietatea de interferenţă precum şi neobişnuita proprietate de polarizare, proprietăţi cunoscute cu mult înainte ca fiind caracteristice pentru lumină (vom ajunge la acestea în capitolul 6, paragrafele despre experimentul cu două fante şi despre spinul fotonului). Aceste ecuaţii au prezis existenţa undelor electromagnetice şi faptul că aceste unde pot fi produse de curenţii electrici ce circulă prin fire. Pe lângă aceste unde produse de curenţii electrici, există unde electromagnetice şi cu alte lungimi de undă, în particular, cele cu lungimile de undă cuprinse în domeniul 4-7 $\times$ 10^{-7}m reprezintă domeniul vizibil. Proprietăţile tuturor acestor unde electromagnetice sunt descrise foarte bine de aceste ecuaţii. Existenţa unor astfel de unde a fost stabilită experimental de remarcabilul fizician german Heinrich Herz, în 1888. Ideile deosebit de inspirate ale lui Faraday şi-au găsit un fundament solid în extraordinarele ecuaţii ale lui Maxwell!

Deşi nu va fi necesar să apreciem acum ecuaţiile lui Maxwell în amănunt, merită să aruncăm o privire asupra lor:

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = rot\,\vec{B} - 4\pi\vec{j}, \qquad \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -rot\,\vec{E}$$

$$div\,\vec{E} = 4\pi\rho, \qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0$$

Aici, $\vec{E}$, $\vec{B}$ şi $\vec{j}$ sunt câmpuri vectoriale ce descriu câmpul electric, câmpul magnetic şi, respectiv, curentul electric; ρ descrie densitatea sarcinii electrice, iar c este o constantă: viteza luminii. Nu trebuie să vă preocupe termenii "rot" şi "div" ce descriu diferite tipuri de variaţie spaţială. (Ei sunt anumite combinaţii de operatori cu derivate parţiale, în raport de coordonatele spaţiale. Amintiţi-vă operaţia de "derivare parţială", notată cu simbolul ∂, pe care am întâlnit-o în legătură cu ecuaţiile lui Hamilton.) Operatorii $\partial/\partial t$, ce apar în partea stângă a primelor două ecuaţii, sunt, acelaşi lucru cu "punctul" folosit în ecuaţiile lui Hamilton, diferenţa fiind doar de exprimare matematică. Astfel, $\partial\vec{E}/\partial t$ înseamnă "viteza de variaţie a câmpului electric", iar $\partial\vec{B}/\partial t$ "viteza de variaţie a câmpului magnetic".

Prima ecuaţie* descrie cum variază câmpul electric în timp, în funcţie de valorile câmpului magnetic şi ale curentului electric la momentul respectiv; a doua ecuaţie descrie modul în care se modifică în timp câmpul magnetic în funcţie de valorile câmpului electric în acel moment. A treia ecuţie este, vorbind în general, o formă codificată a legii de variaţie cu inversul pătratului distanţei şi descrie relaţia ce trebuie să existe între câmpul electric la momentul respectiv şi distribuţia de sarcini; a patra ecuaţie spune acelaşi lucru despre câmpul magnetic cu diferenţa că, în acest caz, nu există "sarcini magnetice" (particule separate doar "pol nord" sau doar "pol sud").

Aceste ecuaţii sunt, într-un fel, analoage ecuaţiilor Hamilton în sensul că ele descriu care trebuie să fie viteza de variaţie, în timp, a mărimilor de interes (aici câmpurile electrice şi magnetice) în funcţie de valorile lor la momentele de timp date. Astfel, ecuaţiile lui Maxwell sunt *deterministe*, aşa cum sunt şi teoriile hamiltoniane obişnuite. Singura diferenţă – şi aceasta *este* o diferenţă

* Termenul $\partial\vec{E}/\partial t$ din această ecuaţie este dedus pe cale teoretică de Maxwell şi reprezintă o adevărată lovitură de maestru de deducţie teoretică. Toţi ceilalţi termeni din toate ecuaţiile erau, de fapt, cunoscuţi direct din rezultatele experimentale. Coeficientul $1/c^2$ este foarte mic şi acesta este motivul pentru care acest termen nu a fost observat experimental.

importantă – este că ecuațiile lui Maxwell sunt ecuații ale *câmpului* și nu ecuații de particule, ceea ce înseamnă că pentru a descrie starea sistemului este necesar un număr *infinit* de parametrii (vectorii câmpului în fiecare punct din spațiu), și nu doar numărul finit care este necesar pentru o teorie de particule (trei coordonate de poziție și trei pentru impuls pentru fiecare particulă). Astfel, pentru teoria lui Maxwell spațiul fazelor este un spațiu cu un număr *infinit* de dimensiuni! (Așa cum am menționat anterior, ecuațiile lui Maxwell se pot încadra într-o teorie generală de tip hamiltonian, dar pentru aceasta, această teorie generală trebuie extinsă din cauza acestei dimensionalități infinite.)[9]

Componenta fundamental *nouă* introdusă de teoria lui Maxwell în descrierea realității fizice, față de tot ce exista până în acel moment, este că acum *câmpurile* trebuiesc considerate ca entități de sine stătătoare, și nu doar ca anexe matematice la particulele "reale" din teoria newtoniană. Într-adevăr, Maxwell a arătat că atunci când câmpurile se propagă sub formă de unde electromagnetice, ele transportă cu ele cantități bine determinate de *energie*. El a putut da o expresie explicită pentru această energie. Acest fapt, cu totul remarcabil, că energia poate fi transportată dintr-un loc în altul de către aceste unde electromagnetice desprinse de corpuri a fost confirmat experimental de către Hertz prin detecția unor acestor unde. Este de acum un lucru obișnuit pentru noi – deși încă foarte surprinzător – că undele electromagnetice *pot* transporta efectiv energie!

Calculabilitatea și ecuația undelor

Maxwell a putut deduce direct din ecuațiile sale că, în regiuni de spațiu unde nu există sarcini sau curenți (adică unde $\bar{j} = 0$, $\rho = 0$ în ecuațiile de mai sus), toate componentele câmpurilor electrice și magnetice trebuie să satisfacă o ecuație cunoscută sub numele de *ecuația undelor*.* Ecuația undelor poate fi considerată ca o "versiune simplificată" a ecuațiilor lui Maxwell deoarece este o ecuație în care intervine *o singură* mărime, și nu toate cele șase componente ale câmpurilor electrice și magnetice. Soluțiile sale exemplifică comportarea ondulatorie fără complicații suplimentare, precum "polarizarea" din teoria lui Maxwell (în care intervine direcția vectorului câmp electric, vezi paragraful despre spinul fotonului din capitolul 6).

Ecuația undelor prezintă pentru noi aici un interes suplimentar deoarece a fost studiată explicit în legătură cu proprietățile sale de *calculabilitate*. De fapt Marian Boykan Pour-El și Ian Richards (1979, 1981, 1982) au putut arăta că deși soluțiile ecuației undelor se comportă *determinist* în sensul obișnuit – adică

* Ecuația undelor (sau ecuația lui D'Alambert) poate fi scrisă $\{(1/c^2)(\partial/\partial t)^2 - (\partial/\partial x)^2 - (\partial/\partial y)^2 - (\partial/\partial z)^2\}\varphi = 0$.

datele corespunzătoare momentului inițial vor determina soluția la toate momentele ulterioare – există date inițiale *calculabile* de un anumit tip "special", ce au proprietatea că, pentru un moment de timp ulterior calculabil, valoarea determinată a câmpului este de fapt *necalculabilă*. Astfel, ecuațiile unei teorii fizice de câmp plauzibile (cu toate că nu chiar teoria lui Maxwell, care este valabilă pentru lumea noastră) pot da naștere, în sensul lui Pour-El și Richards, unei evoluții necalculabile!

Acesta este un rezultat destul de neașteptat – și pare să contrazică ce am presupus în capitolul anterior cu privire la calculabilitatea probabilă a sistemelor hamiltoniane "rezonabile". Totuși, deși rezultatul obținut de Pour-El-Richards este, evident, surprinzător dar și relevant din punct de vedere matematic, el nu contrazice de fapt această presupunere într-un mod ce are sens fizic clar. Motivul este că tipul lor "special" de date inițiale nu "variază lent"[10], așa cum este necesar, în mod normal, în cazul unui câmp fizic. Pour-El și Richadars au arătat că necalculabilitatea *nu poate apare* pentru ecuația undelor dacă nu admitem acest tip de câmp. În orice caz, chiar dacă s-ar admite câmpuri de acest tip, ar fi dificil de văzut cum un "dispozitiv" fizic oarecare (ca de exemplu un creier uman?) ar putea folosi o astfel de "necalculabilitate". Ar putea avea importanță doar în cazul unor măsurători de o precizie arbitrar de mare, caz care, așa cum am descris anterior, nu sunt foarte realiste din punct de vedere fizic. Cu toate acestea, rezultatele obținute de Pour-El-Richadars reprezintă un început contrariant într-un domeniu important de cercetări în care până acum s-a realizat destul de puțin.

Ecuația de mișcare Lorentz; soluții divergente

Ecuațiile lui Maxwell, așa cum se prezintă, nu formează un sistem complet de ecuații. Ele dau o descriere remarcabilă a modului în care se propagă câmpurile electrice și magnetice dacă *ni se dă* distribuția de sarcini și curenți electrici. Aceste sarcini ne sunt date, din punct de vedere fizic, sub formă de *particule ce posedă sarcini electrice* – în principal electroni și protoni, după cum știm acum – iar curenții iau naștere din mișcarea unor astfel de particule. Dacă știm unde se găsesc aceste particule și cum se mișcă ele, atunci ecuațiile lui Maxwell ne spun cum se va comporta câmpul electromagnetic. Ceea ce *nu ne spun* ecuațiile lui Maxwell este cum se vor comporta particulele însesi. Un răspuns parțial la această întrebare se cunoștea încă din timpul lui Maxwell, dar un sistem de ecuații satisfăcător nu a putut fi elaborat decât în 1895 de către remarcabilul fizician olandez Hendrick Antoon Lorentz care, folosind idei din teoria relativității restrânse, a dedus ceea ce acum se cunoaște sub denumirea de *ecuațiile Lorentz de mișcare* a unei particule încărcate electric (vezi Whittaker 1910, pag. 310, 395). Aceste ecuații ne spun cum se modifică continuu viteza unei particule ce posedă sarcină sub acţiunea câmpurilor electrice şi magnetice ce există în punctul în care se află particula.[11] Ecuaţiile Lorentz împreună cu cele ale lui Maxwell dau regulile pentru evoluţia în timp *atât a* particulelor ce posedă sarcină electrică, *cât şi a* câmpului electromagnetic.

Totuşi, există unele probleme legate de acest sistem de ecuaţii. Ele dau rezultate excelente doar pentru câmpuri foarte uniforme până la scara dimensiunii diametrului unei particule (luând pentru această dimensiune "raza clasică" a electronului – de aproximativ 10^{-15}m) şi dacă mişcările particulelor nu au acceleraţie mare. Dar dacă aceste două condiţii nu sunt îndeplinite apare o dificultate *de principiu* ce poate deveni importantă. Ce ne spun ecuaţiile Lorentz este să examinăm câmpul electromagnetic în *punctul* exact în care se află particula cu sarcină (şi astfel putem cunoaşte "forţa" în acel punct). Dar unde trebuie să situăm acest punct dacă particula nu este punctiformă? Luăm "centrul" particulei sau mediem câmpul (pentru a calcula "forţa") pe toate punctele de pe suprafaţă? Am obţine rezultate diferite dacă acest câmp *nu este* uniform la scara particulei. O altă problemă ce apare este şi mai serioasă: care *este* câmpul efectiv la suprafaţa particulei (sau în centrul său)? Să ne reamintim că avem de-a face cu o particulă *încărcată electric*. În jurul particulei va exista un câmp electromagnetic *produs chiar de particulă* câmp ce trebuie adăugat "câmpului de fond" în care se află particula.

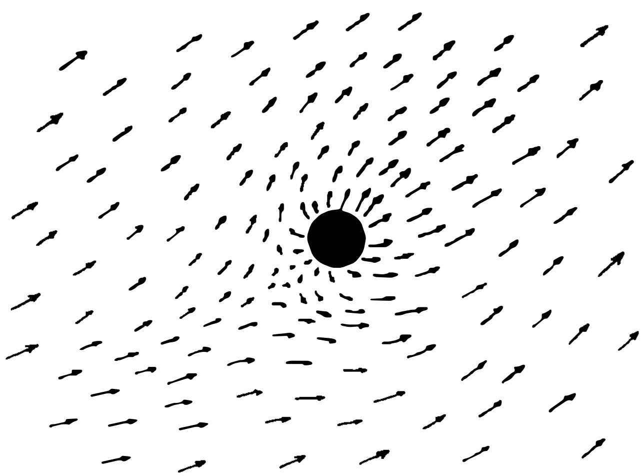


Fig. 5.15. Cum aplicăm riguros ecuaţiile de mişcare Lorentz? Forţa asupra unei particule ce posedă sarcină electrică nu se poate obţine doar prin examinarea câmpului "în locul" în care se află localizată particula deoarece aici domină câmpul propriu al particulei.

Câmpul propriu al particulei devine enorm de intens foarte aproape d "suprafaţa" ei şi va depăşi cu mult orice alte câmpuri din vecinătate. Pe lâng aceasta, câmpul particulei va avea sensul îndreptat mai mult sau mai puțin direct spre exterior (sau spre interior) peste tot în jur, și astfel câmpul *efectiv* rezultat, sub influența căruia se va mișca ea, nu va fi deloc uniform, ci va avea diferite direcții în diferite puncte de pe "suprafața" particulei, fără să mai vorbim de "interiorul" ei (figura 5.15). Intervin probleme cum ar fi faptul că diferitele forțe ce acționează asupra particulei pot tinde să rotească particula sau să o distorsioneze. Ne putem pune problema proprietăților elastice pe care le are în aceste câmpuri etc. (există și alte probleme în acest context ce implică *teoria relativității* și pe care nu le vom discuta). În mod clar, problema este cu mult mai complicată decât a părut a fi la început.

Poate că este mai bine ca în continuare să considerăm particula ca fiind *punctiformă*. Dar aceasta va da naștere la alte probleme, deoarece în acest caz propriul câmp electric al particulei devine *infinit* în imediata sa vecinătate. Conform ecuațiilor Lorentz, dacă particula trebuie să răspundă acțiunii câmpului electromagnetic ce există în locul în care se află, atunci se pare că ea va trebui să răspundă unui câmp infinit! Pentru a putea calcula forța Lorentz, este necesar să găsim o metodă de *a scădea câmpul propriu al particulei* pentru a rămâne doar câmpul de fond, finit, la care particula poate să răspundă într-un mod clar. Problema modului în care se poate face aceasta a fost rezolvată în 1938 de Dirac (despre care vom mai discuta ulterior). Totuși, soluția dată de Dirac duce la unele concluzii alarmante. El a găsit că pentru a determina comportarea particulelor și câmpurilor, pornind de la datele inițiale, este necesar să fie cunoscute nu numai poziția și viteza inițială a fiecărei particule, ci și *accelerația* sa inițială (o situație într-un fel anormală în contextul teoriilor dinamice obișnuite). Pentru majoritatea valorilor acestei accelerații inițiale, particula se va comporta, în final, într-un mod complet nebunesc, accelerându-se spontan pe măsură ce se îndepărtează, tinzând către o viteză ce se apropie foarte rapid de cea a luminii! Acestea sunt "soluțiile divergente" ale lui Dirac și ele nu corespund cu nimic din ceea ce există de fapt în Natură. Trebuie găsită o cale de a elimina soluțiile divergente alegând accelerațiile inițiale în mod corect. Aceasta se poate face doar dacă se aplică o "cunoaștere dinainte" – adică trebuiesc precizate accelerațiile într-un mod ce anticipează ce tip de soluții pot deveni în cele din urmă soluții divergente și deci, evitate. Acesta este un mod complet diferit de acela în care trebuiesc precizate datele inițiale în cadrul unei probleme fizice deterministe obișnuite. În cazul determinismului obișnuit aceste date inițiale pot fi date arbitrar, fără nici o condiție asupra modului de comportare în viitor. În cazul acesta, nu numai că viitorul este complet determinat prin datele ce pot fi precizate la un moment de timp din trecut, dar chiar precizarea acestor date este limitată foarte exact prin condiția ca în viitor comportarea să fie într-adevăr "rezonabilă"!

Acestea sunt problemele legate de ecuațiile clasice fundamentale. Cititorul își va da seama că problema determinismului și a calculabilității în fizica clasică a devenit daranjant de confuză. Avem, într-adevăr, în legile fizicii un element *teleologic* care face ca viitorul să influenţeze, într-un fel, ce se admite că s-a întâmplat în trecut? De fapt, fizicienii nu consideră aceste implicaţii ale *electrodinamicii clasice* (teoria particulelor ce posedă sarcină şi a câmpurilor electrice şi magnetice clasice) ca descrieri foarte corecte ale realităţii. Răspunsul lor obişnuit la dificultăţile de genul celor de mai sus este că, în ceea ce priveşte particulele individuale ce posedă sarcină electrică, aceasta este o problemă ce ţine efectiv de domeniul *electrodinamicii cuantice* şi că nu te poţi aştepta la răspunsuri corecte folosind o teorie strict clasică. Acest lucru este fără îndoială adevărat, dar după cum vom vedea mai târziu, teoria cuntică *însăşi* are astfel de probleme. De fapt, Dirac a analizat problema clasică a dinamicii unei particule ce posedă sarcină *doar pentru că* se gândea că astfel ar putea obţine unele indicii pentru rezolvarea dificultăţilor fundamental mai mari ale problemei comportării cuantice (ce este mai apropiată de realitatea fizică). Vom aborda problemele fizicii *cuantice* ulterior!

Relativitatea restrânsă a lui Einstein şi Poincaré

Să ne reamintim principiul relativităţii al lui Galilei, care nc spunc că legile fizicii ale lui Galilei şi Newton rămân complet neschimbate dacă trecem de la un sistem de referinţă staţionar la unul în mişcare. Aceasta înseamnă că nu putem afinna, doar examinând comportarea dinamică a obiectelor din jurul nostru, dacă stăm pe loc sau dacă ne deplasăm cu o viteză uniformă într-o anumită direcţie. (Reamintiţi-vă de corabia lui Galileo Galilei, din paragraful despre dinamica lui Galilei şi Newton.) Dar să presupunem că alăturăm ecuaţiile lui Maxwell acestor legi. Mai rămâne valabilă relativitatea galileană? Să ne reamintim că undele electromagnetice ale lui Maxwell se propagă cu o viteză fixă *c* – viteza luiminii. Experienţa noastră de toate zilele pare să ne spună că dacă ne-am deplasa foarte rapid într-o anumită direcţie, atunci vitaza luminii în acea direcţie ar trebui să ni se pară că *se micşoreaza* sub *c* (deoareca ne deplasăm "în urmărirea luminii" în acea direcţie), iar dacă ne deplasăm în sens opus viteza aparentă a luminii ar trebui *să crească* peste valoarea *c*, în mod corespunzător (deoarece ne deplasăm în întâmpinarea undelor – în ambele cazuri viteza fiind diferită de valoarea *fixă c* din teoria lui Maxwell. Într-adevăr, s-ar părea că experienţa noastră a fost corectă: ecuaţiile lui Newton şi Maxwell combinate *nu satisfac* relativitatea galileană.

Încercând să rezolve aceste probleme Einstein a ajuns, în 1905, la teoria relativităţii restrânse – de fapt Poincaré ajunsese înaintea lui (în 1898-1905). Poincaré şi Einstein, în mod independent, au găsit că ecuaţiile lui Maxwell satisfac, *de asemenea*, un principiu de relativitate (vezi Pais 1982); adică ecuațiile au o proprietate asemănătoare de a rămâne neschimbate la trecerea de la un sistem de referință în repaus la unul în mișcare, deși regulile necesare pentru această trecere sunt *incompatibile* cu acelea din fizica galilean-newtoniană! Pentru a face compatibile cele două seturi de ecuații, ar fi necesar să modificăm sau un set, sau altul – sau să abandonăm principiul relativității.

Einstein nu dorea să abandoneze principiul relativității. Intuiția sa deosebită îl făcea să considere că un astfel de principiu trebuie să fie valabil pentru legile fizicii lumii noastre. Mai mult, el își dădea foarte bine seama că, în principiu, teoria fizică a lui Galilei-Newton a fost testată, pentru toate fenomenele cunoscute, doar pentru viteze foarte mici în comparație cu viteza luminii, pentru care această incompatibilitate nu ar fi importantă. Viteze suficient de mari, pentru ca aceste neconcordanțe să devină importante, se cunoșteau doar pentru *lumină*. Deci, comportarea luminii va fi aceea care ne va da informații despre care anume dintre principiile de relativitate trebuie să-l adoptăm – iar ecuațiile ce guvernează comportarea luminii sunt ecuațiile lui Maxwell. Și deci, principiul relativității corespunzător teoriei lui Maxwell este cel ce trebuie păstrat; iar legile lui Galilei-Newton trebuiesc modificate în mod corespunzător!

Lorentz a fost preocupat de aceste probleme și parțial a reușit să le rezolve, înaintea lui Poincaré și Einstein. În 1895 Lorentz a adoptat punctul de vedere conform căruia forțele ce țin materia legată sunt de natură electromagnetică (așa cum s-a dovedit ulterior) și deci comportarea corpurilor materiale trebuie să satisfacă legile ce derivă din ecuațiile lui Maxwell. Una dintre concluzii a fost că un corp ce se deplasează cu o viteză comparabilă cu a luminii se va contracta, puțin, în direcția de mișcare ("contracția FitzGerald-Lorentz"). Lorentz a folosit aceasta pentru a explica neobișnuitul rezultat experimental al lui Michelson și Morley din 1887, ce părea să indice că fenomenele electromagnetice nu pot fi folosite pentru a găsi un sistem de referință în repaus "absolut". (Michelson și Morley au arătat că viteza luminii măsurată la suprafața Pământului nu este influențată de mișcarea Pământului în jurul Soarelui – un rezultat complet opus celui așteptat.) Materia se comportă întotdeauna astfel încât mișcarea ei (uniformă) să nu poată fi detectată local? Aceasta a fost *în linii mari* concluzia lui Lorentz; el s-a limitat doar la o anumită teorie asupra materiei, teorie ce considera că doar forțele electromegnetice sunt importante. Remarcabilul matematicia care a fost Poincaré a arătat (în 1905) că materia se comportă într-un mod *foarte precis*, conform principiului relativității ce stă la baza ecuațiilor lui Maxwell, astfel încât mișcarea uniformă nu poate fi detectată în nici un fel. Lucrările lui reprezintă un progres însemnat în înțelegerea implicațiilor fizice ale acestui principiu (inclusiv "relativitatea simultaneității" despre care vom vorbi în curând). Se pare că el l-a considerat doar ca pe *una dintre* posibilități, și nu a împărtăşit părerea lui Einstein că *trebuie* să fie valabil un principiu de relativitate.

Principiul relativităţii pe care îl satisfac ecuaţiile lui Maxwell – ce a devenit cunoscut sub numele de *relativitatea restrânsă* – este destul de dificil de înţeles şi posedă multe caracteristici neintuitive ce sunt la prima vedere greu de acceptat drept proprietăţi efective ale lumii în care trăim. De fapt, relativitatea restrânsă nu poate fi înţeleasă fără componenta *suplimentară*, introdusă în 1908 de foarte originalul geometru german de origină rusă Hermann Minkowski (1864-1909), ce a posedat o intuiţie deosebită. Minkowski fusese unul dintre profesorii lui Einstein la Politehnica din Zürich. Ideia lui fundamental nouă a fost că spaţiul şi timpul trebuiesc înţelese împreună ca o singură entitate: *un spaţiu-timp patrudimensional*. În 1908, Minkowski a anunţat, într-o lecţie celebră ţinută la Universitatea din Göttingen:

De acum înainte, spaţiul în sine şi timpul în sine, sunt condamnate să piară în uitare, şi doar un fel de uniune a celor două va continua să aibă o realitate independentă.

Să încercăm să înţelegem bazele relativităţii restrânse în termenii splendidului concept de spaţiu-timp al lui Minkowski.

Una dintre dificultăţile în familiarizarea cu conceptul de spaţiu-timp este că are *patru dimensiuni*, şi deci este dificil de vizualizat. Dar, având în vedere că am supravieţuit întâlnirii cu spaţiul fazelor, ar trebui să nu avem probleme în cazul a doar patru dimensiuni! Ca şi mai înainte, vom "ocoli" problema şi ne vom imagina un spaţiu cu mai puţine dimensiuni – dar acum, gradul de "ocolire" este incomparabil mai puţin sever, şi în consecinţă, imaginea noastră va fi mai precisă. Două dimensiuni ar fi suficiente pentru multe scopuri (una spaţială şi una temporală), dar eu sper că cititorul îmi va permite să mă aventurez puţin şi să merg la trei (două spaţiale şi una temporală). Aceasta ne va permite să avem o imagine foarte bună şi ar trebui să nu fie greu de acceptat că, în principiu, ideile se extind, fără multe modificări, la situaţia completă patrudimensională. În cazul unei diagrame spaţio-temporale trebuie să avem mereu în minte că fiecare punct din imagine reprezintă un *eveniment* – adică, un punct din spaţiu la un singur moment de timp, un punct ce are doar o existenţă *instantanee*. Întreaga diagramă reprezintă toată istoria, trecutul, prezentul şi viitorul. O particulă, deoarece rămâne nemodificată în timp, nu este reprezentată printr-un punct ci printr-o linie, numită *linia de univers* a particulei. Această linie de univers – ce este o linie dreaptă dacă particula are o mişcare uniformă şi o linie curbă dacă are o mişcare accelerată (adică *neuniformă*) – descrie întreaga istorie a existenţei particulei.

În figura 5.16. am reprezentat o diagramă spaţio-temporală cu două dimensiuni spaţiale şi una temporală. Să ne imaginăm că există o coordonată temporală standard *t*, măsurată în direcţie verticală şi două coordonate spaţiale *x/c* şi *z/c*, măsurate în planul orizontal.* Conul de la centru este *conul de lumină* (viitorul) al originii *O* spaţiu-timpului. Pentru a înţelege semnificaţia lui, să ne imaginăm o explozie ce are loc la evenimentul *O*. (Astfel, explozia se produce în originea spaţială, la momentul de timp $t = 0$.) Istoria luminii ce emană din explozie este acest con de lumină. În termeni spaţiali bidimensionali, istoria luminii emise va fi un cerc ce se măreşte, cu o viteză egală cu viteza limită, viteza luminii *c*. În spaţiul tridimensional aceasta va fi o *sferă* ce se măreşte cu viteza *c* – frontul de undă sferic al luminii – dar noi *nu am mai reprezentat* şi a treia direcţie spaţială *y* şi de aceea am obţinut doar un cerc, analog undelor ce se formează din punctul de intrare în apă al unei pietre aruncate într-un bazin. Putem vedea acest cerc în descrierea spaţio-temporală dacă facem secţiuni orizontale succesive prin conul ce creşte mereu în sus.

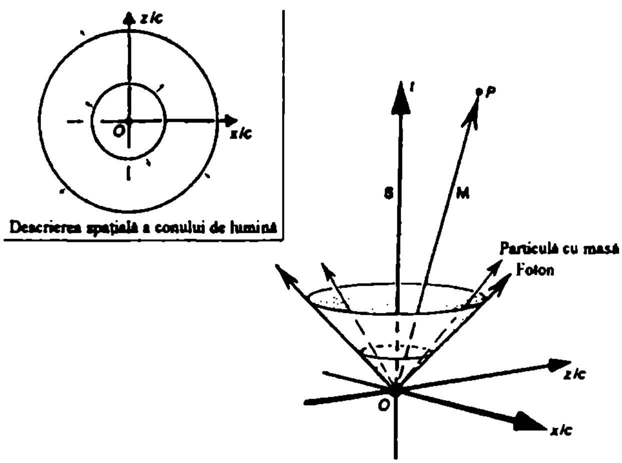


Fig. 5.16. Un con de lumină în spaţiul-timp al lui Minkowski (cu doar două dimensiuni spaţiale), ce descrie istoria luminii emise într-o explozie ce are loc în evenimentul *O*, ce este luată drept originea spaţiu-timpului.

Aceste plane orizontale reprezintă diferite decrieri spaţiale, pe măsură ce coordonata temporală *t* creşte. În teoria relativităţii se consideră că este imposibil ca o particulă materială să se deplaseze mai rapid decât lumina (mai mult despre aceasta, ulterior). Toate particulele materiale ce au fost emise la explozie trebuie deci să rămână în urma luminii. În termeni spaţio-temporali, aceasta înseamnă că liniile de univers ale tuturor particulelor emise la explozie trebuie să fie situate *în interiorul* conului de lumină.

* Motivul pentru care coordonatele spaţiale au fost împărţite la *c* – viteza luminii – este ca liniile de univers ale fotonilor să fie înclinate cu un unghi convenabil: 45° faţă de verticală, după cum vom vedea ulterior.

Adesea este convenabil să descriem lumina în termeni de *particule* – numite *fotoni* – în loc de unde electromagnetice. Pentru moment, putem considera un "foton" ca fiind un mic "pachet" de câmp electromagnetic de înaltă frecvenţă. Din punct de vedere al semnificaţiei sale fizice, termenul este mai potrivit în contextul descrierilor *cuantice* de care ne vom ocupa în capitolul următor, dar pentru moment, şi fotonii "clasici" ne vor fi suficienţi. În spaţiul liber fotonii se deplasează întotdeauna în linie dreaptă cu viteza limită *c*. Aceasta înseamnă că în descrierea spaţiu-timp a lui Mikowski linia de univers a unui foton este reprezentată întotdeauna printr-o linie dreaptă ce face un unghi de 45° cu verticala. Fotonii produşi în explozia noastră în *O* descriu conul de lumină centrat în *O*.

Aceste proprietăţi trebuie să fie valabile în general pentru toate punctele din spaţiu-timp. Originea nu este aleasă în mod deosebit: punctul *O* nu este cu nimic diferit de oricare alt punct. Trebuie să existe deci câte un con de lumină pentru fiecare punct din spaţiu-timp, cu aceeaşi semnificaţie cu a conului de lumină din origine. Istoria oricărei lumini emise la explozie – sau liniile de univers ale fotonilor, dacă preferăm o descriere corpusculară a luminii – este întotdeauna în lungul conului de lumină al fiecărui punct, pe când istoria oricărei particule materiale trebuie să se găsească întotdeauna în interiorul conului de lumină al fiecărui punct. Aceasta este ilustrată în figura 5.17. Familia conurilor de lumină ale tuturor punctelor poate fi privită ca parte a *geometriei lui Minkowski* a spaţiu-timpului.

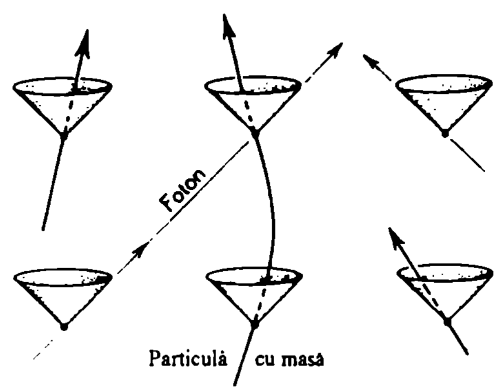


Fig. 5.17. O imagine a geometriei lui Minkowski.

Ce este geometria lui Minkowski? Aspectul ei cel mai important îl constituie structura conului de lumină, dar această geometrie înseamnă mult mai mult decât aceasta. Există conceptul de "distanţă" ce are multe analogii remarcabile cu distanţa din geometria euclidiană. În geometria euclidiană tridimensională, distanța r a unui punct față de origine, în termeni de coordonate carteziene obișnuite, este dată de

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

(Vezi figura 5.18a. Aceasta este chiar teorema lui Pitagora – cazul bidimensional fiind probabil mai obișnuit.) În geometria noastră minkowskiană tridimensională, expresia este foarte asemănătoare din punct de vedere formal (figura 5.18b), diferența esențială fiind că acum avem două *semne minus*:

$$s^2 = t^2 - (x/c)^2 - (z/c)^2.$$

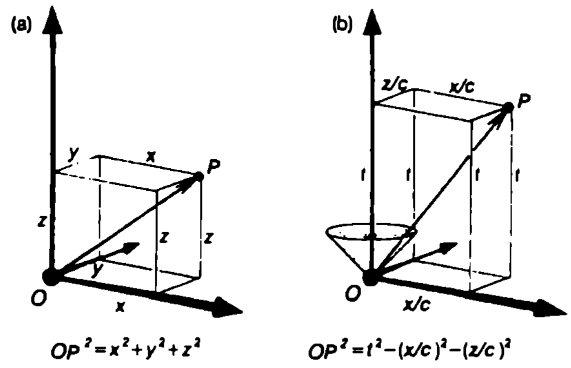


Fig. 5.18. O comparație între mărimea "distanței" din (a) geometria euclidiană și din (b) geometria minkowskiană (în care "distanță" înseamnă "timp scurs").

Desigur că era mai corect să fi folosit geometria minkowskiană *patrudimensională*, în care caz expresia "distanței" ar fi fost:

$$s^2 = t^2 - (x/c)^2 - (y/c)^2 - (z/c)^2.$$

Care este semnificația fizică a mărimii "distanță" s din această expresie? Să presupunem că punctul în discuție – adică punctul P cu coordonatele $\{t, x/c, y/c, z/c\}$ (sau $\{t, x/c, z/c\}$, în cazul tridimensional; vezi figura 5.16) – se găsește în conul de lumină (viitor) al lui O. Segmentul de linie dreaptă OP poate reprezenta o parte a istoriei unei particule materiale – fie o anumită particulă emisă în explozia noastră. "Lungimea" minkowskiană s a segmentului OP are o interpretare fizică directă. Esta *intervalul de timp* scurs pentru particulă între evenimentele O și P! Adică, dacă ar exista un ceas foarte robust și precis atașat particulei,[12] atunci diferența dintre momentele de timp pe care le înregistrează la O și P este exact s. Contrar așteptărilor, mărimea coordonatei t *nu descrie,* propriu zis, intervalul de timp măsurat de un ceas foarte precis numai dacă est "în repaus" în sistemul nostru de coordonate (adică dacă valorile coordonatelo x/c, y/c, z/c sunt fixe), ceea ce înseamnă că ceasul ar avea o linie de univers c este "verticală" în diagramă. În acest fel, "t" înseamnă "timp" doar pentr observatorii ce sunt "staționari" (adică au linii de univers "verticale"). Astfel conform relativității restrânse, mărimea *corectă* a intervalului de timp pentru u observator în mișcare (ce se îndepărtează uniform de originea O) este dată d mărimea s.

Acesta este un rezultat cu totul remarcabil – și în contradicție totală c modul "obișnuit, intuitiv" galilean-newtonian de măsurare a timpului, în car intervalul de timp ar fi doar valoarea t a coordonatei. Observăm că mărimea s intervalului de timp relativist (minkowskian) este întotdeauna ceva *mai mic* decât t dacă există o mișcare cât de mică (deoarece, conform formulei de ma sus, s^2 este mai mic decât t^2 ori de câte ori x/c, y/c, z/c nu sunt toți zero Mișcarea (adică, OP nu este în lungul axei t) va tinde să "încetinească" ceasu în comparație cu t – așa cum este văzut din sistemul nostru de coordonate. Dac viteza acestei mișcări este mică în comparație cu c, atunci s și t vor fi aproap la fel, ceea ce explică de ce nu ne dăm seama în mod direct de faptul c "ceasurile în mișcare rămân în urmă". La cealaltă extremă, atunci când vitez este egală chiar cu viteza luminii, P va fi situat *pe* conul de lumină și vom gă că $s = 0$. Conul de lumină este exact setul de puncte a căror "distanță minkowskiană (adică "timpul") față de O este efectiv zero. Astfel, pentru u foton nu va exista nici o trecere a timpului! (Cazul situat și *mai la limită*, i care P este *în exteriorul* conului de lumină, este exclus deoarece ar duce la un imaginar – rădăcina pătrată a unui număr negativ – și ar viola regula c particulele materiale și fotonii nu se pot deplasa cu viteze mai mari decât vitez luminii.*)

Această noțiune de "distanță" minkowskiană se aplică și unei perecl *oarecare* de puncte din spațiu-timp din care unul este situat în conul de lumir al celuilalt – astfel că o particulă se poate deplasa de la un con la celălalt. S considerăm că O este deplasat în alt punct din spațiu-timp. Și în acest ca distanța Minkowski dintre puncte măsoară intervalul de timp scurs pentru u ceas ce se mișcă uniform de la un punct spre celălalt. Dacă particula este u foton și deci distanța Minkowski devine zero, vom obține două puncte dint care unul este *pe* conul de lumină al celuilalt – și aceasta va servi la *definire* conului de lumină al acelui punct.

Structura de bază a geometriei lui Minkowski, cu această curioasă mărime "lungimii" liniilor de univers – interpretată ca *interval de timp* măsurat (sa "scurs") de un ceas fizic – exprimă esența relativității restrânse. În particula

---

* Totuși, pentru evenimente separate prin valori negative ale lui s^2, mărimea $c\sqrt{(-s^2)}$ are semnificație, și anume aceea de distanță *obișnuită* – pentru acel observator pentru ca evenimentele apar ca fiind simultane (vezi în continuare).

s-ar putea ca cititorul să cunoască aşa numitul "paradox al gemenilor": unul dintre gemeni rămâne pe Pământ, în timp ce celălalt face o călătorie spre o stea apropiată, deplasându-se spre stea şi înpoi cu viteză mare, apropiată de cea a luminii. La întoarcere se constată că gemenii au îmbătrânit diferit: cel ce a călătorit este încă tânăr pe când cel rămas acasă este un om bătrân. Aceasta se poate explica uşor în termenii geometriei lui Minkowski – şi se poate vedea, că deşi este un fenomen neobişnuit, nu este de fapt un paradox. Linia de univers *AC*, reprezintă geamănul ce a rămas acasă, iar călătorul are o linie de univers compusă din două segmente *AB* şi *BC*, ce reprezintă etapele dus şi întors ale călătoriei (vezi figura 5.19).

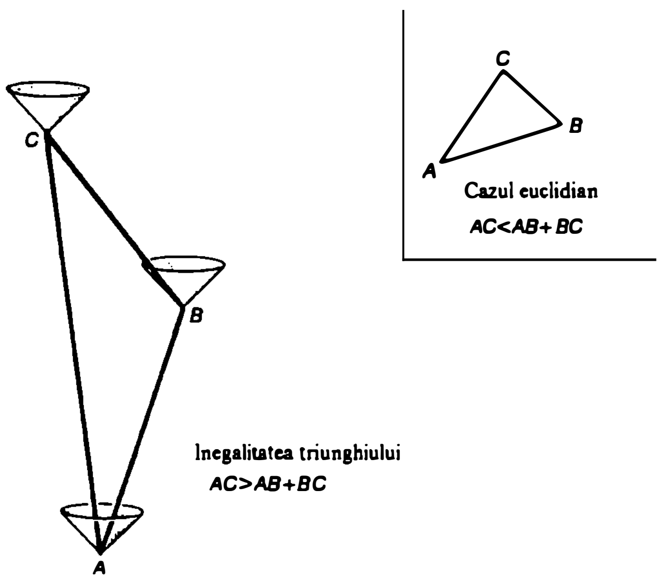


Fig. 5.19. Aşa numitul "paradox al gemenilor" din reletivitatea restrânsă explicat folosind inegalitatea triunghiului din geometria minkowskiană. (Pentru comparaţie este dat şi cazul euclidian.)

Pentru geamănul rămas acasă, intervalul de timp scurs este dat de distanţa Minkowski *AC*, iar pentru geamănul plecat în călătorie intervalul de timp scurs este dat de suma[13] celor două distanţe Minkowski *AB* şi *BC*. Aceste intervale de timp nu sunt egale, ci găsim:

$$AC > AB + BC,$$

care arată că într-adevăr, pentru geamănul rămas acasă, intervalul de timp este mai mare decât pentru cel plecat.

Inegalitatea de mai sus este similară cu binecunoscuta *inegalitate a triunghiului* din geometria euclidiană obişnuită şi anume (*A, B* şi *C* sunt acum trei puncte din spaţiul *euclidian*):

$$AC < AB + BC,$$

care afirmă că suma a două laturi ale unui triunghi este întotdeauna *mai mare* decât a treia. Iar *pe aceasta* noi nu o considerăm ca fiind un paradox! Ideea că mărimea euclidiană a distanţei dintre două puncte (aici între *A* şi *C*) depinde de parcursul ales ni se pare absolut normală. (În acest caz cele două parcursuri sunt *AC* şi drumul mai lung *ABC* în linie frântă.) Acest exemplu este un caz particular al faptului că distanţa cea mai scurtă dintre două puncte, (aici *A* şi *C*) este cea măsurată în lungul liniei drepte ce le uneşte (linia *AC*). Schimbarea de sens din inegalitatea din cazul *minkowskian* apare din schimbarea de semn din definirea "distanţei", şi astfel, *AC*-ul minkowskian este *"mai lung"* decât parcursul în linie frântă *ABC*. Această "inegalitate a triunghiului" în geometria minkowskiană este şi un caz particular al unui caz mai general: linia de univers *cea mai lungă* (în sensul celui mai lung interval de timp scurs) dintre liniile de univers ce unesc două evenimente este cea dreaptă (adică neaccelerată). Dacă doi gemeni pornesc la acelaşi moment dat de evenimentul A şi se reântâlnesc la evenimentul *C*, dar primul geamăn se deplasează direct de la *A* la *C* fără să accelereze, în timp ce al doilea accelerează, atunci, pentru primul intervalul de timp scurs va fi întotdeauna mai lung atunci când se vor întâlni din nou.

Introducerea unui astfel de concept neobişnuit pentru măsurarea timpului poate părea abuzivă, în contradicţie cu noţiunile noastre intuitive de măsurare a timpului. Dar acum există o cantitate enormă de dovezi experimentale în favoarea acestui concept. De exemplu, există multe particule subatomice ce se dezintegrează (adică se descompun în alte particule) şi care au un timp de viaţă bine definit. Uneori astfel de particule se deplasează cu viteze foarte apropiate de cea a luminii (de exemplu în razele cosmice ce ajung pe Pământ din spaţiul cosmic, sau în acceleratoarele de particule construite de om) şi în acest caz se observă că intervalul lor de timp până la dezintegrare este mai mare într-un mod ce corespunde exact consideraţiilor de mai sus. Şi mai impresionant este faptul că acum se pot face ceasuri ("ceasuri nucleare") atât de precise încât aceste efecte de încetinire a timpului sunt detectabile *direct* de ceasuri transportate de avioane rapide – iar ele concordă cu mărimea "distanţei" Minkowski *s* şi *nu* cu *t*! (Mai exact, ţinând seama de *altitudinea* avionului trebuiesc luate în consideraţie mici efecte gravitaţionale suplimentare propri relativităţii *generale*, iar toate acestea concordă cu observaţiile experimentale vezi paragraful următor). Pe lângă acestea, există încă multe alte efecte, legate strâns de întregul cadru al relativităţii restrânse, care sunt confirmate experimental în mod curent. Unul dintre acestea este, vestita relație a lui Einstein:

$$E = mc^2,$$

care pune efectiv în ecuație energia și masa, și care va avea pentru noi unele implicații tentante la sfârșitul acestui capitol!

Până acum nu am explicat cum este încorporat efectiv principiul relativității în această concepție. Cum anume pot fi *echivalenți*, din punctul de vedere al geometriei lui Minkowski, observatorii ce se mișcă cu viteze uniforme diferite? Cum este posibil ca axa timpului din figura 5.16 ("observator în repaus") să fie complet echivalentă cu o altă linie de univers rectilinie, să spunem OP, ("observator în mișcare")? Să ne oprim întâi asupra geometriei *euclidiene*. În cadrul acestei geometrii este absolut clar că două linii drepte sunt complet echivalente una cu alta în întregul spațiu. Se poate imagina că întregul spațiu euclidian "alunecă" "ca un corp rigid" până ce una din drepte ajunge în poziția celeilalte. Să luăm cazul *bidimensional*, al unui *plan* din spațiul euclidian. Ne putem imagina o coală de hârtie ce se deplasează rigid pe o suprafață plană, astfel ca o linie dreaptă desenată pe hârtie să coincidă cu o linie dreaptă de pe suprafață. Mișcarea rigidă păstrează structura geometriei.

Un lucru similar este valabil și pentru geometria minkowskiană, deși este mai puțin evident și trebuie avut grijă de ceea ce se înțelege prin "rigid". Acum, în locul unei coli de hârtie ce alunecă, trebuie să ne gândim la un material de un tip special, – luăm mai întâi cazul bidimensional – pentru care liniile înclinate la 45° rămân la 45°, în timp ce materialul se poate dilata într-o direcție ce face un unghi de 45°, și se poate comprima în mod corespunzător după cealaltă direcție de 45°. Am ilustrat aceasta în figura 5.20. În figura 5.21 am încercat să arăt ce se întâmplă în cazul tridimensional. Acest tip de "mișcare rigidă" a spațiului minkowskian – numită *mișcare Poincaré* (sau mișcare Lorentz neomogenă) – poate să nu pară foarte "rigidă", dar păstrează toate distanțele din geometria minkowskiană, iar "păstrarea tuturor distanțelor" este exact sensul cuvântului "rigid" în cazul euclidian. Principiul relativității restrânse afirmă că legile fizicii rămân neschimbate la o astfel de mișcare Poincaré în spațiu-timp. În particular, pentru observatorul "în repaus" S, a cărui linie de univers este axa timpului din figura noastră 5.16 a imaginii spațiu-timpului minkowskian, legile fizicii sunt complet echivalente cu cele ale observatorului "în mișcare" **M** ce are linia de univers în lungul lui *OP*.

Fiecare plan de coordonate t = constant reprezintă "spațiul" la un moment oarecare de "timp" pentru observatorul S, adică, reprezintă o familie de evenimente pe care el le va considera ca fiind *simultane* (adică având toate loc în "același moment de timp". Să numim aceste plane *spații simultane* ale lui S. Dacă trecem acum la alt observator **M**, trebuie să deplasăm familia noastră de plane simultane către o nouă familie printr-o mișcare Poincaré, și obținem astfel spațiile simultane pentru M.[14] Observăm că spațiile simultane ale lui M sunt "înclinate în sus", în figura 5.21. Dacă ne gândim în termeni de mişcări rigide din geometria euclidiană, am putea considera că această înclinare în sus este într-o direcție greşită, dar aceasta este situația în cazul geometriei Minkowski. În timp ce S consideră că toate evenimentele din oricare plan t = constant se produc simultan, M are un punct de vedere diferit: pentru el, evenimentele din fiecare dintre aceste spații simultane "înclinate în sus" sunt cele ce apar ca fiind simultane!

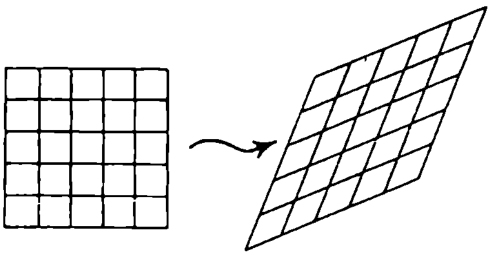


Fig. 5.20. O mişcare Poincaré în spațiu-timp în două dimensiuni.

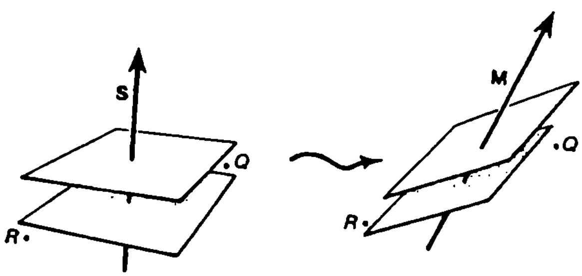


Fig. 5.21. O mişcare Poincaré în spațiu-timp în trei dimensiuni. Diagrama din stânga ilustrează spațiile simultane pentru S iar diagrama din dreapta, spațiile simultane pentru M. Observăm că S consideră că R precede pe Q, pe când pentru M, Q precede pe R. (Aici mişcar**ea** este considerată ca fiind *pasivă*, adică ea influențează doar diferitele *descrieri* pe care cei do**i** observatori S şi M le-ar face asupra unuia şi aceluiaşi eveniment din spațiu-timp.)

Geometria minkowskiană nu conține, în sine, un concept unic ("simultaneitate", ci fiecare observator ce se mişcă uniform poartă cu si propria idee de ce anume înseamnă "simultan".

Să analizăm cele două evenimente R şi Q din figura 5.21. Din punctul (vedere al lui S, evenimentul R are loc înaintea evenimentului Q, deoarece este situat pe un spațiu simultan anterior lui Q; dar pentru M este invers: Q es situat pe un spațiu simultan anterior lui R. Astfel, pentru unul dint observatori, evenimentul R are loc înaintea lui Q, iar pentru celălalt, Q are l înaintea lui R! (Aceasta se poate întâmpla doar pentru că R şi Q sunt ceea ce se numeşte *separate spaţial*, care înseamnă că fiecare se află în afara conului de lumină al celuilalt, şi deci, nici o particulă materială sau foton nu se poate deplasa de la un eveniment la altul). Chiar şi în cazul vitezelor relative destul de mici, vor apare diferenţe semnificative în ordinea temporală pentru evenimente situate la distanţe mari. Să ne imaginăm doi oameni ce se plimbă încet pe stradă şi care trec unul pe lângă altul. Evenimente din galaxia Andromeda (cea mai apropiată galaxie mare de Calea Lactee, situată la o distanţă de aproximativ 20 000 000 000 000 000 000 de kilometri) pe care cei doi oameni la consideră ca fiind simultane cu momentul în care au trecut unul pe lângă altul, ar putea fi situate la o diferenţă de câteva zile chiar (figura 5.22). Pentru unul dintre oameni, flota spaţială lansată pentru a mătura viaţa de pe planeta Pământ este deja pe drum; pentru celălalt, nici măcar nu a fost încă luată hotărarea de a se lansa sau nu flota!

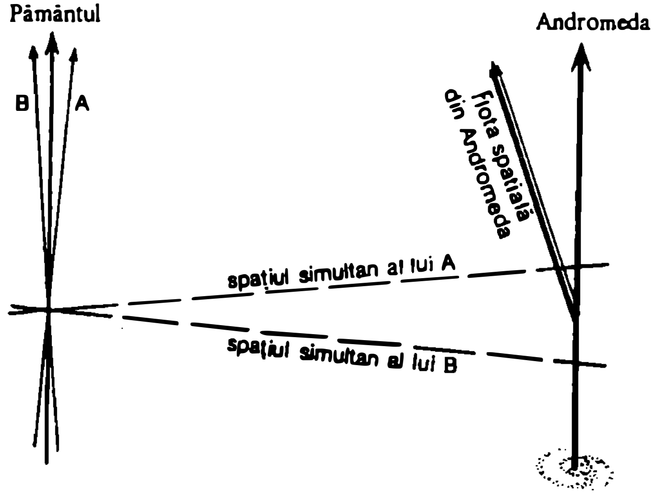


Fig. 5.22. Doi oameni A şi B ce trec unul pe lângă celălalt plimbându-se încet, au păreri diferite despre faptul dacă flota spaţială de pe Andromeda fusese sau nu lansată în momentul întâlnirii lor.

Relativitatea generală a lui Einstein

Să ne reamintim intuiţia deosebită a lui Galilei şi anume că toate corpurile cad cu viteză egală într-un câmp gravitaţional. (A fost o intuiţie şi nu chiar o observaţie diractă deoarece, din cauza rezistenţei aerului, penele şi pietrele *nu* cad împreună! Intuiţia lui Galilei a constat în faptul că şi-a dat seama că dacă rezistenţa aerului ar putea fi redusă la zero, ele *ar cădea* împreună.) Au fost necesare trei secole pentru a putea fi înțeleasă pe deplin adânca semnificație a acestei intuiții și pentru a putea deveni piatra de temelie a unei teorii celebre. Această teorie este teoria relativității generale a lui Einstein – o descriere excepțională a gravitației pentru care, după cum vom înțelege curând, era necesară introducerea conceptului de *spațiu-timp curb*!

Dar ce legătură poate exista între intuiția lui Galileo Galilei și ideea de "curbură a spațiu-timpului"? Este posibil ca o astfel de idee, aparent atât de diferită de teoria lui Newton în care particulele sunt accelerate sub influența forțelor gravitaționale, să poată reproduce și chiar să îmbunătățească această teorie atât de frumoasă și de precisă? Mai mult, s-ar putea oare să fie adevărat că vechea intuiție a lui Galilei conținea ceva ce *nu a fost inclus* ulterior în teoria lui Newton?

Permiteți-mi să încep cu ultima întrebare, deoarece este mai ușoară. Ce anume determină, conform teoriei lui Newton, accelerația unui corp aflat sub influența gravitației? În primul rând, există *forța* gravitațională asupra acelui corp, despre care legea atracției universale a lui Newton ne spune că trebuie să fie *proporțională cu masa corpului*. În al doilea rând, este valoarea cu care corpul este accelerat atunci când asupra lui acționează o forță *dată*, care din legea a doua a lui Newton este *invers proporțională cu masa corpului*. Lucrul de care depinde intuiția lui Galilei este faptul că "masa" care apare în legea forței gravitaționale a lui Newton este *aceeași* cu "masa" din legea a doua a lui Newton. (Sau, "proporțională cu" în loc de "aceeași".) Aceasta este ceea ce asigură că accelerația corpului sub influența gravitației este *independentă* de masa sa. Nu există nimic în teoria generală a lui Newton care să ceară ca aceste două concepte de masă să fie aceleași. Newton a *postulat* pur și simplu aceasta. Astfel, forțele electrice sunt similare celor gravitaționale prin aceea că ambele depind de inversul pătratului distanței, dar forța electrică depinde de *sarcina electrică* care este total diferită de *masa* din a doua lege a lui Newton. "Intuiția lui Galileo Galilei" nu se aplică și forțelor de natură electrică: obiectele (adică obiectele cu sarcină electrică) "ce cad" într-un câmp electric *nu* "cad" toate cu aceeași viteză!

Pentru moment, să *acceptăm* pur și simplu intuiția lui Galilei – asupra mișcării sub influența *gravitației* – și să ne întrebăm care sunt implicațiile ei. Să ni-l imaginăm pe Galilei lăsând să cadă două pietre din Turnul înclinat din Pisa. Dacă pe una dintre pietre ar fi o cameră video îndreaptată spre cealaltă piatră, atunci imaginea luată ar fi eceea a unei pietre ce planează în spațiu, părând că este *neinfluențată* de gravitație (figura 5.23)! Aceasta *din cauză că* toate obiectele cad cu aceeași viteză sub acțiunea gravitației.

Rezistența aerului nu a fost luată în considerare aici. Un test mai bun acestor idei ni-l oferă azi zborurile spațiale, deoarece în spațiul cosmic efect nu există aer. În acest caz, "a cădea" în spațiul cosmic înseamnă pur și simplu parcurge orbita corespunzătoare sub influenţa gravitaţiei. Nu este necesar ca această "cădere" să fie drept în jos, către centrul Pământului. Poate exista şi o componentă orizontală a mişcării. Dacă această componentă orizontală este suficient de mare, se poate "cădea" chiar în jurul Pământului fără să existe o apropiere de suprafaţa Pământului! Deplasarea liberă pe o orbită sub influenţa gravitaţiei este exact un mod sofisticat (şi foarte scump!) de "cădere".

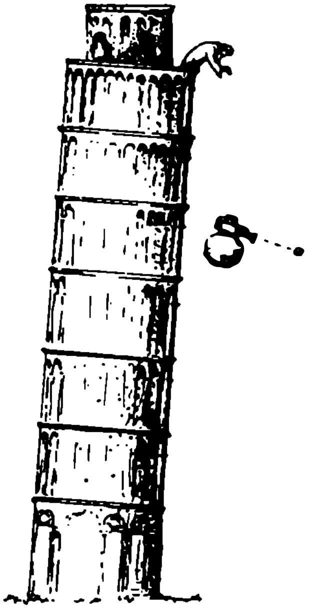


Fig. 5.23. Galilei lăsând să cadă două pietre (şi o cameră video) din Turnul înclinat din Pisa.

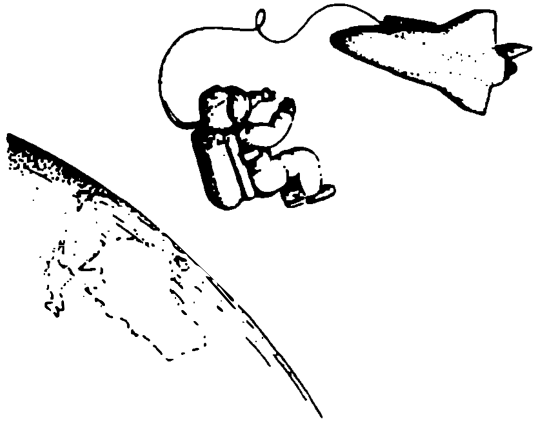


Fig.5.24. Astronautul vede vehiculul său spaţial planând în faţa sa, aparent neinfluenţat de gravitaţie.

În acest caz, ca şi în acela al camerei video de mai înainte, un astronaut ieşit în spaţiul liber vede vehiculul său spaţial planând înaintea sa, aparent neinfluenţat de forţa gravitaţională a imensului glob al Pământului de sub el! (Vezi figura 5.24.) Astfel se pot elimina local efectele gravitaţiei prin trecerea la un "sistem de referinţă în mişcare accelerată" în cădere liberă.

Gravitaţia poate fi *anulată,* în acest mod, folosind căderea liberă deoarece efectele unui câmp gravitaţional sunt complet asemănătoare cu acelea ale unei acceleraţii. Într-adevăr, dacă vă găsiţi într-un lift ce urcă accelerat simţiţi o creştere a câmpului gravitaţional; iar dacă coboară, o scădere. Dacă s-ar întâmpla să se rupă cablul de suspensie, atunci (făcând abstracţie de rezistenţa aerului şi de efectele de frecare) acceleraţia rezultantă îndreptată în jos ar anula complet efectul gravitaţiei, iar ocupanţii liftului ar părea că plutesc liber –

asemănător astronautului de mai sus – până ce liftul se va lovi de sol! Chiar într-un tren sau avion, accelerațiile pot fi astfel încât senzațiile cuiva despre intensitatea și direcția gravitației să nu coincidă cu acelea sugerate de proprii ochi că ar trebui să fie, și anume: "în jos". Și aceasta, deoarece accelerația și efectele gravitației *sunt* complet asemănătoare, iar senzațiile noastre sunt incapabile să le deosebească una de cealaltă. Acest fapt – și anume că efectele locale ale gravitației sunt echivalente cu aceléa ale unui sistem de referință în mișcare accelerată – constituie ceea ce Einstein a numit *principiul de echivalență.*

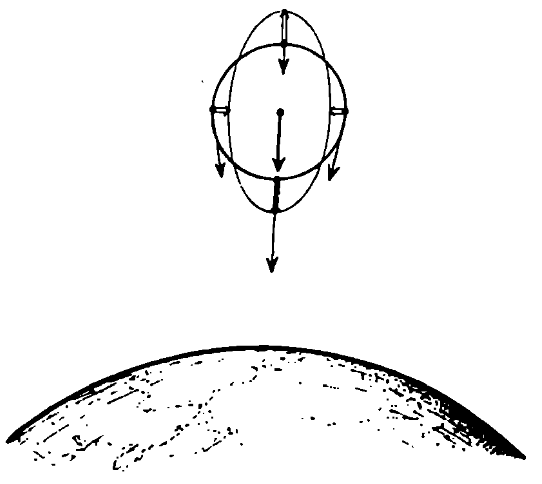


Fig 5.25. Efectul de maree. Săgețile duble indică accelerația relativă (WEYL).

Considerațiile de mai sus au un caracter "local". Totuși, dacă ar fi posibil să se facă măsurători (nu complet locale) cu o precizie suficientă, s-ar putea, în principiu, afirma că există o *diferență* între un câmp gravitațional "adevărat" și o accelerație pură. În figura 5.25 am arătat, puțin exagerat, cum o distribuție sferică de particule (suprafață sferică, nu volum) inițial staționară, ce cade liber sub acțiunea gravitației Pământului, va începe să fie influențată de *neuniformitatea* câmpului gravitațional (newtonian). Câmpul este neuniform din două motive. Primul, deoarece centrul Pământului se găsește la o distanță finită, particulele mai apropiate de suprafața Pământului vor avea o accelerație, îndreptată în jos, mai mare decât particulele mai îndepărtate (să ne reamintim legea lui Newton a dependenței forței de inversul pătratului distanței). Al doilea, din același motiv, vor exista mici diferențe în *direcția* acestei accelerații, pentru particule așezate în diferitele puncte ale unui plan orizintal. Din cauza acestei neuniformități, forma sferică va începe să se distorsioneze puțin – în aceea a unui "elipsoid". Forma se va alungi în direcția spre centrul Pământului (și, de asemenea, în direcția opusă), deoarece asupra părților mai apropiate de centrul Pământului acționează o accelerație ceva mai mare decât asupra părților mai îndepărtate de centrul Pământului; și se va îngusta după direcția orizontală, deoarece aceste accelerații acționează puțin spre interior, în direcția spre centrul Pământului.

Acest efect de distorsiune este cunoscut ca *efectul de maree* al gravitației. Dacă în figura 5.25 punem Luna în centrul Pământului iar în locul sferei de particule considerăm că este suprafața Pământului, obținem exact efectul de maree observat pe Pământ, în care mareea maximă se va găsi atât în direcția spre centrul Lunii, cât și în direcție opusă. Efectul de maree este o caracteristică generală a câmpurilor gravitaționale ce nu poate fi "eliminată" prin cădere liberă. Acest efect măsoară neuniformitatea câmpului gravitațional newtonian. (*Mărimea* distorsiunii de maree scade cu inversul *cubului* distanței de la centrul de atracție, și nu cu inversul pătratului.)

S-a constatat că forța gravitațională a lui Newton, ce depinde de inversul pătratului distanței, are o interpretare simplă folosind acest efect de maree: *volumul* elipsoidului în care este distorsionată sfera inițială[15] *este egal* cu acela al sferei inițiale – considerând că sfera înconjoară un volum vid, deci că este o suprafață sferică. Această proprietate a volumului este caracteristică unei forțe ce depinde de inversul pătratului distanței; ea nu este valabilă pentru nici un alt tip de forță. În continuare, să presupunem că sfera nu înconjoară un volum vid ci un volum ce conține materie ce are o masă totală M. În acest caz va exista o componentă suplimentară a accelerației, îndreptată spre interior, datorată atracției gravitaționale a acestei materii.

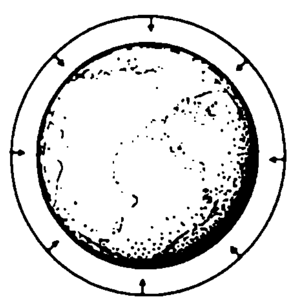


Fig 5.26. Atunci când sfera înconjoară materie (aici Pământul), există o accelerație netă spre interior (**RICCI**).

Volumul elipsoidului în care este distorsionată sfera inițială de particule, *se va micșora* acum, cu o mărime ce este *proporțională* cu M. Un exemplu de efect de micșorare a volumului poate fi următorul: să considerăm că sfera noastră înconjoară Pământul situându-se la o înălțime constantă (figura 5.26).

Accelerația obișnuită îndreptată în jos (adică spre interior) produsă de forța gravitațională a Pământului va face ca volumul sferei noastre să se micșoreze. Această proprietate de micșorare a volumului corespunde acelei părți din expresia forței gravitaționale a lui Newton care exprimă faptul că forța este proporțională cu masa *corpului care atrage*.

Să încercăm să obținem o imagine în spațiu-timp a acestei situații. În figura 5.27 am indicat liniile de univers ale particulelor suprafeței noastre sferice (desenată sub forma unui cerc în figura 5.25), și am ales un sistem de referință pentru care centrul sferei pare a fi în repaus ("cădere liberă"). În relativitatea generală se consideră că mișcările de cădere liberă sunt "mișcări naturale". Aceste mișcări sunt analoage "mișcării uniforme și rectilinii" ce poate exista doar în cazul lipsei gravitației. Astfel, noi *încercăm* să considerăm căderea liberă ca fiind descrisă prin linii de univers "rectilinii" în spațiu-timp! Totuși, folosirea în figura 5.27, a *cuvântului* "rectiliniu" pentru aceasta ar putea produce confuzie, și de aceea vom numi liniile de univers ale particulelor în cădere liberă *geodezice* în spațiu-timp, din motive de terminologie.

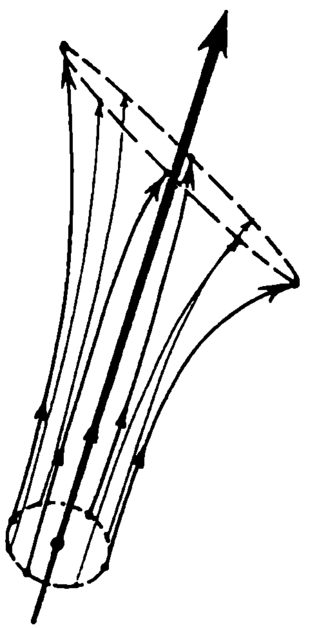


Fig. 5.27. Curbura spațiu-timpului: efectul de maree reprezentat în spațiu-timp.

Dar este oare aceasta o terminologie bună? Ce anume se înțelege în mod normal printr-o "geodezică"? Să examinăm un caz analog pentru o suprafață curbă bidimensională. Geodezicele sunt curbele care reprezintă (local) "drumurile cele mai scurte" de pe această suprafață. Astfel, dacă ne gândim la un elastic întins peste suprafață (dar nu prea lung pentru a nu aluneca de pe ea), el se va situa în lungul unei geodezice de pe această suprafață. În figura 5.28 am dat două exemple de suprafețe: prima având ceea ce se numește "curbură pozitivă" (asemănătoare suprafeței unei sfere) iar a doua având o "curbură negativă" (cu o suprafață de șa). În cazul suprafeței ce posedă curbură pozitivă, dacă urmărim drumul a două geodezice alăturate ce sunt inițial paralele, vom vedea că ele vor începe să se curbeze *una către alta*, iar în cazul unei curburi negative, ele vor începe să se curbeze *îndepărtându-se* una de alta.

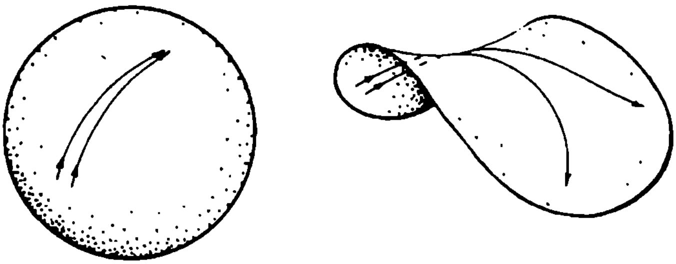


Fig. 5.28. Geodezice pe o suprafață curbă. În cazul unei curburi pozitive geodezicele converg, iar în cazul unei curburi negative ele diverg.

Dacă ne imaginăm că liniile de univers ale particulelor în cădere liberă sunt într-un anumit sens asemănătoare geodezicelor de pe o suprafață, atunci vom vedea că există o analogie strânsă între efectul gravitațional de maree, discutat mai sus și efectele determinate de curbura unei suprafețe – cu deosebirea că în acest caz sunt prezente *ambele* efecte: atât cele determinate de curbura pozitivă cât și cele determinate de curbura negativă. Să privim figurile 5.25 și 5.27. Observăm că "geodezicele" noastre în spațiu-timp încep să se îndepărteze una de alta într-o direcție (atunci când sunt paralele cu direcția spre Pământ) – ca și în cazul suprafeței ce are curbură *negativă* din figura 5.28 – și încep să se *apropie* una de alta în alte direcții (atunci când orientarea lor este orizontală față de Pământ) – ca și în cazul suprafeței ce posedă curbură *pozitivă* din figura 5.28. Astfel, spațiul-timp pare într-adevăr să posede o "curbură", analoagă aceleia a celor două suprafețe, dar mai complicată din cauza numărului mai mare de dimensiuni și a amestecului de curburi pozitive și negative ce intervin la diferite deplasări.

Aceasta arată cum poate fi folosit conceptul de "curbură" a spațiu-timpului pentru a descrie acțiunea câmpurilor gravitaționale. Posibilitatea de a folosi o astfel de descriere rezultă în ultimă instanță din intuiția lui Galileo Galilei (principiul de echivalență) și ne permite să eliminăm "forța" gravitațională prin căderea liberă. De fapt, tot ceea ce am spus până acum nu depășește teoria lui Newton. Această nouă interpretare permite doar o *reformulare* a acestei teorii.[16] Totuși, dacă încercăm să combinăm această interpretare cu ceea ce am învățat din descrierea dată de Minkowski *relativității restrânse* – geometria spațiu-timpului despre care știm acum că se aplică în *absența* gravitației vom obține ceva nou. Combinația ce rezultă astfel este *teoria relativității generale* a lui Einstein.

Să ne reamintim ce ne-a învățat Minkowski. Avem (în absența gravitației) un spațiu-timp cu un tip special de mărime a "distanței" definită între puncte: dacă avem o linie de univers în spațiu-timp, ce descrie istoria unei anumite particule, atunci "distanța" minkowskiană măsurată în lungul liniei de univers va descrie *timpul* ce s-a scurs efectiv pentru acea particulă. (De fapt, în paragraful anterior, am discutat despre această "distanță" doar în lungul liniilor de univers formate din porțiuni rectilinii, dar afirmația este valabilă și pentru liniile de univers curbe, pentru care "distanța" se măsoară în lungul curbei.) Geometria lui Minkowski este considerată ca fiind exactă dacă nu există câmp gravitațional, adică nu există o curbură a spațiu-timpului.

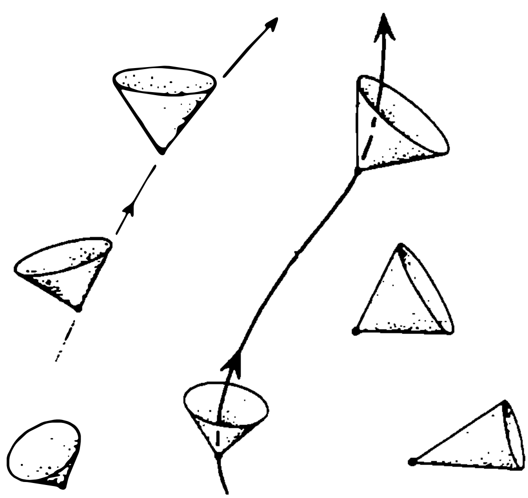


Fig. 5.29. O reprezentare a spațiu-timpului curb.

Dar în prezența gravitației, noi considerăm geometria minkowskiană ca fiin doar aproximativă, analog modului în care o suprafață plată oferă doar descriere aproximativă a geometriei unei suprafețe curbe. Dacă ne imaginăm c pentru a examina o suprafață curbă folosim un microscop din ce în ce m puternic, astfel încât geometria suprafeței va fi mărită din ce in ce mai mul atunci suprafața ne va părea din ce în ce mai plată. Spunem că o suprafață curb se comportă *local* ca un plan euclidian.[17] În acelaşi mod, putem spune că, în prezenţa gravitaţiei, spaţiul-timp se comportă *local* conform geometriei lui Minkowski (care înseamnă un spaţiu-timp *plat*), dar admiten existenţa unei anumite "curburi" la o scală mai mare (vezi figura 5.29). În particular, orice punct din spaţiu-timp este vârful unui *con de lumină*, exact ca şi în spaţiul Minkovski, dar aceste conuri de lumină nu sunt distribuite complet uniform aşa cum sunt în spaţiul Minkowski.Vom vedea în capitolul 7, unele modele de spaţiu-timp pentru care această neuniformitate este clară: vezi figurile 7.13 şi 7.14 din paragraful despre găurile negre. Liniile de univers ale particulelor materiale sunt curbe ce sunt situate întotdeauna *în interiorul* conurilor de lumină, iar ale fotonilor, *în lungul* conurilor de lumină. De asemenea, în lungul oricărei astfel de curbe, există un concept de "distanţă" Minkowski ce măsoară timpul scurs pentru aceste particule, exact ca şi în spaţiul Minkowski. Ca şi în cazul unei suprafeţe curbe, această mărime a distanţei defineşte o *geometrie* pentru suprafaţă, geometrie ce poate fi diferită de geometria din cazul plat.

Geodezicelor din spaţiu-timp li se poate de acum o interpretare similară cu a acelora de pe o suprafaţă bidimensională examinate mai înainte, dar luând în considerare diferenţele dintre spaţiul minkowskian şi cel euclidian. Astfel, liniile noastre de univers geodezice din spaţiu-timp nu sunt curbe de lungime minimă (local), ci sunt curbe ce *maximalizează* (local) "distanţa" (adică timpul) în lungul liniei de univers. Conform acestei reguli, liniile de univers ale particulelor în mişcare liberă sub acţiunea gravitaţiei *sunt* efectiv geodezice. Astfel, în particular, mişcările corpurilor cereşti ce se mişcă într-un câmp gravitaţional sunt bine descrise de astfel de geodezice. De asemenea, razele de lumină (liniile de univers ale fotonilor) în spaţiul liber sunt tot geodezice, dar de data aceasta geodezice de "lungime" *zero*.[18] Ca un exemplu, am indicat schematic în figura 5.30, liniile de univers ale Pământului şi ale Soarelui, în care mişcarea Pământului în jurul Soarelui este o geodezică de formă "elicoidală" în jurul liniei de univers a Soarelui. Am indicat şi un foton ce ajunge pe Pământ venind de la o stea îndepărtată. Linia sa de univers apare uşor "îndoită" deoarece lumina, conform teoriei lui Einstein, este *deviată* de câmpul gravitaţional al Soarelui.

Să vedem acum cum poate fi integrată, şi modificată conform teoriei relativităţii lui Einstein, legea lui Newton de dependenţă cu inversul pătratului distanţei. Să revenim la sfera noastră de particule ce cade într-un câmp gravitaţional. Ne reamintim că dacă sfera înconjoară doar un spaţiu vid, atunci, conform teoriei lui Newton, volumul sferei iniţiale nu se modifică; dar dacă sfera înconjoară o materie de masă totală M, atunci se produce o micşorare a volumului, proporţională cu M. În teoria lui Einstein, regulile sunt exact la fel (pentru cazul unei sfere mici), cu excepţia faptului că nu M este exact cel ce determină modificarea de volum; există o contribuţie suplimentară (foatre mică în mod normal) datorată *presiunii* din materialul înconjurat.

Expresia matematică completă a curburii spaţiu-timpului în patru dimensiuni (care trebuie să descrie în orice punct dat efectele de maree pentru particulele ce se deplasează în orice direcţie posibilă) este dată de ceva numit *tensor de curbură Riemann*. Acesta este un obiect destul de complicat ce necesită pentru precizarea lui în fiecare punct douăzeci de numere reale.

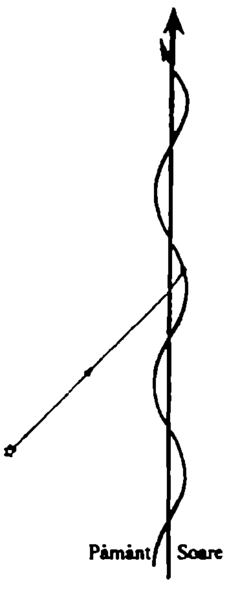


Fig. 5.30. Liniile de univers ale Pământului şi Soarelui, şi o rază de lumină de la o stea îndepărtată ce este deviată de Soare.

Aceste douăzeci de numere sunt numite *componentele* sale. Diferitele componente se referă la curburi diferite în direcţii diferite din spaţiu-timp. Tensorul de curbură Riemann se scrie de obicei R_{ijkl}, dar deoarece nu doresc să explic, aici, ce înseamnă toţi aceşti indici mici (şi nici ce anume *este* un tensor), îl voi scrie doar ca:

$$\text{RIEMANN.}$$

Există o modalitate prin care acest tensor poate fi desfăcut în două părţi, numite tensorul *Weyl* şi tensorul *Ricci* (*fiecare având câte zece componente*). Voi scrie schematic această desfacere sub forma:

$$\text{RIEMANN} = \text{WEYL} + \text{RICCI}.$$

(Expresiile amănunţie nu ne vor fi de folos aici în mod deosebit.) Tensorul Weyl **WEYL** măsoară *distorsiunea mareică* a sferei noastre de particule ce cad liber (adică o modificare a formei şi nu a mărimii), iar tensorul Ricci **RICCI** măsoară *variaţia de volum.*[19] Ne reamintim că teoria gravitaţională a lui Newton cere ca *masa* înconjurată de sfera noastră în cădere să fie proporţională cu această micşorare a volumului. Ceea ce ne spune aceasta, în general vorbind, este că densitatea *masei* de materie, sau în mod echivalent, densitatea de *energie* (deorece $E = mc^2$), trebuie să fie *egală* cu tensorul Ricci.

În realitate, aceasta este ceea ce afirmă, în principal, ecuaţiile de câmp ale relativităţii generale – şi anume *ecuaţiile de câmp ale lui Einstein.*[20] Totuşi, există unele probleme legate de aceasta, care este mai bine să nu ne preocupe. Este suficient să spun că există un obiect numit tensorul *energie-impuls*, care organizează toată informaţia relevantă cu privire la energie, pesiune şi impuls a materiei şi a câmpurilor electromagnetice. Voi numi acest tensor **ENERGIE**. În acest caz, ecuaţiile lui Einstein devin, foarte schematic:

$$\mathbf{RICCI} = \mathbf{ENERGIE}.$$

(Prezenţa "presiunii" în tensorul **ENERGIE**, împreună cu unele cerinţe de consistenţă ale ecuaţiilor în ansamblu, sunt cele care cer ca şi presiunea să contribuie la efectul de micşorare a volumului descris mai sus.)

Această ecuaţie pare a nu spune nimic despre tensorul Weyl. Dar el este o mărime importantă. Efectul de maree ce este observat în spaţiul liber este datorat în totalitate lui **WEYL**. De fapt, ecuaţiile lui Einstein de mai sus sugerează că ele sunt ecuaţiile *diferenţiale* ce leagă **WEYL** de **ENERGIE** şi nu ecuaţiile de tipul Maxwell pe care le-am întâlnit anterior.[21] Într-adevăr, un punct de vedere promiţător este să se considere **WEYL** ca fiind un fel de analog gravitaţional al mărimii câmpului electromagnetic descris de perechea $(\vec{E}, \vec{B})$ (de fapt, tot un tensor, tensorul Maxwell). Astfel, într-un anumit sens, **WEYL** măsoară *câmpul gravitaţional.* "Sursa" pentru **WEYL** este tensorul **ENERGIE**, care este analog faptului că sursa câmpului electromagnetic $(\vec{E}, \vec{B})$ este $(\rho, \vec{j})$, sarcinile şi curenţii din teoria lui Maxwell. Acest punct de vedere ne va fi de ajutor în capitolul 7.

Poate părea cu totul remarcabil că este dificil să se găsească diferenţe bazate pe observaţie între teoria lui Einstein şi cea a lui Newton concepută acum două secole şi jumătate, luând în considerare diferenţele mari în ideile de bază şi în formulare. Dar dacă vitezele considerate sunt mici în comparaţie cu viteza luminii, iar câmpurile gravitaţionale sunt relativ slabe (astfel ca vitezele de scăpare să fie mult mai mici decât c, vezi capitolul 7, paragraful despre găuri negre) atunci, teoria lui Einstein dă practic aceleaşi rezultate cu cea a lui

Newton. Totuşi, în situaţiile în care predicţiile celor două teorii *diferă*, teoria lui Einstein este mai exactă. Există astăzi câteva teste experimentale foarte impresionante care confirmă complet teoria relativităţii generale a lui Einstein. Într-un câmp gravitaţional ceasurile rămân puţin în urmă, aşa cum a susţinut Einstein, acest efect fiind acum măsurat direct în multe moduri diferite. Semnalele luminoase şi radio sunt într-adevăr deviate de Soare şi întârziate puţin – iar toate aceste efecte ale relativităţii generale au fost testate foarte precis. Faptul că mişcarea planetelor şi a sateliţilor artificiali necesită, conform teoriei lui Einstein, mici corecţii faţă de orbitele calculate folosind teoria lui Newton – a fost de asemenea verificat experimental. (În particular, anomalia în mişcarea planetei Mercur, cunoscută sub numele de "precesia periheliului", ce preocupa astronomii încă din 1859, a fost explicată de Einstein în 1915). Dar probabil că cel mai impresionant este un set de obsetvaţii asupra unui sistem numit *binară pulsar*, format dintr-o pereche de stele pitice cu masă mare (probabil două "stele neutronice", vezi paragraful despre găuri negre din capitolul 7) ce concordă foarte precis cu teoria lui Einstein şi care verifică indirect un efect ce este complet absent în teoria lui Newton şi anume emisia *undelor gravitaţionale*. (O undă gravitaţională este analogul gravitaţional al unei unde electromagnetice şi se propagă cu viteza luminii *c*.) Nu există observaţii confirmate care să fie în contradicţie cu relativitatea generală a lui Einstein. Cu tot caracterul său complet neobişnuit la început, teoria lui Einstein este acum acceptată pe deplin!

Cauzalitate relativistă şi determinism

Să ne reamintim că în teoria relativităţii, corpurile materiale nu se pot deplasa cu viteză mai mare decât viteza luminii – în sensul că liniile lor de univers trebuie să se găsească întotdeauna în interiorul conurilor de lumină (vezi figura 5.29). (În relativitatea generală, în special, lucrurile trebuiesc formulate în acest mod local. Conurile de lumină nu sunt distribuite uniform, şi deci este lipsit de sens să se spună că viteza unei particule situate la o *distanţă foarte mare* este mai mare decât viteza luminii *aici*.) Liniile de univers ale fotonilor sunt situate *în lungul* conurilor de lumină şi nu se admite pentru nici un tip de particulă ca linia sa de univers să se situeze în *exteriorul* conurilor. De fapt, trebuie să fie valabilă o formulare mai generală, şi anume că nu sunt permise *semnale* care să se propage în afara conului de lumină.

Pentru a înţelege de ce lucrurile trebuie să se petreacă în acest fel, să examinăm descrierea noastră a spaţiului Minkowski (figura 5.31). Să presupunem că a fost construit un dispozitiv ce poate trimite un semnal ce se prepagă cu o viteză ceva mai mare decât a luminii. Folosind acest dispozitiv, observatorul **W** trimite un semnal de la evenimentul *A* de pe linia sa de univers către un eveniment îndepărtat *B*, situat în afara conului de lumină al lui *A*. În figura 5.31a aceasta este desenată din punctul de vedere al lui **W**, iar în figura 5.31b, totul este redesenat din punctul de vedere al observatorului **U** ce se îndepărtează rapid de **W** (dintr-un punct situat între *A* şi *B*, să spunem), şi pentru care evenimentul *B* pare a se fi produs *anterior* lui *A*! (Această "redesenare" este o mişcare Poincaré, după cum a fost descrisă mai sus, în paragraful despre relativitatea restrânsă a lui Einstein şi Poincaré.) Din punctul de vedere al lui **W**, spaţiile simultane ale lui **U** par a fi "înclinate în sus", motiv pentru care evenimentul *B* poate părea lui **U** anterior lui *A*. Astfel, pentru **U**, semnalul transmis de **W** ar părea că se propagă înapoi în timp!

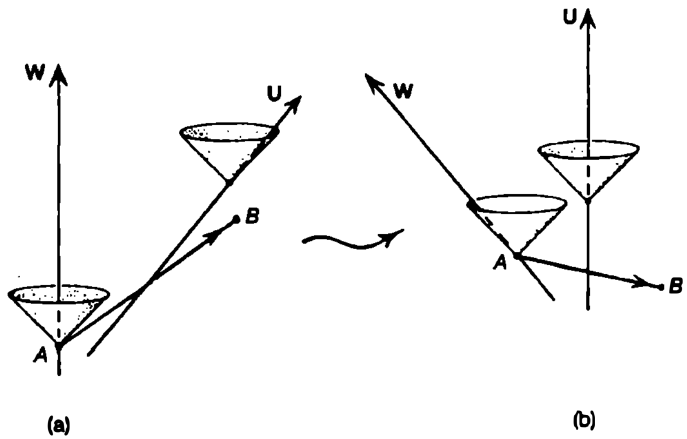


Fig. 5.31. Un semnal ce se propagă cu viteză supraluminică pentru observatorul **W** va părea că se-propagă înapoi în timp pentru observatorul **U**. Figura din dreapta (b) este exact figura din stânga (a) redesenată din punctul de vedere al lui **U**. (Această redesenare poate fi gândită ca o mişcare Poincaré. Comparaţi cu figura 5.21 – dar aici transformarea de la (a) la (b) trebuie considerată într-un sens *activ* şi nu pasiv.)

Aceasta nu este, totuşi, o contradicţie. Dar, judecând dintr-un punct de vedere simetric lui **U**, un *al treilea* observator **V**, ce se îndepărtează de **U** în direcţie opusă lui **W**, care posedă un dispozitiv identic cu acela al lui **W**, ar putea trimite şi el un semnal ce se propagă cu viteză mai mare decât a luminii, din punctul *lui* de vedere (adică al lui **V**), înapoi în direcţia lui **U**. Şi acest semnal i se va părea lui **U** că se propagă înapoi în timp, dar acum în direcţie opusă în spaţiu. Într-adevăr, **V** ar putea transmite acest al doilea semnal înapoi spre **W** în momentul (*B*) în care el ar primi semnalul original trimis de **W**. Acest semnal ajunge la **W** la evenimentul *C* care este anterior, după estimarea lui **U**, chiar evenimentului de emisie *A* (figura 5.32).

Dar, ceea ce este şi mai rău decât aceasta este că evenimentul *C* este de fapt anterior emisiei evenimentului *A* de pe *propria linie de univers a lui* **W**, astfel încât, *din punctul de vedere al lui* **W**, evenimentul *C* se produce înainte ca el să emită semnalul din *A*! Mesajul pe care observatorul **V** îl trimite înapoi către **W** ar putea, printr-o înțelegere anterioară cu **W**, să repete pur și simplu mesajul pe care l-a primit la *B*. Astfel, **W** primește, la un timp anterior de pe linia sa de univers, exact același mesaj pe care are de gând să-l trimită mai târziu! Depărtând cei doi observatori la o distanță suficient de mare, se poate aranja ca mărimea cu care semnalul ce se întoarce să preceadă semnalul original să fie un interval de timp cât de mare dorim. Poate că mesajul original al lui **W** este că și-a rupt un picior. El ar putea recepționa semnalul de întoarcere *înaintea* producerii accidentului, iar apoi (probabil), prin acțiunea voinței proprii, va încerca să-l evite!

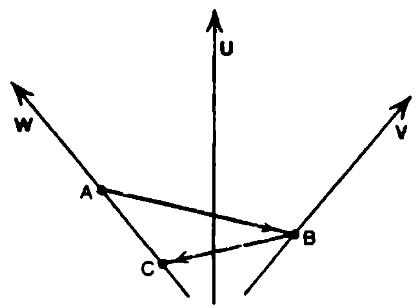


Fig. 5.32. Dacă **V** ar poseda un dispozitiv care emite semnale ce se propagă cu viteză superluminică, identic cu acela al lui **W**, dar care emite în sens opus, acesta ar putea fi folosit de **W** pentru a trimite un mesaj în propriul său trecut!

Astfel, transmiterea de semnale ce se propagă cu viteză superluminică, împreună cu principiul relativității lui Einstein conduc către o contradicție flagrantă cu propriile noastre idei despre capacitatea noastră de a avea acțiuni conduse de "voința proprie". În realitate, problema este chiar mai serioasă, deoarece ne-am putea imagina că "observatorul **W**" ar putea fi doar un dispozitiv mecanic, programat să emită mesajul "Da", dacă recepționează "Nu", și "Nu", dacă recepționează "Da". S-ar putea ca și **V** să fie un dispozitiv mecanic, dar programat să răspundă "Nu", dacă recepționează "Nu", și "Da", dacă recepționează "Da". Aceasta va conduce la aceeași contradicție esențială pe care am avut-o anterior[22], care se pare că acum este independentă de problema dacă observatorul **W** posedă sau nu "voință proprie" și ne spune că dispozitivul ce emite semnale ce se propagă cu viteze superluminice este "metafizic". Acest lucru va avea unele implicații neobișnuite pentru noi, ce vor fi tratate ulterior (capitolul 6, paragraful despre experimente cu fotoni).

Să acceptăm, deci, că *orice* tip de semnal – nu doar semnalele purtate de particulele fizice obișnuite – trebuie să fie situat în interiorul conurilor de lumină. În realitate, afirmația de mai sus folosește relativitatea *restrânsă*, dar, în cadrul relativității generale, regulile relativității restrânse sunt, totuși, valabile local. Această valabilitate locală a relativității restrânse este cea care ne spune că toate semnalele trebuie să fie situate în interiorul conurilor de lumină și, deci, aceasta trebuie să se aplice și relativității generale. Vom vedea cum influențează aceasta problema *determinismului* în cadrul acestor teorii. Ne reamintim că în concepția newtoniană (sau hamiltoniană etc.), "determinism" înseamnă că, dacă se cunosc *datele inițiale* la un *anumit moment de timp* se poate determina complet comportarea la oricare alte momente de timp. În imaginea spațio-temporală din teoria newtoniană, un anumit moment de timp la care precizăm datele înseamnă o "felie" tridimensională din spațiul-timp patrudimensional (adică întregul spațiu la acel moment de timp).

În teoria relativității nu există un concept global de "timp" care să poată fi desemnat pentru aceasta. Procedeul obișnuit este să se adopte o atitudine mai flexibilă: fiecare va avea "timpul" său. În cadrul relativității restrânse, în locul "feliei" de mai sus, se poate lua spațiul simultan al unui observator pe care se precizează datele inițiale. Dar în relativitatea generală, conceptul de "spațiu simultan" nu este foarte bine definit. În loc de acesta se poate folosi noțiunea mai generală de *suprafață de tip spațial*[23]. O astfel de suprafață este reprezentată în figura 5.33; ea se caracterizează prin faptul că este situată complet în exteriorul conului de lumină a fiecăruia din punctele sale – astfel că *local* ea seamănă cu un spațiu simultan.

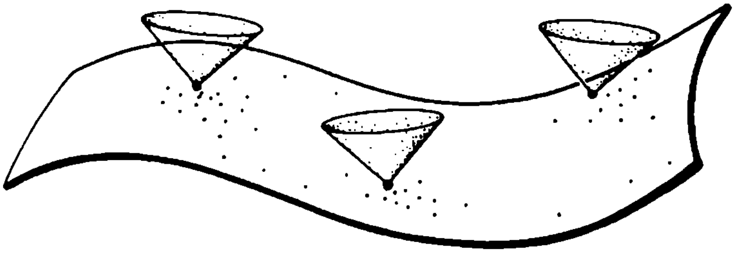


Fig. 5.33. O suprafață de tip-spațial, folosită pentru specificarea datelor inițiale în relativitatea generală.

În relativitatea restrânsă, determinismul poate fi formulat ca fiind faptul că datele inițiale de pe orice spațiu simultan dat S fixează comportarea în întregul spațiu-timp (aceasta va fi adevărat, în particular, pentru teoria lui Maxwell – care este propriu zis o teorie în cadrul "relativității restrânse"). Se poate merge mai departe, făcându-se afirmația: dacă dorim să știm ce se va întâmpla la un eveniment *P* situat undeva în viitorul lui *S*, avem nevoie doar de datele inițiale dintr-o regiune limitată (finită) a lui *S* și nu de pe întregul *S*. Aceasta deoarece "informația" nu se poate propaga cu o viteză mai mare decât lumina și, astfel, toate punctele lui *S* situate prea departe pentru ca semnalele luminoase să ajungă la *P* nu pot avea nici o influență asupra lui *P* (vezi figura 5.34).*

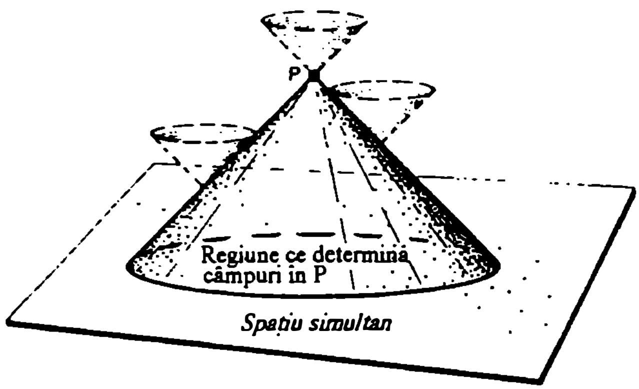


Fig 5.34. Conform relativității restrânse, ceea ce se întâmplă la P depinde doar de datele dintr-o regiune *finită* a unui spațiu simultan. Aceasta deoarece efectele nu se pot propaga către P mai rapid decât lumina.

Această situație este, în orice caz, mult mai acceptabilă decât cea existentă în cazul newtonian, unde ar trebui, în principiu, să se cunoască ce se petrece pe întreaga "felie" *infinită* pentru a putea face vreo predicție despre ce se va întâmpla într-un punct oarecare într-un moment de timp ulterior. Nu există nici o restricție asupra vitezei cu care se poate propaga informația newtoniană, și deci forțele din cadrul teoriei lui Newton sunt, de fapt, *instantanee*.

"Determinismul" este o problemă cu mult mai complicată în cadrul relativității *generale* decât în cadrul relativității restrânse și voi face doar câteva remarci asupra lui. În primul rând, trebuie să folosim o *suprafață de tip spațial* *S* pentru precizarea datelor inițiale (și nu doar o suprafață simultană). Apoi se constată că ecuațiile lui Einstein dau o comportare detrministă *locală* a câmpului gravitațional, presupunând că, așa cum se obișnuiește, câmpurile generate de materie, care contribuie la tensorul ENERGIE, se comportă determinist. Totuși, intervin complicații serioase. Chiar geometria spațiu-timpului, – inclusiv structura sa "cauzală" determinată de conurile de lumină – face acum parte din ceea ce trebuie determinat. Noi nu cunoaștem această structură de conuri de lumină dinainte în timp, astfel că nu putem spune care părți ale lui *S* vor fi necesare pentru a putea determina comportarea unui

* După cum se poate remarca, ecuația undelor (la care ne-am referit în paragraful despre calculabilitate și ecuația undelor) este, ca și ecuațiile lui Maxwell, o ecuație relativistă. Astfel, "fenomenul de necalculabilitate" Poor-El-Richards, analizat anterior, este un efect care se referă, de asemenea, doar la date inițiale situate în regiuni limitate ale lui *S*.

eveniment viitor *P*. Se poate ca, în unele situații extreme, *întregul S* să fie insuficient, și, în consecință, să se piardă determinismul global! (În aceasta sunt implicate multe probleme dificile și ele sunt legate de o problemă importantă nesoluționată, din teoria relativității generale numită "cenzură cosmică" ("cosmic censorship" în limba engleză. N.T.) – legată de formarea *găurilor negre* (Tipler și alții, 1980); vezi capitolul 7, paragraful despre găuri negre împreună cu nota de subsol, și discuția despre găurile negre din paragraful despre cât de deosebit a fost big bangul?) Pare extrem de puțin probabil ca un astfel de posibil "eșec al determinismului" ce s-ar putea produce în cazul câmpurilor gravitaționale "extreme" să poată avea vreo legătură directă cu problemele la scara umană, dar din toate acestea vedem că problema determinismului din relativitatea generală nu este deloc atât de simplă pe cât s-ar dori să fie.

Calculabilitatea în fizica clasică: care este situația actuală?

Pe tot parcursul acestui capitol am încercat să nu pierd din vedere problema *calculabilității*, problemă ce este diferită de cea a determinismului, și am încercat să arăt că problemele legate de calculabilitate pot fi cel puțin la fel de importante ca și acelea ale determinismului atunci când se ajunge la probleme legate de "voință proprie" și fenomene mentale. Dar, s-a constatat că, în cadrul fizicii clasice, determinismul propriu zis nu este o problemă atât de simplă pe cât am crezut. Am văzut că ecuația clasică Lorentz de mișcare a unei particule ce posedă sarcină electrică dă naștere la unele probleme incomode. (Ne reamintim "soluțiile divergente" ale lui Dirac). Am observat, de asemenea, că există unele probleme și în cazul determinismului din cadrul relativității generale. Dacă în asfel de teorii nu există determinism, cu certitudine nu va exista nici calculabilitate. Totuși, s-ar părea că în nici unul dintre cazurile citate lipsa determinismului nu poate avea o importanță filosofică directă pentru noi înșine. În cadrul unor astfel de fenomene nu există "loc" pentru voința noastră proprie: în primul caz deoarece se consideră că ecuația clasică Lorentz pentru o particulă punctiformă (așa cum a rezolvat-o Dirac) nu poate avea efecte fizice la nivelul la care se pun aceste probleme; în al doilea caz, deoarece scala la care relativitatea generală clasică poate da naștere la astfel de probleme (găuri negre etc.) este cu totul diferită de scala obișnuită a creierului uman.

Care este deci, situația în problema *calculabilității* în cadrul fizicii clasice? Putem presupune că, în relativitatea generală, situația nu este diferită în mod semnificativ de aceea din relativitatea restrânsă – pe lângă diferențele în ceea ce privește cauzalitatea și determinsmul, pe care tocmai le-am prezentat. S-ar părea că în cazul în care comportare viitoare a sistemului fizic este determinată din datele inițiale, această comportare viitoare poate fi (folosind un raționament similar celui prezentat în cazul teoriei lui Newton), la rândul ei, determinată *prin calcul* din aceste date[24] (în afară de tipul "nefolositor" de necalculabilitate întâlnit de Pour-El şi Richards pentru ecuaţia undelor, discutat mai sus – şi care nu apare pentru date ce *variază lin*). Este dificil de văzut în *care dintre* teoriile fizice discutate până acum ar putea exista elemente "necalculabile" semnificative. Cu siguranţă că ne putem aştepta ca în multe dintre aceste teorii să apară o comportare "haotică" în cazul în care modificări foarte mici ale datelor iniţiale pot da naştere la diferenţe enorme în comportarea rezultantă. (Acesta pare a fi cazul în relativitatea generală, vezi Misner 1969, Belinskii şi alţii 1970.) Dar, aşa cum am menţionat anterior, este greu de văzut cum *acest* tip de necalculabilitate – adică de "nepredictibilitate" – poate fi de vreun "folos" pentru un dispozitiv care încearcă să "utilizeze" posibile elemente necalculabile existente în legile fizicii. Dacă "mintea omenească" ar putea să folosească în vreun fel elemente necalculabile, atunci s-ar părea că ele trebuie să fie elemente din afara fizicii clasice. Va trebui să reexaminăm această problemă, după ce vom arunca o privire asupra fizicii cuantice.

Masă, materie şi realitate

Să trecem în revistă pe scurt imaginiea despre lume dată de fizica clasică. În primul rând, există noţiunea de spaţiu-timp ce joacă un rol fundamental, el fiind arena în care se desfăşoară totul conform legilor fizicii. În al doilea rând, există *obiectele fizice,* care sunt supuse unor legi matematice precise. Obiectele fizice sunt de două feluri: *particule* şi *câmpuri.* În ceea ce priveşte particulele, se spune puţin despre natura şi particularităţile lor distincte, cu excepţia faptului că fiecare are propria linie de univers şi că posedă o masă (de repaus) individuală, şi poate, şi sarcină electrică etc. Câmpurile, pe de altă parte, sunt date foarte precis – câmpul electromagnetic ascultă de ecuaţiile lui Maxwell iar cel gravitaţional de ecuaţiile lui Einstein.

Există o anumită ambivalenţă asupra modului în care trebuiesc tratate particulele. Dacă particulele posedă o masă atât de mică încât propria lor influenţă asupra câmpului poate fi neglijată, atunci particulele poartă numele de *particule de testare* – iar mişcarea lor ca *răspuns* la acţiunea câmpului este foarte clară. Forţa Lorentz descrie răspunsul particulelor de testare la câmpul electromagnetic, iar o geodezică – răspunsul lor la câmpul gravitaţional (sau o combinaţie a celor două, dacă sunt prezente ambele câmpuri). Dar pentru aceasta particulele trebuiesc considerate ca fiind particule *punctiforme*, care au deci linii de univers unidimensionale. Totuşi, în cazul în care trebuiesc luate în considerare efectele particulelor asupra câmpurilor (şi deci şi asupra altor particule) – adică atunci când particulele acţionează ca *surse* ale câmpurilor – atunci particulele trebuiesc considerate ca obiecte extinse (într-o oarecare măsură) în spaţiu. Şi aceasta deoarece în caz contrar, câmpul din imediata vecinătate a unei particule devine infinit. Aceste surse extinse dau distribuţia de sarcină-curent (ρ, $\bar{j}$) necesară în ecuaţiile lui Maxwell şi tensorul **ENERGIE** necesar pentru ecuaţiile lui Einstein. În plus faţă de toate acestea, spaţiu-timpul – în care se află toate aceste particule şi câmpuri – are o structură variabilă ce descrie direct, prin ea însăşi, gravitaţia. "Arena" însăşi ia parte la acţiunea ce are loc în ea!

Aceasta este ceea ce ne învaţă fizica clasică despre natura realităţii fizice. Este clar că s-au făcut progrese însemnate, dar şi că nu ar trebui să fim prea satisfăcuţi de noi, deoarece imaginile formate pot fi răsturnate în orice moment de o nouă interpretare. După cum vom vedea în capitolul următor, chiar schimbările revoluţionare aduse de teoria relativităţii, devin nesemnificative în comparaţie cu acelea ale fizicii cuantice. Şi totuşi, nu am terminat încă cu fizica clasică şi cu tot ce are ea de spus despre realitatea materială. Ea mai are încă o surpriză pentru noi!

Ce *este* "materia"? Este substanţa din care sunt compuse obiectele fizice concrete – "lucrurile" lumii noastre. Este acel ceva din care suntem făcuţi dumneavoastră, eu şi casele noastre. Dar cum se poate *exprima cantitativ* această substanţă? Manualele noastre de bazele fizicii ne dau răspunsul clar dat de Newton. Este *masa* unui obiect sau a unui sistem de obiecte, ce măsoară "cantitatea de materie" pe care o conţine. Acest răspuns pare într-adevăr corect – deoarece nu există nici o altă mărime fizică care să poată concura în mod serios cu masa ca fiind adevărata mărime a substanţei totale. Pe lângă aceasta, ea se şi *conservă*: masa, şi deci conţinutul total de materie al unui sistem de orice fel, trebuie să rămână întotdeauna aceeaşi.

Cu toate acestea, celebra formulă a lui Einstein din relativitatea restrânsă

$$E = mc^2$$

ne spune că masa (m) şi energia (E) se pot schimba una cu cealaltă. De exemplu, ori de câte ori un atom de uraniu se dezintegrează, desfăcându-se în bucăţi mai mici, masa totală a fiecăreia dintre aceste bucăţi, dacă ar putea fi aduse în stare de repaus, ar fi *mai mică* decât masa atomului de uraniu; dar dacă se ia în considerare *energia de mişcare – energia cinetică*, vezi paragraful despre dinamica lui Galilei şi Newton* – a fiecărei bucăţi, iar apoi se transformă în valori ale masei prin împărţirea cu c^2 (din $E = mc^2$), se constată că totalul este *nemodificat*. Masa se conservă, dar fiind compusă parţial din energie, devine mai puţin clar cum poate fi o măsură a substanţei. Energia depinde de viteza cu care se depalasează această substanţă. Energia de mişcare a unui tren

* În teoria lui Newton, energia cinetică este $1/2mv^2$, unde m este masa iar v viteza; dar în relativitatea restrânsă, expresia este ceva mai complicată.

expres este considerabilă, dar dacă s-ar întâmpla să ne aflăm în acel tren, s-ar putea ca din punctul nostru de vedere să considerăm că trenul nici nu se află în mişcare. Energia acestei mişcări (dar nu *energia termică* a mişcărilor aleatoare ale particulelor individuale) a fost "redusă la zero" prin această alegere potrivită a sistemului de referinţă. Ca un exemplu surprinzător, pentru care efectul relaţiei masă-energie a lui Einstein este cel mai vizibil, să analizăm dezintegrarea unui anumit tip de particulă subatomică, numită mezon π^0. Este cu certitudine o particulă *materială*, ce are o masă bine definită (pozitivă). După aproximativ 10^{-16} dintr-o secundă el se dezintegrează (ca şi atomul de uraniu de mai sus, dar cu mult mai rapid) – aproape întotdeauna în *doi fotoni* (figura 5.36). Pentru un observator în repaus faţă de mezonul π^0, fiecare foton duce cu sine jumătate din energie, şi fireşte, jumătate din masa mezonului π^0. Cu toate acestea, această "masă" a fotonului este de un tip cam nebulos: *energie pură*.

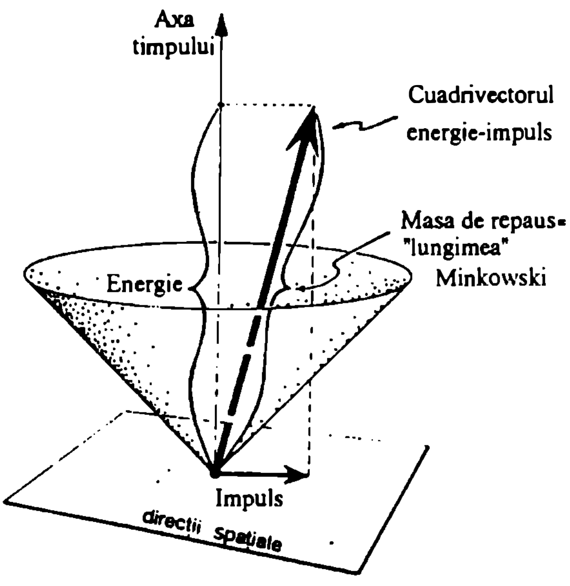


Fig. 5.35. Cuadrivectorul energie-impuls.

Aceasta deoarece, dacă ar fi să ne deplasăm rapid în direcţia unuia dintre fotoni, am putea reduce masa-energia sa la o valoare cât de mică am dori – masa intrinsecă (sau masa *de repaus*, după cum vom vedea în curând) a unui foton fiind în realitate *zero*. Aceasta ne conduce către o imagine mai profundă privind conservarea masei, dar diferită de cea anterioară. Într-un anume sens, masa continuă să rămână o măsură a "cantităţii de materie", dar există o modificare esenţială a punctului de vedere: deoarece masa este echivalentă cu energia, masa unui sistem depinde, la fel ca şi energia, de mişcarea observatorului!

Este momentul să fiu ceva mai explicit în ceea ce priveşte punctul de vedere către care am fost conduşi. Mărimea care se conservă şi care joacă rolul masei este un obiect numit *cuadrivectorul energie-impuls*. Acesta poate fi reprezentat ca o săgeată (vector) în originea O în spaţiul Minkowski, situată în *interiorul* conului de lumină viitor la O (sau, în cazul extrem al unui foton, *pe* acest con); vezi figura 5.35. Această săgeată, ce are acelaşi sens cu linia de univers a obiectului, conţine toată informaţia despre energia, masa şi impulsul său. Astfel, "valoarea-t" (sau "înălţimea") vârfului acestei săgeţi, măsurată într-un sistem de referinţă al observatorului, descrie *masa* (sau *energia* împărţită la c^2) obiectului, din punctul de vedere al observatorului, iar componentele spaţiale reprezintă *impulsul* (împărţit la c).

"Lungimea" minkowskiană a acestei săgeţi este o mărime importantă cunoscută ca *masă de repaus*. Ea descrie masa obiectului pentru un observator ce se află în repaus faţă de obiect. S-ar putea crede că *aceasta* ar putea fi o măsură corectă pentru "cantitatea de materie". Totuşi, ea nu este aditivă: dacă un sistem se desface în două părţi, masa de repaus originală nu va fi suma celor două mase de repaus rezultate. Amintiţi-vă de dezintegrarea mezonului π^0.

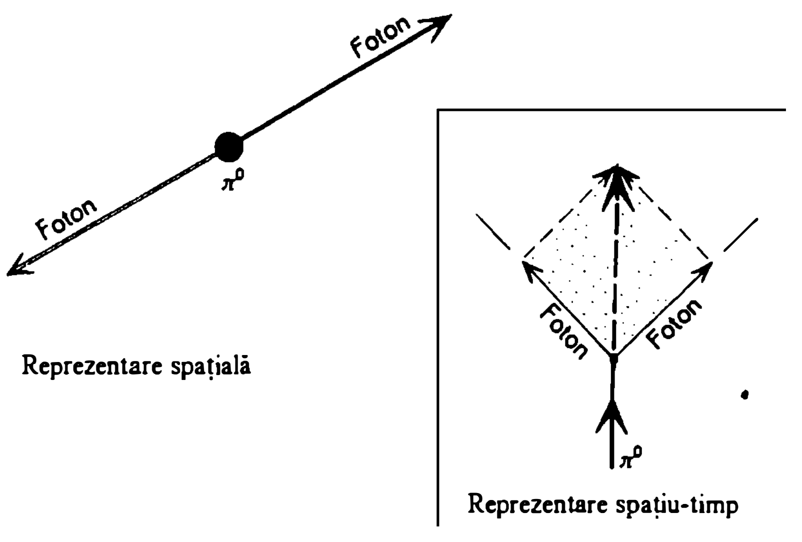


Fig. 5.36. Un mezon π^0, ce posedă masă, se dezintegrează în doi fotoni ce nu posedă masă. Reprezentarea spaţiu-timp arată cum se conservă cuadrivectorul energie-impuls: cuadrivectorul mezonului π^0 este suma celor doi cuadrivectori ai fotonilor, adunaţi conform legii paralelogramului (indicată uşor întunecat).

Mezonul π^0 are o masă de repaus pozitivă, pe când masele de repaus ale fiecăruia dintre cei doi fotoni rezultaţi sunt zero. Totuşi, această propietate de aditivitate se menţine, dar pentru întreaga săgeată (cuadrivectorul energie-impuls), iar "adunarea" trebuie făcută acum folosind regula de adunare a *vectorilor* reprezentată în figura 5.6. În acest caz, *întreaga săgeată* este mărimea noastră pentru "cantitatea de materie"!

Să ne oprim acum asupra câmpului electromagnetic al lui Maxwell. Am constatat că el transportă energie. Din relaţia $E = mc^2$, deducem că el trebuie să aibă şi masă. În acest fel, câmpul electromagnetic al lui Maxwell este şi materie! Aceasta trebuie acceptată ca o certitudine deoarece câmpul lui Maxwell este implicat strâns în forţele ce leagă particulele împreună. O contribuţie importantă la masa unui corp[25] o au câmpurile electromagnetice din interiorul său.

Dar care este situaţia în ceea ce priveşte câmpul gravitaţional al lui Einstein? El seamănă, în multe privinţe cu câmpul electromagnetic al lui Maxwell. Similar cu modul în care corpurile în mişcare, ce posedă sarcină electrică, pot emite unde *electromagnetice,* conform teoriei lui Maxwell, şi corpurile în mişcare, ce posedă masă, pot emite unde *gravitaţionale*, conform teoriei lui Einstein (paragraful despre relativitatea generală a lui Einstein). Aceste unde, analog undelor electromagnetice, se propagă cu viteza luminii şi transportă energie. Dar această energie nu se măsoară în modul obişnuit, adică folosind tensorul **ENERGIE**, despre care am discutat anterior. Pentru o undă gravitaţională (pură), acest tensor este egal cu *zero* în orice punct! Totuşi, s-ar putea considera, că într-un fel, *curbura* spaţiu-timpului (care acum este dată în intregime de tensorul **WEYL**) poate reprezenta "suportul" undelor gravitaţionale. Dar se dovedeşte că energia gravitaţională este nelocală, ceea ce înseamnă că, nu se poate determina care este mărimea acestei energii doar prin examinarea curburii spaţiu-timpului pe regiuni limitate. Energia – şi deci masa – unui câmp gravitaţional este asemeni unui ţipar alunecos ce refuză să fie fixat într-un loc bine determinat. Cu toate acestea, trebuie să i se acorde toată atenţia, deoarece *există* cu certitudine şi trebuie luată în considerare pentru a se putea asigura conservarea conceptului de masă peste tot. Există o mărime corectă (şi pozitivă) pentru masă (Bondi 1960, Sachs 1962) ce se aplică undelor gravitaţionale, dar nelocalizarea face ca această mărime să poată fi uneori *diferită de zero* în regiuni *plate* din spaţiu-timp – între două emisii de radiaţie (analog regiunii de calm din centrul unui uragan) – unde spaţiu-timpul este *lipsit* complet de curbură (vezi Penrose şi Rindler 1986, p. 427) (adică **WEYL** şi **RICCI** sunt *ambii* egali cu zero)! În astfel de cazuri, se pare că suntem conduşi spre concluzia că dacă această masă-energie trebuie să fie localizată în vreun fel, atunci ea trebuie să fie în acest *spaţiu gol plat* – o regiune în care nu există materie sau câmpuri de nici un fel. În această situaţie cu totul neobişnuită, "cantitatea noastră de materie" este sau *acolo,* în cele mai goale regiuni dintre regiunile goale, sau nu este în nici o altă parte!

Acesta pare a fi cu adevărat un paradox. Şi totuşi, teoriile clasice cele mai importante – şi ele fac parte într-adevăr din categoria teoriilor superbe – ne conduc spre o concluzie clară asupra naturii materialului "real" al lumii noastre.

Realitatea materială, conform fizicii clasice, fără să mai amintim de fizica cuantiucă ce suntem pe punctul de a începe să o explorăm, este un lucru cu mult mai nebulos decât s-a considerat. Măsurarea cantitativă a ei – şi chiar problema dacă există sau nu – depinde de probleme fundamentale subtile şi nu poate fi lămurită doar local! Dacă un astfel de caracter nelocal pare surprinzător, fiţi pregătiţi pentru şocuri viitoare şi mai serioase.

1. Este un fapt surprinzător că *toate* punctele de vedere, confirmate, ce s-au îndepărtat de concepţia newtoniană au fost, în mod fundamental, legate de comportarea *luminii*. În primul rând, există, conform teoriei electromagnetice a lui Maxwell, câmpuri ce transportă energie şi care sunt desprinse de corpuri. În al doilea rând, este, după cum vom vedea, rolul crucial pe care îl joacă viteza luminii în relativitatea *generală* a lui Einstein. În al treilea rând, sunt micile abateri de la teoria gravitaţională a lui Newton despre care teoria relativităţii generale a lui Einstein arată că devin importante doar atunci când vitezele devin comparabile cu viteza luminii. (Devierea razei de lumină de către Soare, mişcarea planetei Mercur, vitezele de scăpare comparate cu cea a luminii în cazul găurilor negre etc.) În al patrulea rând, există dualitatea undă-particulă din teoria cuantică, observată pentru prima dată tot în comportarea luminii. Şi în final, există electrodinamica cuantică, care este teoria cuantică de câmp a luminii şi a particulelor încărcate cu sarcină electrică. Putem presupune că însuşi Newton ar fi fost gata să accepte că probleme fundamentale ale concepţiei sale asupra lumii se găsesc ascunse în comportarea misterioasă a luminii: vezi Newton (1730); şi Penrose (1987a).
2. Există un întreg capitol de fizică fundamentală foarte bine închegat – şi anume *termodinamica* lui Carnot, Maxwell, Kelvin şi alţii – pe care am omis-o din clasificare. Aceasta poate părea de neânţeles unora dintre cititori, dar omisiunea a fost deliberată. Din motive ce vor deveni mai clare în capitolul 7, ar trebui să mă opun plasării termodinamicii, aşa cum se prezintă ea azi, în categoria efectivă de teorie SUPERBĂ. Totuşi, s-ar putea ca mulţi fizicieni să considere probabil un *sacrilegiu* să plasezi un astfel de capitol frumos şi fundamental doar în categoria teoriilor FOLOSITOARE! În concepţia mea, termodinamica, aşa cum este înţeleasă în mod normal, fiind ceva ce se aplică doar unor *valori medii* şi nu componentelor individuale ale unui sistem – şi fiind parţial o consecinţă a altor teorii – nu este chiar o teorie fizică în sensul pe care îl înţeleg eu aici (acelaşi raţionament se aplică şi cadrului matematic pe care se bazează *mecanica statistică*). Mă folosesc de aceasta pentru a eluda problema şi a o lăsa în afara clasificării. După cum vom vedea în capitolul 7, eu consider că există o relaţie profundă între termodinamică şi o problemă pe care am menţionat-o anterior ca aparţinând categoriei teoriilor FOLOSITOARE, şi anume modelul standard pentru big bang. O unire adecvată a acestor două seturi de idei (ce lipseşte parţial în prezent) ar trebui, cred eu, să fie privită ca o teorie fizică în sensul cerut – ce poate aparţine chiar categoriei teoriilor SUPERBE. Va trebui să revenim la aceasta ulterior.
3. Colegii m-au întrebat unde aş plasa "teoria twistorilor" – o colecţie dezvoltată minuţios de idei şi proceduri la care am lucrat pe parcursul unui mare număr de ani. Deoarece până în prezent teoria twistorilor este o teorie diferită de lumea fizică, nu poate intra decât în categoria teoriilor DE ÎNCERCARE; dar în mare măsură nici nu este o teorie, fiind o transcriere matematică a teoriilor fizice anterioare bine stabilite.

4. Acestui model i-a fost alăturat numele lui Newton – ca și mecanicii "newtoniane" în totalitate – doar ca o *etichetă* convenabilă. S-ar părea că ideile lui Newton despre natura *efectivă* a lumii fizice au fost mult mai puțin dogmatice și mai subtile decât acesta. (S-a dovedit că persoana care a susținut cel mai convingător acest model "newtonian" a fost R. G. Boscovich 1711-1787.)
5. Precum s-a sugerat în capitolul 4 (nota numărul 9) s-ar putea ca noua teorie a lui Blum-Shub-Smale (1989) să reprezinte o cale de rezolvare a unora dintre aceste probleme, într-un mod mai acceptabil din punct de vedere matematic.
6. Marele matematician italian/francez Joseph C. Lagrange (1736-1813) a folosit aceste ecuații cu aproximativ 24 de ani înaintea lui Hamilton, deși poate nu chiar în aceeași formă. O altă realizare anterioară importantă a fost formularea mecanicii folosind *ecuațiile Euler-Lagrange*, conform căreia legile lui Newton pot fi considerate ca derivând dintr-un principiu general ***principiul minimei acțiuni*** (the principle of stationary action) (P. L. M. de Maupertuis). Pe lângă marea lor importanță teoretică, ecuațiile Euler-Lagrange sunt și metode de calcul remarcabile.
7. De fapt situația este și mai "delicată" în sensul că volumul lui Liouville din spațiul fazelor este doar unul dintr-o întreagă familie de "volume" de diferite dimensiuni (numite invarianți Poincaré) care rămân constante la o evoluție hamiltoniană. Totuși, nu am fost pe deplin corect în cele susținute. Se poate imagina un sistem în care gradele de libertate fizice (existente într-un anumit volum din spațiul fazelor) pot fi "împinse" undeva într-o regiune ce nu este de interes (analog radiației ce merge la infinit) astfel ca volumul din spațiul fazelor din partea ***de interes pentru noi*** să se micșoreze.
8. În particular, acest al doilea fapt reprezintă un imens noroc pentru știință, deoarece fără el comportarea dinamică a corpurilor mari ar fi putut rămâne de neânțeles și ar fi existat puține indicații asupra legilor precise ce ar putea fi aplicate particulelor. După părerea mea, un motiv al insistenței hotărâte a lui Newton asupra acestei a treia legi a sa a fost că, fără ea, această transpunere a comportării dinamice de la corpurile microscopice la cele macroscopice pur și simplu nu s-ar fi putut face.

   Un alt fapt "miraculos", care a fost vital pentru dezvoltarea științei, este că legea dependenței forței de inversul pătratului distanței este singura lege de putere (ce indică o scădere cu creșterea distanței) pentru care orbitele ce descriu mișcarea în jurul unui corp central au forme geometrice simple. Ce ar fi făcut Kepler dacă forța ar fi avut o lege de variație cu inversul distanței sau cu inversul distanței la cub?
9. De fapt, avem un număr ***infinit*** de valori pentru x_i și p_i; dar intervine o complicație suplimentară prin faptul că nu putem folosi valorile de câmp drept coordonate, ci pentru a ne putea încadra în structura teoretică hamiltoniană este necesar să definim un anumit "potențial" pentru câmpul Maxwell.
10. Adică nu are derivată de ordinul al doilea.
11. Ecuațiile Lorentz ne spun care este *forța* asupra unei particule ce posedă sarcină electrică datorată câmpului electromagnetic ce există în locul în care se află ea; apoi, dacă cunoaștem masa ei, legea a doua a lui Newton ne spune accelerația particulei. Totuși, particulele încărcate se mișcă adesea cu viteze apropiate de viteza luminii, și efectele cunoscute din relativitatea restrânsă încep să devină importante, influențând valoarea masei particulei ce trebuie luată de fapt în calcul (vezi paragraful următor). Astfel de motive au fost acelea ce au întârziat descoperirea forței corecte ce acționează asupra unei particule încărcate, până la nașterea teoriei relativității restrânse.
12. De fapt, într-un sens, orice particulă cuantică din Natură acționează ca un astfel de ceas complet independent. După cum vom vedea în paragraful despre începuturile teoriei cuantice din capitolul 6, fiecare particulă posedă o undă asociată, a cărei frecvență este proporțională cu masa particulei. Ceasurile moderne foarte precise (ceasurile atomice, ceasurile nucleare) sunt bazate pe aceasta.

13. Deoarece în linia de univers a geamănului plecat în călătorie apare o schimbare bruscă de direcţie la *B*, şi deci în descrierea noastră, călătorul va fi supus unei acceleraţii infinite la evenimentul B, cititorul s-ar putea întreba ce efect va avea. Efectul este neesenţial. În cazul unei acceleraţii finite, linia de univers a călătorului va avea o traiectorie fără o schimbare bruscă de direcţie la *B*, aceasta ne aducând o modificare esenţială timpului total scurs pentru el, care rămâne măsurabil prin "lungimea" minkowskiană a întregii linii de univers.
14. Acestea sunt spaţiile de evenimente pe care M le va considera ca fiind simultane conform *definiţiei simultaneităţii date de Einstein*, ce foloseşte semnale de lumină trimise de M şi "reflectate" înapoi către M de evenimentele în discuţie. Vezi, de exemplu, Rindler (1982).
15. Aceasta este derivata de *ordinul doi în* funcţie de timp (sau "acceleraţia") a formei. Viteza de variaţie (sau "viteza") formei este considerată iniţial egală cu zero, deoarece sfera era iniţial în repaus.
16. Exprimarea matematică a acestei reformulari a teoriei lui Newton a fost realizată de remarcabilul matematician francez Elie Cartan (1923) – desigur *după* elaborarea, de către Einstein, a teoriei relativităţii generale.
17. Spaţiile curbe ce sunt, în acest sens, euclidiene local (inclusiv cele cu mai multe dimensiuni), sunt numite *spaţii Riemann multidimensionale* – după numele marelui Bemhard Riemann (1826-1866), ce a studiat primul astfel de spaţii, continuând o importantă lucrare anterioară a lui Gauss asupra cazului bidimensional. Pentru cazul nostru este necesară o modificare importantă a ideii lui Riemann şi anume, să admitem ca geometria sa să fie local *minkowskiană* şi nu euclidiană. Astfel de spaţii sunt adesea numite spaţii *Lorentz* multidimensionale (ce aparţin unei clase numite *pseudo*-riemanniane sau, impropriu numite, *semi*-riemanniane multidimensionale).
18. Cititorul se poate intreba cum este posibil ca această valoare *zero* să reprezinte valoarea *maximă* a "lungimii"! De fapt este posibil, dar corespunde unui rezultat nesemnificativ; o geodezică de lungime zero este caracterizată prin faptul că oricare două puncte de pe ea (local) nu pot fi legate între ele prin linii de univers *ale altor particule*.
19. În realitate, această împărţire în efecte de distorsiune şi de variaţie de volum nu este atât de clară pe cât am prezenta-o aici. Tensorul Ricci contribuie într-o anumită măsura la distorsiunea mareică. (În cazul razelor de lumină această împărţire *se poate* face în mod corect; vezi Penrose şi Rindler (1986), capitolul 7). Pentru o definiţie precisă a tensorilor Weyl şi Ricci, vezi de exemplu Penrose şi Rindler (1984), pg. 210-240. (Germanul Hermann Weyl este unul dintre matematicienii remarcabili ai acestui secol; italianul Gregorio Ricci a fost un geometru foarte influent care a pus bazele teoriei tensorilor în secolul trecut.)
20. Forma corectă a ecuaţiilor fost găsită şi de David Hilbert în noiembrie 1915, dar ideile fizice cuprinse în teorie aparţin toate numai lui Einstein.
21. Pentru acei care au cunoştinţe în acest domeniu, aceste ecuaţii diferenţiale sunt *identităţile Bianchi* în care sunt substituite ecuaţiile lui Einstein.
22. Există unele încercări de a ocoli aceste dificultăţi (dar nu prea satisfăcătoare), vezi Wheeler şi Feynman (1945).
23. Din punct de vedere strict matematic, termenul de "hipersuprafaţă" este mai adecvat decât cel de "suprafaţă", deoarece este tridimensională şi nu bidimensională.
24. *Teoreme* riguroase relative la aceste probleme ar fi extrem de utile şi interesante. Din păcate, în prezent, ele lipsesc.
25. În teoriile prezente ea este necalculabilă – teorii care dau un răspuns (provizoriu) deconcertant: infinită!

6

MAGIE ŞI MISTER CUANTIC

Le este necesară fizica cuantică filosofilor?

În fizica clasica se consideră că există o lume obiectivă" în afara" noastră, cea pe care o cunoaştem din experienţa noastră de toate zilele. Această lume evoluează într-un mod clar şi determinist, fiind guvernată de ecuaţii matematice formulate precis. Această imagine este adevărată atât pentru teoriile lui Maxwell şi Einstein, cât şi pentru concepţia newtoniană originală. Se consideră că realitatea fizică există independent de noi, iar modul exact în care lumea clasică "este" nu este influenţat de felul în care am putea noi alege să o privim. De altfel, şi corpul nostru, şi creierul nostru fac parte din această lume. De asemenea, se consideră că ambele evoluează conform aceloraşi ecuaţii clasice precise şi deterministe. Toate acţiunile noastre sunt fixate de aceste ecuaţii – indiferent de felul în care am putea considera că voinţa noastră conştientă poate influenţa comportamentul nostru.

Se pare că o astfel de imagine stă la baza celor mai importante[1] argumente filosofice cu privire la natura lumii reale, a percepţiilor noastre conştiente şi a voinţei noastre aparent libere. Unii dintre noi ar putea avea un sentiment de nelinişte la gândul că şi *fizica cuantică* ar trebui poate să aibă un rol în toate acestea. Fizica cuantică – această construcţie teoretică fundamentală dar incomodă a lucrurilor a luat naştere în primul sfert al acestui secol ca urmare a observării unor nepotriviri între comportarea lumii înconjurătoare şi descrierile fizicii clasice. Pentru mulţi, termenul de "fizică cuantica" evocă doar un concept vag al unui "principiu de incertitudine", care la nivel de particule, atomi sau molecule interzice precizia în descrierile noastre şi dă doar o comportare probabilisă. În realitate, descrierile cuantice *sunt* foarte precise, după cum vom vedea, deşi diferite radical de cele clasice, familiare. De altfel, vom constata, în ciuda părerii obişnuite contrare, că probabilităţile *nu apar* la nivelul cuantic, cel mai mic, al particulelor, atomilor sau moleculelor – acestea evoluează *determinist* – ci, se pare că intervin prin intermediul unei acţiuni misterioase la scară mai mare, legată de manifestarea unei lumi clasice pe care o putem percepe în mod conştient. Trebuie sa încercăm să înţelegem aceasta şi felul în care fizica cuantică ne obligă să ne schimbăm punctul de vedere asupra realităţii fizice.

La baza multor fenomene fizice la scară obişnuită stau efecte cuantice. Pentru a explica existenţa corpurilor solide, rezistenţa şi proprietăţile fizice ale materialelor, natura fenomenelor chimice, culorile substanţelor, fenomenele de îngheţare şi fierbere, acestea şi încă multe alte proprietăţi familiare, este necesară fizica cuantică. S-ar părea, de asemena, că fenomenul conştiinţei este ceva ce nu poate fi înţeles doar în termeni clasici. Poate că mintea omenească are proprietăţi ce îşi au rădăcinile într-o caracteristica neobişnuită şi minunată a acestor legi fizice care guvernează *în realitate* lumea în care trăim, proprietăţi care nu sunt doar caracteristici ale unui algoritm acţionat de aşa numitele "obiecte" ale unei structuri fizice *clasice*. Poate că într-un anumit sens, acesta este "motivul" pentru care noi, ca fiinţe raţionale, trebuie să trăim într-o lume cuantică şi nu într-una complet clasică, în pofida întregii bogăţii şi chiar al misterului, ce este deja prezent în universul clasic. S-ar putea oare *să fie necesară* o lume cuantică pentru ca din substanţa ei să se poată construi fiinţe dotate cu gândire şi percepţie precum suntem noi? O astfel de întrebare pare mai potrivită pentru un Dumnezeu ce intenţionează să construiască un univers încă nelocuit, decât pentru noi! Dar este importantă şi pentru noi. Dacă conştiinţa nu poate face parte dintr-o astfel de lume clasică, aceasta înseamnă că minţile noastre trebuie sa fie dependente, într-un fel, de anumite abateri de la fizica clasica. Aceatsa este o problemă la care voi reveni ulterior în această carte.

Dacă dorim să cercetăm mai îndeaproape unele dintre problemele principale ale filosofiei: cum *se comportă* lumea noastră şi din ce anume este constituită "mintea omenească" care ne reprezintă, în realitate, pe "noi", trebuie să ajungem să înţelegem fizica cuantică – cea mai exactă şi mai misterioasă dintre teoriile fizice. Totuşi, s-ar putea ca într-o zi ştiinţa să ne poată da o înţelegere *mai profundă* aspura Naturii decât o poate face fizica cuantică azi. Chiar fizica cuantica va fi înlocuită, după părerea mea, deoarece este inadecvată în unele aspecte esenţiale pentru a da o imagine completă a lumii în care trăim efectiv. Dar aceasta nu poate fi o scuză pentru noi: dacă dorim să putem înţelege problemele filosofice ce ni le-am propus, trebuie să înţelegem cum este reprezentată lumea de fizica cuantică existentă.

Din nefericire, diferiţi teoreticieni tind să aibă puncte de vedere foarte diferite (deşi echivalente din punct de vedere observaţional) asupra *realităţii* acestei reprezentări. Mulţi fizicieni, şi anume cei ce se consideră reprezentaţi de Niels Bohr, ar spune că nici *nu există* o reprezentare obiectivă. În realitate nu există nimic "în afara noastră", la nivel cuantic. Realitatea ia naștere, rezultă într-un fel sau altul, numai în relație cu rezultatele "măsurătorilor" noastre. Conform acestui punct de vedere, -fizica cuantică oferă doar un procedeu de calcul, și nu încearcă să descrie lumea așa cum "este" ea în realitate. Această atitudine față de teorie mi se pare prea defetistă și eu voi urma punctul de vedere mai pozitiv care atribuie o *realitate fizică obiectivă* descrierii cuantice, și anume: *starea cuantică*.

Există o ecuație foarte precisă, numită *ecuația Schrödinger*, ce dă evoluția temporală complet deterministă a acestei stări. Dar există ceva foarte ciudat în relația dintre starea cuantică ce evoluează în timp și comportarea reală observată a lumii fizice. Din timp in timp – ori de câte ori considerăm că s-a efectuat o "măsurătoare" – trebuie sa renunțăm la starea cuantică pe care am făcut-o să evolueze, și doar să o folosim la calculul diferitelor probabilități ca această stare "să efectueze un salt" într-una sau în alta din *noile* stări posibile dintr-un set de stări. Pe lângă ciudățenia acestui "salt cuantic" există problema de a decide ce anume înseamnă concret faptul de a se fi efectuat o "măsurătoare". Însuși aparatul de măsură este, la urma urmelor, format probabil din elemente constituente cuantice, și deci ar trebui sa evolueze, de asemenea, conform ecuației lui Schrödinger deterministe. Este necesară prezența unei ființe conștiente pentru a se efectua *efectiv* o "măsurătoare"? Consider că doar o mică minoritate dintre fizicienii adepți ai teoriei cuantice ar susține un astfel de punct de vedere. Probabil că observatorii umani sunt ei înșiși, de asemenea, construiți din părți constituente cuantice minuscule!

Ulterior vom examin în acest capitol, unele dintre consecințele neobișnuite ale acestui "salt" efectuat de starea cuantică – de exemplu, cum o "măsurătoare" efectuată într-un loc poate cauza producerea unui "salt" într-o regiune aflată la distanță! Vom întâlni și un alt fenomen neobișnuit: uneori două drumuri alternative pe care un obiect le poate alege la fel de bine, în cazul în care fiecare va fi traversat separat, se vor anula complet unul pe celălalt de îndată ce ambele vor fi permise împreună, și nu va mai putea fi traversat *nici unul* dintre ele! Vom examina, de asemenea, cum sunt descrise efectiv stările cuantice. Vom vedea cât de mult diferă aceste descrieri de cele clasice corespunzătoare. De exemplu, particulele pot părea să existe în două locuri diferite în același timp! De asemenea, vom începe să ne dăm seama cât de complicate sunt descrierile cuantice atunci când trebuiesc luate în considerare mai multe particule împreună. Se dovedește că particulele nu pot fi descrise fiecare individual, ci trebuiesc considerate ca suprapuneri complicate de aranjamente alternative ale tuturor împreună. Vom vedea ce anume înseamnă faptul că particule diferite de același tip nu pot avea identități separate una de alta. Vom examina, în amănunt, neobișnuita proprietate numită *spin* (care este în mod fundamental de natură cuantică). Vom examina importantele probleme ridicate de experimentul mintal al "pisicii lui Schrödinger", cât şi diferitele poziţii pe care teoreticienii le-au exprimat, în parte ca încercări de a rezolva această enigmă cu adevărat fundamentală.

S-ar putea ca o parte din materialul acestui capitol să nu fie chiar atât de uşor de înţeles, comparativ cu cel din capitolele precedente (sau următoarele), iar uneori să fie puţin prea tehnic. În descrierile mele am încercat să nu ocolesc problemele mai dificile şi va trebui să lucrăm ceva mai intens decât de obicei. Numai în acest fel vom putea ajunge la o înţelegere adevarătă a lumii cuantice. Atunci când un raţionament vă va rămâne neclar, vă sfătuiesc să insistaţi şi să încercaţi să sesizaţi construcţia în totalitatea ei. Dar nu disperaţi dacă se va dovedi că nu puteţi prinde întregul sens. Aceasta face parte din chiar natura subiectului!

Punctele slabe ale fizicii clasice

Ce anume ne face să spunem că fizica clasică nu descrie în întregime corect lumea noastră? Motivele principale sunt de natură experimentală. Fizica cuantică nu ne-a fost impusă de teoreticieni. Majoritatea au acceptat numai cu mare dificultate această concepţie neobişnuită şi în multe privinţe nesatisfăcătoare din punct de vedere filosofic despre lume. Totuşi, fizica clasică, în pofida superbei sale măreţii, conţine multe puncte slabe. Cauza principală a acestora constă în faptul că trebuie să coexiste două tipuri de obiecte fizice: *particule*, fiecare fiind descrisă de un număr mic (şase) *finit* de parametri (trei poziţii şi trei impulsuri) şi *câmpuri*, care necesita un numar *infinit* de parametri. Această dihotomie nu este consistentă din punct de vedere fizic. Pentru ca un sistem format atât din particule cât şi din câmpuri să fie în echilibru (adică "să rămână complet nemodificat") trebuie ca întreaga energie luată de la particule să se transfere câmpului. Acesta este un rezultat al fenomenului numit "echipartiţia energiei": la echilibru, energia este repartizată în mod egal între toate gradele de libertate ale sistemului. Deoarece câmpul posedă un număr infinit de grade de libertate, bietele particule nu rămân cu nimic!

În particular, atomii clasici ar trebui să nu fie stabili, deoarece întreaga energie înmagazinată în mişcarea particulelor ar trebui să fie transferată în moduri ale câmpului. Reamintesc modelul "planetar" al atomului introdus de marele fizician experimentator neozeelandez/britanic Ernest Rutherford în 1911. În locul planetelor sunt electronii ce se deplasează pe orbite, iar în locul Soarelui, nucleul central – totul la scară mică.

Întregul edificiu este ţinut de forţele electromagnetice, şi nu de cele gravitaţionale. O problemă fundamentală şi de o dificultate aparent de nedepăşit este că pe măsură ce un electron orbital se roteşte în jurul nucleului el ar trebui, conform ecuaţiilor lui Maxwell, să emită unde electromagnetice de o intensitate ce creşte rapid către infinit, într-o mică fracţiune de secundă, pe măsură ce se deplasează pe o spirală spre interior, ajungând în final să cadă pe nucleu!

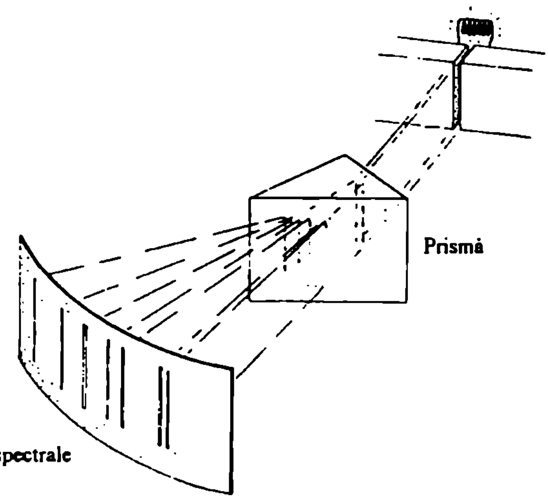


Fig. 6.1. Atomii dintr-un material încălzit emit lumină ce se constată că are în general doar anumite frecvenţe caracteristice. Diferitele frecvente pot fi separate folosindu-se o prismă, iar acestea formează la rândul lor liniile spectrale caracteristice ale atomilor.

Totuşi, nu se observăă nimic din toate astea. Ceea ce *se observă* în realitate, este complet inexplicabil pe baza fizicii clasice. Atomii pot emite unde electromagnetice (lumină) dar numai sub formă de "porţii" de scurtă durată, de frecvenţe discrete, caracteristice – *liniile spectrale în*guste care sunt observate (figura 6.1). De altfel, aceste frecvenţe satisfac reguli[2] "ad-hoc" care nu au nici o bază din punctul de vedere al fizicii clasice.

O altă manifestare a instabilităţii coexistenţei câmpurilor şi particulelor este fenomenul cunoscut sub numele de "radiaţia corpului negru". Să ne imaginăm un obiect ce se află la o temperatură oarecare, bine definită, pentru care radiaţia electromagnetică este în echilibru cu particulele din care este constituit. În anul 1900 Rayleigh şi Jeans au calculat că întreaga energie va fi absorbită de câmp – fără nici o limită! Aceasta este o absurditate din punct de vedere fizic (aşa numita "catastrofă ultravioletă": energia se transferă neîncetat câmpului, cu atât mai mult cu cât frecvenţa este mai mare). Dar Natura se comportă mai prudent. La frecvenţe *joase* ale câmpului, energia este aşa cum au prevăzut Rayleigh şi Jeans, dar la limita frecvenţelor *înalte*, acolo unde ei au prevăzut apariţia catastrofei, observaţia a arătat că distribuţia de energie *nu* creşte nelimitat, ci din contră, scade tinzând către zero pe măsură ce frecvenţa creşte. Energia are valoarea cea mai mare la o frecvenţă caracteristică (adică la o anumită culoare) pentru o temperatură dată; vezi figura 6.2. (Căldura roșie a vătraiului, sau căldura alb-gălbuie a Soarelui sunt, de fapt, două exemple familiare ale acestui efect).

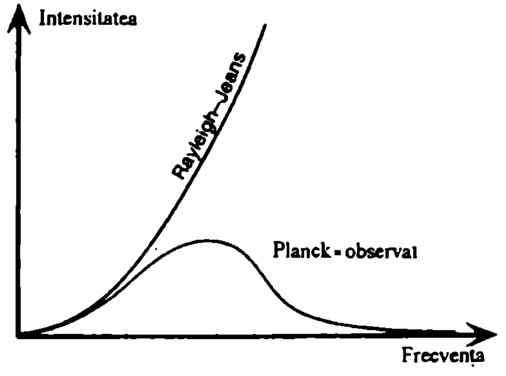


Fig.6.2. Neconcordanța dintre intensitatea radiației calculată clasic (Rayleigh-Jeans) a unui corp încălzit ("corp negru") și cea observată experimental l-a condus pe Planck către începuturile fizicii cuantice.

Începuturile fizicii cuantice

Cum pot fi rezolvate aceste probleme? Concepția newtoniană inițială despre particule *trebuie* evident suplimentată cu noțiunea de câmp introdusă de Maxwell. Se poate oare trece în extrema cealaltă și să se presupună că *totul* este de fapt câmp, particulele fiind "aglomerări" de dimensiuni mici, finite ale unui anumit fel de câmp? Dar și această imagine prezintă dificultăți deoarece, în acest caz, particulele își vor putea varia forma în mod continuu, oscilând și deformându-se în infinit de multe moduri diferite. Dar ceea ce se observă nu este deloc așa. În lumea fizică, toate particulele de același tip apar ca fiind *identice*. Oricare doi electroni, de exemplu, sunt exact identici unul cu celălalt. Chiar atomii sau moleculele pot exista doar în structuri diferite, distincte-discrete.[3] Dacă particulele *ar fi* și ele câmpuri, atunci ar fi necesară introducerea unui element nou care să permită câmpului să posede caracteristici discrete.

În 1900, strălucitul dar conservatorul și precautul fizician german Max Planck, a propus o idee revoluționară pentru a reduce modurile de înaltă frecvență ale "corpului negru", și anume: oscilațiile electromagnetice există doar în "cuante", iar între energia E și frecvența lor ν există o relație bine definită, dată de:

$$E = h\nu,$$

h fiind o nouă constantă fundamentală a Naturii, cunoscută azi sub numele de *constanta lui Planck*. Surprinzător, dar prin introducerea acestui element pe drept cuvânt şocant, Planck a putut da o formulare teoretică dependenţei observate a intensităţii cu frecvenţa – numită astăzi *legea lui Planck a radiaţiei* (constanta lui Planck este foarte mică după standardele obişnuite, şi anume, de aproximativ $6{,}6 \times 10^{-34}$ Joule secundă). Cu aceasta idee îndrăzneaţă, Planck a făcut să se întrevadă primele licăriri ale fizicii cuantice ce urma să apară, deşi ea s-a bucurat de o atenţie insuficientă până în momentul în care Einstein a făcut o altă propunere uimitoare: câmpul electromagnetic poate *exista* numai sub formă de astfel de unităţi discrete! Ne reamintim faptul că Maxwell şi Hertz arătaseră că *lumina* reprezintă oscilaţii ale câmpului electromagnetic. Astfel, conform interpretării lui Einstein lumina trebuie să fie în realitate *particule*, după cum şi Newton insistase cu peste două secole în urmă! (La începutul secolului al nouăsprezecelea, strălucitul teoretician şi experimentator englez Thomas Young a stabilit în mod clar că lumina este de natură ondulatorie.)

Cum este posibil ca lumina să posede atât o natură corpusculară cât şi una ondulatorie în acelaşi timp? Aceste două concepţii par a fi irevocabil opuse. Totuşi, unele rezultate experimentale au indicat în mod clar că lumina este de natură corpusculară iar altele că este de natură ondulatorie. În 1923, aristocratul francez şi perspicacele fizician, prinţul Louis de Broglie a făcut încă un pas înainte în lămurirea dilemei undă-particulă atunci când, în lucrarea sa de doctorat (pentru care s-a cerut acceptare de la Einstein!) a propus ideea că particulele de *materie* trebuie să se comporte uneori ca unde! Frecvenţa ν a undei propusă de de Broglie, pentru orice particulă de masă m, satisface şi ea relaţia lui Planck. Combinată cu relaţia lui Einstein $E = mc^2$, aceasta ne spune că ν este legată de m prin:

$$h\nu = E = mc^2$$

Astfel, conform propunerii lui de Broglie, dihotomia dintre particule şi câmpuri care fusese o caracteristică a fizicii clasice *nu* este respectată de Natură! Într-adevăr, orice oscilează cu o anumită frecvenţă ν poate exista *numai* în unităţi discrete de masă, $h\nu/c^2$. Natura izbuteşte cumva să construiască o lume armonioasă în care *particulele şi oscilaţiile-câmpului sunt acelaşi lucru*! Sau, altfel spus, lumea este constituită din ceva mai subtil, iar cuvintele "particulă" şi "undă" dau imagini ce sunt doar parţial adecvate.

Relaţiei lui Planck i-a fost dată o altă utilizare strălucită (în 1913) de către fizicianul danez Niels Bohr, figura dominantă a gândirii ştiinţifice a secolului al douăzecilea. Regulile lui Bohr cereau ca *momentul cinetic* (vezi paragraful despre dinamica lui Galileu şi Newton din capitolul 5) al electronului ce orbitează în jurul nucleului să ia doar valori ce sunt multipli întregi de $h/2\pi$, valori pentru care Dirac a introdus ulterior simbolul $\hbar$:

$$\hbar = h/2\pi.$$

Astfel, singurele valori permise pentru momentul cinetic (proiectat pe o axă oarecare) sunt:

$$0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar, 4\hbar, \ldots$$

Cu acest element *nou*, modelul "planetar" al atomului dă acum, cu o precizie considerabilă, multe din nivelele stabile discrete de energie, și din regulile pentru frecvențele liniilor spectrale pe care Natura le respectă în *realitate*, ce înainte păreau "fanteziste"!

Deși a avut urmări extraordinar de importante, strălucita propunere a lui Bohr a reprezentat, într-un fel, doar o teorie provizorie "de cârpeală" la care se face acum referire ca la "vechea fizică cuantică". Fizica cuantică așa cum o cunoaștem azi a luat naștere din două teorii ulterioare independente, ce au fost inițiate de o pereche de fizicieni remarcabili: unul german, Werner Heisenberg și altul austriac, Erwin Schrödinger. La început, cele doua teorii ale lor ("mecanica matricială" în 1925 și "mecanica ondulatorie" în 1926, respectiv) păreau a fi complet diferite, dar curând s-au dovedit a fi echivalente și au fost incluse într-un cadru mai cuprinzător și mai general, în principal de către marele fizician teoretician englez Paul Adrien Maurice Dirac. În continuare vom încerca să aruncăm o privire asupra acestei teorii și a extraordinarelor sale implicații.

Experimentul cu două fante

Să examinăm experimentul cuantic considerat ca "prototip", conform căruia un fascicul de electroni sau de lumină sau de alte specii de "particule-undă" este trimis printr-o pereche de fante înguste către un ecran situat în spatele lor (figura 6.3). Să alegem *lumina* și vom numi cuantele de lumină "fotoni", conform terminologiei obișnuite. Pe ecran se va obține cea mai evidentă manifestare a luminii sub formă de particule (adică, sub formă de fotoni). Lumina ajunge aici în unități de energie discrete, localizate, această energie fiind legată invariabil de frecvența luminii conform formulei lui Planck: $E = h\nu$ Niciodată energia primită nu este doar o "jumătate" de foton (sau orice altă fracțiune). Recepția luminii este un fenomen tot-sau-nimic în unități de fotoni. Întotdeauna se observă doar numere întregi de fotoni.

Totusi, pe măsură ce fotonii trec prin fante, se pare că apare o comportare *ondulatorie*. Să presupunem, pentru început, că este deschisă doar una dintre fante (cealaltă fiind blocată). După trecerea prin fantă, lumina va fi împrăștiată – prin fenomenul numit *difracție*, care este o caracteristică a propagării ondulatorii.

Din punctul de vedere al comportării corpusculare ne putem imagina că apropierea de marginile fantei exercită o influență care va face ca fotonii să fie deviați către o parte sau alta cu o valoare aleatoare. Când intensitatea luminii ce

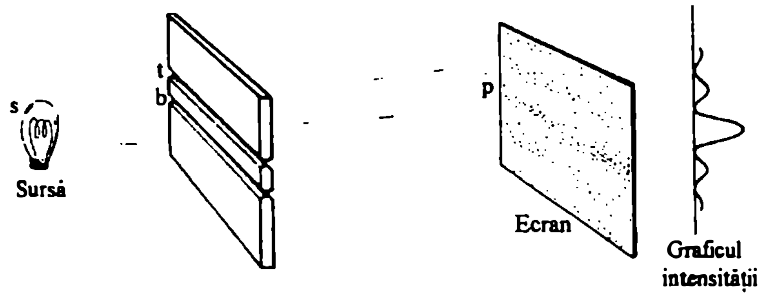


Fig. 6.3. Experimentul cu două fante, cu lumină monocromatică.

trece prin fantă este suficient de mare, adică atunci când numărul de fotoni este mare, iluminarea ecranului va apărea ca fiind foarte uniformă. Dar dacă intensitatea luminii este redusă foarte mult, se poate observa că distribuţia luminii este formată din puncte individuale – în concordanţă cu comportarea corpusculară – în care fotonii individuali ciocnesc ecranul. Aspectul uniform al iluminării este un efect statistic, datorat numărului mare de fotoni (vezi figura 6.4) (pentru comparaţie, un bec de şaizeci de waţi emite aproximativ 100 000 000 000 000 000 000 fotoni pe secundă). Într-adevăr, fotonii par a fi deviaţi într-un mod aleator la trecerea lor prin fantă – cu probabilităţi diferite pentru unghiuri diferite de deviere, dând distribuţia de iluminare observată.

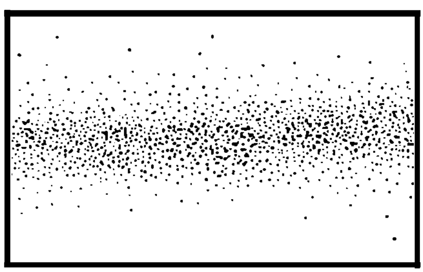


Fig. 6.4. Distribuţia intensităţii pe ecran atunci când este deschisă doar o fantă – o distribuţie de puncte mici discrete.

Dar, problema esenţială pentru comportarea corpusculară a luminii apare atunci când deschidem cealaltă fantă! Să presupunem că lumina provine de la o lampă de sodiu ce emite lumină galbenă, deci ce este o culoare pură, neamestecată – termenul tehnic fiind *monocromatic*, adică cu o lungime de undă sau frecvenţă bine definită, care în concepţia corpusculară înseamnă că toţi fotonii au aceeaşi energie. În cazul nostru, lungimea de undă este de aproximativ 5×10^{-7}m. Alegem fantele cu lăţimea de aproximativ 0,001mm, situate la 0,15 mm distanţă una de alta, iar ecranul la aproximativ un metru.

Pentru o intensitate a luminii suficient de mare vom obţine tot iluminarea obişnuită, dar acum pe ea se va suprapune o imagine cu *aspect ondulatoriu* numită *figură de_interferenţă*, care este formată din benzi de aproximativ trei milimetri lăţime la centrul ecranului (figura 6.5). Ne-am fi putut aştepta ca deschizând a doua fantă să dublăm pur şi simplu intensitatea iluminării ecranului. Într-adevăr, aceasta este situaţia dacă examinăm iluminarea *totală*. Dar acum *distribuţia* detaliată a intensităţii este complet diferită de aceea din cazul unei singure fante. În unele puncte de pe ecran – unde distribuţia are intensitate maximă – intensitatea iluminării este de *patru ori* cea de dinainte, nu doar de doua ori. În altele – unde figura este mai intunecată – intensitatea scade spre zero.

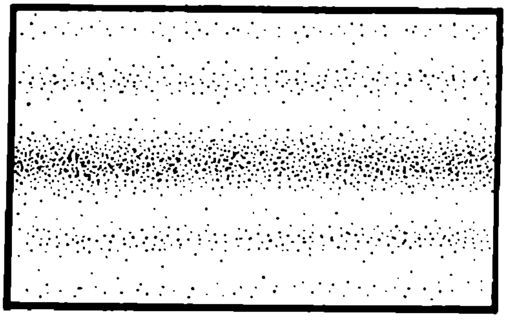


Fig. 6.5. Distribuţia intensităţii atunci când sunt deschise ambele fante – o distribuţie periodică de puncte discrete.

Punctele în care intensitatea este zero reprezintă probabil problema cea mai dificilă pentru concepţia corpusculară. Acestea sunt punctele în care un foton ar fi putut ajunge cel mai uşor atunci când era deschisă doar una dintre fante. Acum când am deschis-o şi pe cealaltă, se dovedeşte deodată că fotonul este într-un fel *împiedicat* să facă ceea ce putea face înainte. Cum este posibil ca oferind fotonului o cale *alternativă*, *să îl oprim* de la traversarea ambelor căi?

Cum este posibil ca un foton "să ştie" atunci când trece printr-una dintre fante dacă cealaltă este sau nu deschisă, de vreme ce la scara unui foton a doua fantă este la o distanţă cam de 300 de "dimensiuni-fotonice" de prima fantă, dacă luăm ca o măsură a "dimensiunii" sale lungimea sa de undă, (fiecare fantă având lăţimea de aproximativ două lungimi de undă) (vezi figura 6.6)? De fapt, nu exista, în principiu, o limită a distanţei la care cele două fante pot fi una de cealaltă pentru ca acest fenomen de "slăbire" sau de "întărire" să se producă.

În acest caz, s-ar părea că atunci când lumina trece prin fantă (sau fante) se comportă ca o *undă* şi nu ca o particulă! O astfel de slăbire – *interferenţă distructivă* este cunoscută ca o proprietate a undelor obişnuite. Dacă fiecare dintre cele două căi pot fi parcurse separat de o undă, și dacă *ambele* sunt disponibile pentru ea, atunci este foarte posibil ca ele să se anuleze reciproc.

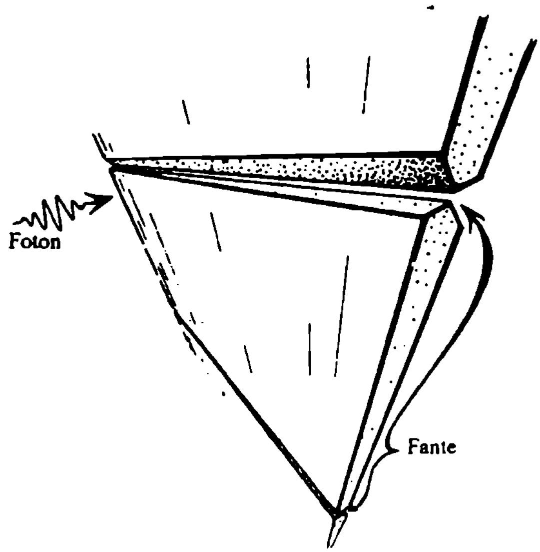


Fig. 6.6. Fantele din punctul de vedere al fotonului! Ce importanță poate avea pentru el dacă cea de a doua fantă, situată la o distanță de aproximativ 300 de "dimensiuni-fotonice", este deschisă sau închisă?

În figura 6.7 am arătat cum se realizează aceasta. Când o parte a undei ce vine printr-una dintre fante întâlnește o parte ce vine prin cealaltă, ele se vor "întări" reciproc dacă sunt "în fază" (adică dacă maximele celor două părți se produc împreună și dacă minimele se produc împreună), dar se vor anula reciproc dacă sunt exact "în opoziție de fază" (ceea ce înseamnă că una este la

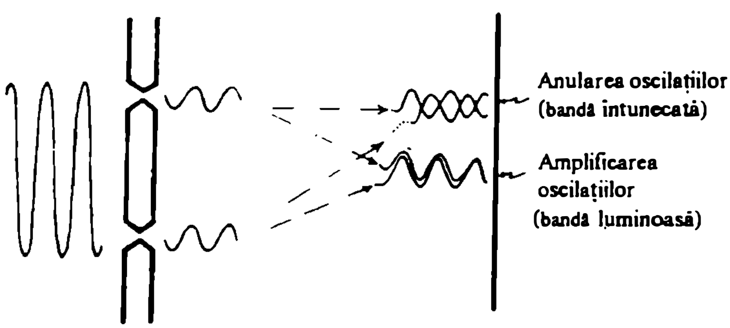


Fig 6.7. Folosind o interpretate complet ondulatorie putem înțelege, pe baza interferenței undelor, distribuția de benzi luminoase și întunecoase de pe ecran (deși nu și caracterul lor discret).

un maxim ori de câte ori cealaltă este la un minim). În experimentul cu cele două fante, locurile luminoase de pe ecran apar ori de câte ori distanţele până la cele două fante diferă cu un număr *întreg* de lungimi de undă, astfel încât maximele şi minimele vor avea loc împreună, iar locurile întunecate vor apărea atunci când diferenţele dintre cele două distanţe sunt exact la jumătatea dintre aceste valori, astfel încât un maxim se va întâlni cu un minim iar un minim cu un maxim.

Nu este nimic neobişnuit în faptul că o undă clasică macroscopică obişnuită trece în acelaşi moment prin două fante în acest mod. De fapt, o undă este doar o "perturbaţie" fie a unui mediu continuu (câmp) fie a unei substanţe compuse din nenumărate particule punctiforme. O perturbaţie ar putea trece parţial printr-o fantă şi parţial prin cealaltă. Dar aici lucrurile sunt foarte diferite: fiecare foton individual se comportă ca o undă complet independentă! Într-un anumit sens, fiecare particulă trece prin *ambele fante în acelaşi moment de timp* şi interferă cu ea *însăşi*! Deoarece micşorând intensitatea luminii suficient, putem să ne asigurăm că in preajma fantelor nu trece mai mult de un foton o dată. Fenomenul interferenţei distructive, prin care două căi alternative pentru foton reuşesc într-un fel sau altul să se anuleze una pe cealaltă ca posibilităţi realizate, este ceva ce se aplică fiecărui foton *în parte*. Dacă doar una dintre cele două căi este deschisă pentru foton, atunci fotonul va putea parcurge această cale. Dacă doar cealaltă cale este deschisă, atunci fotonul o va putea parcurge pe aceasta în schimb. Dacă *ambele* sunt deschise pentru el, atunci cele două posibilităţi se anulează una pe cealaltă, în mod miraculos, şi fotonul pare că nu este capabil să parcurgă pe nici una din ele!

Cititorul ar trebui să-şi ia un răgaz pentru a analiza semnificaţia acestui fapt extraordinar. Nu trebuie să înţelegem de aici că lumina se comportă uneori ca particule iar alteori ca unde, ci că *fiecare particulă individuală* se comportă ondulatoriu complet independent, iar *diferitele posibilităţi alternative deschise unei particule se pot uneori anula reciproc*!

Oare, în realitate, fotonul se împarte în două şi trece parţial printr-una dintre fante şi parţial prin cealaltă? Majoritatea fizicienilor vor obiecta în faţa acestei formulări. Ei vor insista asupra faptului că, de vreme ce cele două căi sunt deschise pentru particulă, ambele trebuie să contribuie la efectul final, ele fiind doar căi *alternative*, şi nu trebuie să considerăm că particula se împarte în două pentru a trece prin fante. Ca argument suplimentar pentru faptul că particula nu trece parţial printr-o fantă şi parţial prin cealaltă, putem analiza cazul modificat în care se plasează un *detector de particule* la una sau la cealaltă dintre fante. Deoarece atunci când este observat un foton – sau orice altă particulă – el apare întotdeauna ca un tot şi nu ca o fracţiune oarecare a unui întreg, înseamnă că şi în cazul nostru detectorul fie va detecta un foton întreg, fie nici un foton. Totuşi, atunci când detectorul este prezent la una dintre fante astfel ca un observator să poată *spune* prin care fantă a trecut fotonul, figura de interferenţă de pe ecran cu maxime şi minime dispare. S-ar părea că pentru ca interferenţa să se producă, trebuie "să nu ştim precis" prin care dintre fante a trecut "efectiv" particula.

Pentru a se obţine interferenţă trebuie ca *ambele* alternative să contribuie, uneori "adunându-se" - întărindu-se una pe alta cu o mărime care este dublul aceleia la care ne-am fi aşteptat – iar uneori "scăzându-se" – astfel că alternativele se pot "anula" în mod misterios una pe celalaltă. De fapt, conform regulilor mecanicii cuantice, ceea ce se petrece este chiar mai misterios decât aceasta! Alternativele se pot într-adevăr aduna (punctele cele mai luminoase de pe ecran); şi alternativele se pot într-adevăr scădea (punctele întunecate); dar ele trebuie şi să se poată combina împreună în alte combinaţii neobişnuite, ca de exemplu:

"alternativa A" plus $i \times$ "alternativa B",

unde "i" este "rădăcina pătrată a lui minus unu" ($= \sqrt{-1}$) pe care l-am întâlnit în capitolul 3 (în puncte de pe ecran ce au intensitate intermediară). De fapt, *oricare număr complex* poate juca un astfel de rol în "combinarea alternativelor"!

Poate că cititorul îşi aminteşte avertismentul meu din capitolul 3, şi anume că numerele complexe sunt "absolut fundamentale pentru mecanica cuantică". Aceste numere nu sunt doar fineţuri matematice. Ele s-au impus atenţiei fizicienilor datorită unor rezultate experimentale convingătoare şi neaşteptate. Pentru a înţelege mecanica cuantică trebuie să ne familiarizăm cu ponderile formate din numere complexe. Să le analizăm în continuare.

Amplitudini de probabilitate

În descrierile de mai sus nu am folosit în mod special fotoni. Am fi putut folosi, la fel de bine şi electroni sau orice alt fel de particule, şi chiar atomi întregi. Regulile din mecanica cuantică par chiar să insiste asupra faptului că şi mingile de cricket* şi elefanţii ar trebui să se comporte în acest mod neobişnuit, în care diferitele posibilităţi alternative se pot "aduna" în combinaţii cu coeficienţi formaţi din numere complexe! Totuşi nu *vedem* niciodată astfel de combinaţii neobişnuite de mingi de cricket sau de elefanţi. Oare de ce? Aceasta este o problemă dificilă şi chiar controversată şi nu doresc să o abordez încă. Pentru moment, ca o regulă de lucru, să presupunem doar că există două nivele posibile diferite de descriere a realităţii fizice, pe care le vom numi *nivelul*

* Cititorii americani nefamiliarizaţi cu termenul de "minge de cricket" îl vor citi ca "bizara versiune engleză a mingii de baseball".

cuantic şi *nivelul clasic*. Vom folosi aceste combinaţii neobişnuite de numere complexe doar la nivelul cuantic. Mingiile de cricket şi elefanţii sunt obiecte ce aparţin nivelului clasic.

Nivelul cuantic este nivelul moleculelor, atomilor, particulelor subatomice etc. În mod normal este considerat a fi un nivel al fenomenelor la "scară foarte mică", dar această "micime" nu se referă în realitate la dimensiunea fizică. Vom vedea că efectele cuantice se pot manifesta pe distanţe de mulţi metri sau chiar de ani lumină. Ar fi ceva mai aproape de sensul exact dacă am considera că ceva este "la nivelul cuantic" dacă presupune doar diferenţe foarte mici de energie. (Voi încerca sa fiu mai precis ulterior, în special în capitotul 8, paragraful despre când se reduce vectorul de stare). Nivelul clasic este nivelul "macroscopic" de care suntem conştienţi în mod mai direct. Este un nivel pentru care este valabilă imaginea noastră obişnuită despre "cum anume se petrec lucrurile", şi pentru care putem folosi ideile noastre obişnuite de probabilitate. Vom vedea că numerele complexe pe care va trebui să le folosim la nivel cuantic sunt strâns legate de probabilităţile clasice. Nu sunt chiar la fel, dar pentru a ne familiariza cu aceste numere complexe, este util pentru început să ne remintim cum se comportă probabilităţile clasice.

Să analizăm o situaţie clasica care este *incertă*, astfel încât nu ştim care dintre cele două alternative A sau B va avea loc. O astfel de situaţie ar putea fi descrisă ca o combinaţie "ponderată" a acestor alternative:

$$p \times \text{"alternativa A"} \quad \text{plus} \quad q \times \text{"alternativa B"},$$

unde p este *probabilitatea* ca A să se producă iar q este probabilitatea ca B să se producă. (Reamintesc că o probabilitate este un număr real situat între 0 şi 1. Probabilitatea 1 înseamnă "certitudine de a se produce" iar probabilitatea 0 înseamnă "certitudine de a nu se produce". Probabilitatea 1/2 înseamnă "egal de probabil de a se produce sau de a nu se produce"). Dacă A şi B sunt *singurele* alternative, atunci suma celor două probabilităţi trebuie să fie 1:

$$p + q = 1.$$

Totuşi, dacă există şi alte alternative, această sumă ar putea fi mai mică decât 1. Atunci, raportul $p{:}q$ va da *raportul* dintre probabilitatea ca A să se producă şi probabilitatea ca B să se producă. Probabilitatea efectivă ca A să se producă şi ca B să se producă, atunci când luăm în considerare doar aceste două alternative, va fi $p/(p + q)$ şi $q/(p + q)$ respectiv. Am putea folosi o astfel de interpretare şi dacă $p + q$ este mai mare decât 1. (Aceasta ne-ar putea folosi, de exemplu, ori de câte ori am avea un experiment care este efectuat de multe ori, p fiind numărul de cazuri în care rezultă "A", iar q numărul în care rezultă"B").

Spunem că p și q sunt *normate* dacă $p + q = 1$, în care caz ele vor da probabilitățile efective, și nu doar raportul probabilităților.

În fizica cuantică vom face ceva ce *aparent* este foarte similar cu aceasta, cu deosebirea că p și q vor fi în acest caz numere *complexe* – pe care prefer să le notez prin w și z, respectiv.

$w \times$ "alternativa A" plus $z \times$ "alternativa B".

Cum trebuie să interpretăm pe w și z? Este cert că ele nu sunt probabilități obișnuite (sau rapoarte de probabilități) deoarece fiecare poate fi în mod independent un număr negativ sau complex, dar ele se comportă în multe privințe ca probabilități. Sunt cunoscute ca *amplitudini de probabilitate* sau mai simplu *amplitudini* (atunci când sunt normate – vom vedea ulterior). De altfel, adesea se folosește o terminologie din limbajul probabilităților, ca de exemplu: "există o amplitudine w ca A să se realizeze și o amplitudine z ca B să se realizeze". Ele *nu sunt* de fapt probabilități, dar pentru moment vom încerca să le considerăm că sunt – sau altfel spus, că sunt analogul la nivel cuantic al probabilităților.

Să facem cunoștință cu noțiunea obișnuită de probabilitate. Ne va fi mai ușor dacă am alege ca exemplu un obiect macroscopic, de exemplu, o minge care este aruncată printr-unul din cele două orificii către un ecran ce se află în spate – ca și în experimentul cu două fante descris mai înainte (figura 6.3), dar în care fotonul din descrierea anterioară este înlocuit cu o minge macroscopică clasică. Există o anumită probabilitate $P(s,t)$ pentru ca mingea să ajungă la orificiul de sus t după ce este aruncată din s, și o anumită probabilitate $P(s,b)$ ca ea să ajungă la orificiul b de jos. De altfel, dacă alegem un punct anumit p pe ecran, va exista o anumită probabilitate $P(t,p)$ pentru ca ori de câte ori mingea *trece* prin t să ajungă în punctul ales p de pe ecran și o anumită probabilitate $P(b,p)$ ca ori de câte ori trece prin b să ajungă în p. Dacă este deschis doar orificiul superior t, atunci pentru a obține probabilitatea ca mingea să ajungă în p via t, înmulțim probabilitatea de a ajunge de la s la t cu probabilitatea de a ajunge de la t la p:

$$P(s,t) \times P(t,p).$$

Similar, dacă este deschis doar orificiul inferior, atunci probabilitatea ca mingea să ajungă de la s la p este:

$$P(s,b) \times P(b,p).$$

Dacă sunt deschise *ambele* orificii, probabilitatea ca ea să ajungă de la s la p via t este tot prima expresie $P(s,t) \times P(t,p)$, ca și când ar fi deschis doar t iar probabilitatea de a ajunge de la s la p *via* b este tot $P(s,b) \times P(b,p)$ astfel că probabilitatea *totală* $P(s,p)$ ca ea să ajungă în p plecând din s este *suma* celor două:

$$P(s,p) = P(s,t) \times P(t,p) + P(s,b) \times P(b,p).$$

La nivel *cuantic*, regulile sunt exact aceleaşi, cu diferenţa că acum rolul probabilităţilor este jucat de aceste neobişnuite *amplitudini* complexe. Astfel, în experimentul cu cele două fante analizat anterior, avem o amplitudine $A(s,t)$ pentru ca un foton să ajungă la fanta superioară t pornind de la sursa s, şi o amplitudine $A(t,p)$ pentru ca el să ajungă în punctul p de pe ecran pornind de la fanta t, şi le înmulţim pe acestea două pentru a obţine amplitudinea:

$$A(s,t) \times A(t,p),$$

pentru ca fotonul să ajungă pe ecran în p via t. Ca şi în cazul probabilităţilor, aceasta este amplitudinea corectă, presupunând că fanta superioară este deschisă, indiferent dacă fanta inferioară b este deschisă sau nu. Similar, presupunând că b este deschisă, există o amplitudine

$$A(s,b) \times A(b,p)$$

pentru ca fotonul să ajungă în p din s via b (indiferent dacă t este sau nu deschisă). Dacă ambele fante sunt deschise, avem o amplitudine totală:

$$A(s,p) = A(s,t) \times A(t,p) + A(s,b) \times A(b,p)$$

pentru ca fotonul să ajungă în p din s.

Toate acestea sunt foarte bune şi frumoase, dar nu ne sunt de prea mare folos dacă nu ştim cum să interpretăm aceste amplitudini atunci când dorim ca un efect cuantic să fie mărit până ce va atinge nivelul clasic pentru a putea fi observat. Am putea, de exemplu, folosi un detector de fotoni, sau o *fotocelulă* plasată în punctul p, care este un mijloc de a amplifica un eveniment de la nivelul cuantic – sosirea unui foton în punctul p – până la un efect observabil clasic, să spunem un "clic" audibil. (Dacă ecranul acţionează ca o placă fotografică, astfel încât fotonul să poată produce un punct luminos, este la fel de bun, dar pentru claritate să rămânem la folosirea fotocelulei.) Pentru producerea "clicului" trebuie să existe o *probabilitate* efectivă, nu doar una din aceste "amplitudini" misterioase! Cum putem trece de la amplitudini la probabilităţi atunci când trecem de la nivelul cuantic la cel clasic? Se constată că pentru aceasta există o regulă foarte frumoasă dar misterioasă.

Regula este că pentru a obţine probabilitatea clasică, trebuie să luăm *modulul pătrat* al amplitudinii cuantice complexe. De ce "modulul pătrat"? Să ne reamintim descrierea numerelor complexe din planul Argand (cap. 3 paragraful despre numere complexe). *Modulul* $|z|$ al unui număr complex z este distanța de la origine – adică de la punctul 0 – a punctului descris de z. Modulul pătrat $|z|^2$ este pătratul acestui număr. Astfel, dacă

$$z = x + \mathrm{i}y,$$

unde x și y sunt numere reale, atunci (folosind teorema lui Pitagora, deoarece distanța de la 0 la z este ipotenuza triunghiului dreptunghic $0,x,z$) modulul pătrat căutat este

$$|z|^2 = x^2 + y^2.$$

Observăm că pentru ca aceasta să fie o probabilitate "normată", valoarea lui $|z|^2$ trebuie să fie situată undeva între 0 și 1. Aceasta înseamnă că pentru o amplitudine normată corect, punctul z din planul Argand trebuie să se găsească undeva în *cercul unitate* (vezi figura 6.8).

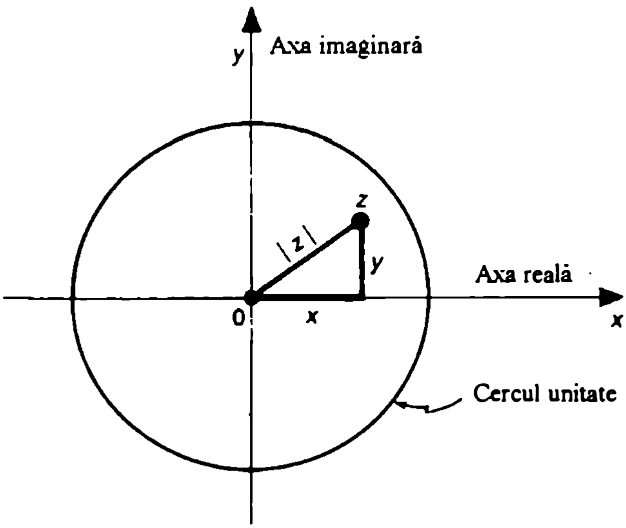


Fig. 6.8. O amplitudine de probabilitate reprezentată ca un punct z în interiorul cercului unitate din planul Argand. Pătratul distanței $|z|^2$ de la centru poate deveni o probabilitate efectivă atunci când efectele sunt amplificate până la nivelul clasic.

S-ar putea ca uneori, să avem de analizat combinațiile:

$$w \times \text{alternativa A} + z \times \text{alternativa B},$$

unde w și z sunt doar *proporționale* cu amplitudinile de probabilitate și deci ele nu trebuie să se afle în acest cerc. Condiția ca ele sa fie *normate* (și deci să reprezinte amplitudini de probabilitate efective) este ca suma *pătratelor modulelor* lor să fie egală cu unitatea:

$$|w|^2 + |z|^2 = 1.$$

Dacă nu sunt normate astfel, atunci amplitudinile pentru A şi pentru B respectiv, sunt: $w/\sqrt{(|w|^2+|z|^2)}$ şi $z/\sqrt{(|w|^2+|z|^2)}$ care *se găsesc* în cercul unitate.

Vedem acum că o amplitudine de probabilitate nu este chiar o probabilitate; seamănă mai mult cu "rădăcina pătrată complexă" dintr-o probabilitate. Cum influenţează aceasta lucrurile atunci când efectele de la nivelul cuantic sunt amplificate astfel ca să atingă nivelul clasic? Lucrând cu probabilităţi şi amplitudini trebuie uneori să le înmulţim iar alteori să le adunăm. Primul lucru de reţinut este că operaţia de *înmulţire* nu pune nici o problemă la trecerea de la regulile cuantice la cele clasice. Şi aceasta datorită proprietăţii matematice remarcabile că modulul pătrat al produsului a două numere complexe este egal cu produsul modulelor lor pătratice:

$$|zw|^2 = |z|^2\,|w|^2.$$

(Această proprietate rezultă imediat din reprezentarea geometrică a produsului a două numere complexe dată în cap. 3; dar în termeni de părţi reale şi imaginare $z = x + iy$, $w = u + iv$, totul este un mic miracol foarte simpatic. Încercaţi!)

Aceasta înseamnă că, dacă în experimentul cu cele doua fante, pentru o particulă este deschisă doar o singură cale, adică dacă este deschisă numai o singură fantă (să spunem *t*), atunci vom putea raţiona "clasic" şi în acest caz probabilităţile vor fi aceleaşi indiferent dacă se face o detecţie suplimentară a particulei în punctul intermediar (în *t*)*. Putem lua modulul pătrat pentru fiecare etapă sau numai la sfârşit, adică

$$|A(s,t)|^2 \times |A(t,p)|^2 = |A(s,t) \times A(t,p)|^2,$$

şi probabilitatea rezultantă va fi aceeaşi în ambele moduri.

Totuşi, dacă există mai mult de o cale posibilă (adică dacă sunt deschise ambele fante) va trebui să formăm o *sumă* şi acesta este momentul în care încep să intervină aspectele cuantice caracteristice. Când formăm modulul pătrat al sumei $w + z$, a două numere complexe w şi z, de obicei *nu obţinem* suma modulelor lor pătrate separate, ci există un "termen de corecţie" suplimentar:

---

* Această detecţie trebuie făcută astfel încât să nu fie perturbată trecerea particulei prin *t*. Aceasta s-ar putea realiza plasând detectori în jurul lui *s dar nu şi în jurul lui t*, şi trăgând apoi concluzia că particula a trecut prin *t* dacă la aceşte detectori *nu se va auzi* un clic!

$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2\,|w|\,|z|\cos\theta.$$

Aici, θ este unghiul la origine pe care perechea de puncte z și w îl subîntind în planul Argand (vezi figura 6.9). (Reamintesc că într-un triunghi dreptunghic, raportul dintre "latura alăturată și ipotenuză" este cosinusul unghiului. Cititorul care nu este obișnuit cu formula de mai sus poate încerca să o deducă folosind reprezentarea geometrică introdusă în capitolul 3. De fapt, aceasta formulă nu este decât obișnuita "regulă a cosinusului", doar ușor deghizată!) Acest termen

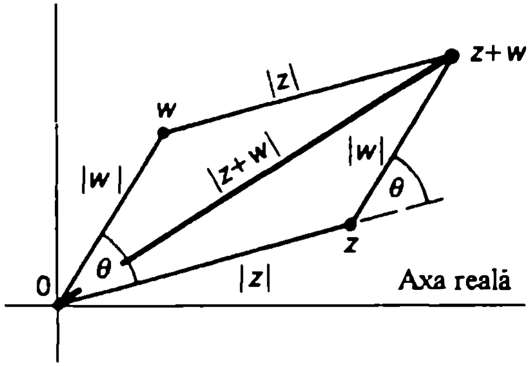


Fig. 6.9. Reprezentarea geometrică a termenului de corecție $2\,|w|\,|z|\cos\theta$ al modulului pătrat al sumei celor două amplitudini.

de corecție $2\,|w|\,|z|\cos\theta$ este cel ce reprezintă *interferența cuantică* dintre alternativele cuantice. Valoarea lui $\cos\theta$ este situată între -1 și 1. Dacă $\theta = 0°$ avem $\cos\theta = 1$ și deci cele două alternative se vor întări una pe cealaltă astfel că probabilitatea va fi mai mare decât suma probabilităților individuale. În cazul când $\theta = 180°$ avem $\cos\theta = -1$ și deci cele două alternative vor tinde să se anuleze una pe cealaltă, dând o probabilitate totală mai mică dacât suma celor individuale (interferență distructivă). Dacă $\theta = 90°$ avem $\cos\theta = 0$ și se va obține o situație intermediară în care cele două probabilități se vor aduna. Pentru sisteme mari sau complicate, termenii de corecție se "mediază" în general – deoarece valoarea "medie" a lui $\cos\theta$ este zero – și astfel se vor obține regulile obișnuite ale probabilităților clasice! Dar la nivel cuantic acești termeni dau efecte de interferență importante.

Să revenim la experimentul cu cele două fante pentru cazul când ambele fante sunt deschise. Amplitudinea ca fotonul să ajungă în punctul p este o *sumă* $w + z$, în care:

$$w = A(s,t) \times A(t,p) \qquad \text{și} \qquad z = A(s,b) \times A(b,p).$$

În punctele *cele mai luminoase* de pe ecran avem $w = z$ ($\cos\theta = 1$) de unde:

$$|w + z|^2 = |2w|^2 = 4\,|w|^2$$

care este de patru ori probabilitatea $|w|^2$ din cazul în care este deschisă doar fanta superioară – și deci de *patru ori* intensitatea din cazul în care există un număr mare de fotoni, în concordanță cu observația. În punctele *întunecate* de pe ecran avem $w = -z$ (deci $\cos\theta = -1$) de unde

$$|w+z|^2 = |w-z|^2 = 0,$$

adică este *zero* (interferență distructivă!), din nou în concordanță cu observația. În punctele riguros intermediare avem $w = iz$ sau $w = -iz$ (deci $\cos\theta = 0$) de unde:

$$|w+z|^2 = |w \pm iw|^2 = |w|^2 + |w|^2 = 2|w|^2$$

dând *de două ori* intensitatea din cazul unei singure fante (care corespunde cazului particulelor clasice). La sfârșitul paragrafului următor vom vedea cum se calculează pozițiile în care se află pe ecran punctele luminoase, întunecate și intermediare.

Trebuie să mai facem o ultimă remarcă. Când sunt deschise ambele fante, amplitudinea ca particula să ajungă în p via t este $w = A(s,t) \times A(t,p)$, dar nu putem interpreta modulul ei pătrat $|w|^2$ ca fiind probabilitatea ca particula să fi trecut "efectiv" prin fanta superioară pentru a ajunge în p. Aceasta ne-ar fi dus la răspunsuri lipsite de sens, mai ales dacă p ar fi situat într-un loc întunecat de pe ecran. Dar dacă am dori să "detectăm" prezența fotonului în punctul t, amplificând efectele prezenței (sau absenței) lui *în* t până la nivelul clasic, atunci *putem* folosi $|A(s,t)|^2$ ca fiind probabilitatea ca fotonul să fie prezent efectiv în t. Dar un astfel de mod de a detecta va face să dispară imaginea cu aspect periodic. Pentru a se produce interferență, trebuie să ne asigurăm că trecerea fotonului prin fante *rămâne la nivel cuantic*, astfel încât cele două căi alternative să contribuie *amândouă* și să se poată anula reciproc uneori. La nivel cuantic căile alternative individuale posedă doar amplitudini, nu probabilități.

Starea cuantică a unei particule

Ce fel de imagine asupra "realității fizice" avem deci la nivel cuantic, dacă "diferitele posibilități" alternative deschise unui sistem trebuie să poată coexista întotdeauna, împreună cu aceste ciudate ponderări formate din numere complexe? Mulți fizicieni nici nu mai speră să găsească vreodată o astfel de imagine. Ei pretind, în schimb, că le este cu totul suficient punctul de vedere conform căruia fizica cuantică oferă doar un procedeu de calcul al probabilităților și nu o imagine obiectivă a lumii fizice. Unii afirmă că fizica cuantică susține că nici nu este posibilă o imagine obiectivă: cel puțin nici una care să fie în concordanță cu rezultatele experimentale. În ceea ce mă privește, eu consider ca acest pesimism este cu totul nejustificat. În orice caz, ar fi prematur ca pe baza celor discutate până acum să adoptăm un astfel de punct de vedere. Ulterior ne vom întâlni cu unele dintre implicațiile cele mai surprinzătoare ale efectelor cuantice și poate vom începe să apreciem mai bine motivele acestei descurajări. Dar, pentru moment, să continuăm mai optimist și să încercăm să înțelegem problemele pe care le ridică interpretarea realității dată de fizica cuantică.

Această imagine a realității fizice este cea pe care ne-o dă *starea cuantică*. Să ne oprim doar asupra unei particule cuantice. Din punct de vedere clasic, o particulă este determinată de poziția sa în spațiu, iar pentru a ști ce se va petrece cu ea în continuare va trebui să știm și viteza sa (sau, în mod echivalent, impulsul său). În mecanica cuantică, *fiecare dintre pozițiile* pe care le-ar putea avea o particulă este doar o "alternativă" posibilă. Am văzut că toate alternativele trebuie să fie combinate împreună într-un fel sau altul, cu aceste ponderi formate din numere complexe. Acest ansamblu de ponderi complexe descrie starea cuantică a unei particule. În mecanica cuantică, se folosește pentru acest ansamblu de ponderi litera grecească ψ (pronunțată "psi") considerată ca o funcție complexă de poziție – numită *funcția de undă* a particulei. Această funcție de undă are o valoare caracteristică pentru fiecare poziție x, notată $\psi(x)$, care este amplitudinea ca particula să fie în punctul x. Putem folosi doar litera ψ pentru a denumi starea ca un tot. Eu sunt adeptul punctului de vedere conform căruia *realitatea fizică* a localizării particulei este într-adevăr, starea sa cuantică ψ.

Cum ne putem imagina funcția complexă ψ? Este destul de dificil să ne-o imaginăm tridimensional, așa că vom începe prin a simplifica puțin lucrurile și vom presupune că particula este obligată să se situeze doar pe o dreaptă – unidimensională – să spunem pe axa x a unui sistem de coordonate obișnuit (cartezian). Dacă ψ ar fi fost o funcție reală, atunci ne-am fi putut imagina o "axă y" perpendiculară pe "axa x" și am fi putut face *graficul* lui ψ (vezi figura 6.10 a). Totuși, aici avem nevoie de o "axă y complexă" – deci de un plan Argand – pentru a descrie valoarea funcției *complexe* ψ. Pentru aceasta, ne putem imagina alte două dimensiuni spațiale: să spunem direcția y din spațiu pentru axa *reală* a acestui plan Argand și direcția z pentru axa *imaginară*. Pentru a avea o imagine exactă a funcției de undă, putem reprezenta $\psi(x)$ ca un punct în acest plan Argand (adică în planul (y,z) prin fiecare poziție de pe axa x). Când x variază, va varia și acest punct, iar traiectoria sa va descrie o curbă în spațiu, curbă care se înfășoară în jurul axei x (vezi figura 6.10b). Numim această curbă: *curba-*ψ a particulei. Probabilitatea de a găsi particula într-un anumit punct x, dacă în acest punct ar fi plasat un detector de particule, se obține formând modulul pătrat al amplitudinii $\psi(x)$,

$$|\psi(x)|^2,$$

care este pătratul distanței curbei-ψ de la axa x.*

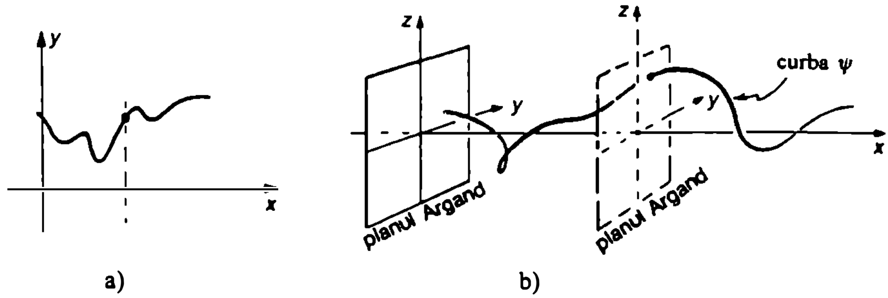


Fig. 6.10. (a) Dependența unei funcții reale de o variabilă reală x.
(b) Dependența unei funcții complexe ψ de o variabilă reală x.

Pentru a forma o imagine completă a funcției de undă în întregul spațiu fizic tridimensional, ar fi necesare *cinci* dimensiuni: trei dimensiuni pentru spațiul fizic plus alte două în planul Argand, pentru fiecare punct în care dorim să reprezentăm ψ(x).* Imaginea noastră simplificată ne este totuși utilă. Dacă dorim să examinăm comportarea funcției de undă după o direcție arbitrară din spațiul fizic o putem face pur și simplu luând axa x în lungul direcției alese și folosind celelalte două direcții spațiale pentru a forma planele Argand necesare. Aceasta ne va ajuta la înțelegerea experimentului cu cele două fante.

După cum am menționat anterior, în fizica clasică trebuie să cunoaștem viteza (sau impulsul) unei particule pentru a determina ce se va întâmpla în continuare. Fizica cuantică ne permite o economie remarcabilă. Funcția de undă ψ conține *deja* diferitele amplitudini ale diferitelor impulsuri posibile! (S-ar putea ca unii cititori să se declare nemultumiți, având în vedere cât de mult a trebuit să complicăm imaginea clasică a unei particule punctuale. Deși am multă simpatie pentru astfel de cititori, i-aș avertiza să prețuiască fărâmiturile primite deoarece abia de acum va urma greul!) Cum anume sunt determinate

---

* Aici ne întâlnim cu o dificultate tehnică deoarece probabilitatea efectivă de a găsi o particulă într-un punct *bine precizat* ar fi zero. În schimb, ne referim la) $|\psi(x)|^2$ ca definind o *densitate de probabilitate*; adică definim probabilitatea de a găsi particula într-un anumit interval de dimensiune mică fixată, situat în jurul punctului dat. Astfel, $\psi(x)$ definește o *densitate de amplitudine* și nu doar o amplitudine.

amplitudinile vitezei de ψ? De fapt, este mai bine să gândimn termeni de amplitudini ale impulsului. (Reamintesc că impulsul este viteza înmulțită cu masa particulei; vezi capitolul 5, paragraful depre dinamica lui Galilei și Newton). Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să facem așa numita *analiză armonică* a funcției ψ. Nu este locul aici să o explic mai în detaliu, dar aceasta este strâns legată de ceea ce se face în cazul sunetelor muzicale. Orice undă poate fi descompusă într-o sumă de "armonice" diferite (de aici termenul de "analiză armonică") care sunt tonurile pure de diferite înălțimi (adică diferite frecvențe pure). În cazul unei funcții de undă ψ, "tonurile pure" corespund diferitelor valori posibile ale impulsului pe care le poate avea particula; iar mărimea contribuției fiecărui "ton pur" la ψ dă amplitudinea acestei valori a impulsului. "Tonurile pure" reprezintă *stări ale impulsului.*

Ce anume face ca o stare a impulsului să semene cu o curbă-ψ? Curba seamănă cu un *șurub,* iar în matematică poartă numele de *curbă elicoidală* (figura 6.11).* Acele curbe elicoidale care sunt spiralate strâns corespund unor impulsuri mari, iar acelea ce sunt spiralate foarte larg – unor impulsuri foarte mici.

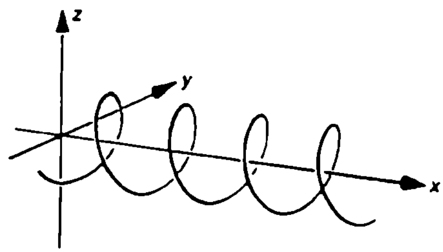


Fig. 6.11. Unei stări a impulsului îi corespunde o curbă-ψ care este o curbă elicoidală.

Există un caz limită pentru care nu există nici o spiră, iar curba-ψ este o linie dreaptă: este cazul impulsului egal cu zero. Celebra *relație a lui Planck* se regăsește implicit aici. Spiralare strânsă înseamnă lungime de undă mică și *frecvență* înaltă și deci impuls mare și *energie* mare; spiralare largă înseamnă frecvență joasă și energie mică, energia E fiind întotdeauna proporțională cu frecvența ν ($E=h\nu$). Dacă planele Argand au o orientare normală (adică cu axele x, y, z orientate ca mai sus, formând un triedru drept), atunci impulsurile ce au sensul pozitiv după direcția axei x vor corespunde unui șurub drept (care este tipul obișnuit de șurub).

* Expresia analitică pentru fiecare din curbele elicoidale (adică pentru stări ale impulsului) va fi dată de o expresie $\psi = e^{ipx/\hbar} = \cos(ipx/\hbar) + i\sin(ipx/\hbar)$ (vezi capitolul 3, paragraful despre numere complexe), unde p este valoarea impulsului în discuție

Uneori este util să descriem stările cuantice folosind nu funcțiile de undă obișnuite, ca mai înainte, ci funcțiile de undă ale *impulsului*. Aceasta înseamnă să descompunem pe ψ folosind diferitele stări ale impulsului și să construim o funcție nouă $\overline{\psi}$, ce va fi de data aceasta o funcție de impulsul p și nu de poziția x, și a cărei valoare $\overline{\psi}(p)$, pentru fiecare p, va da mărimea contribuției stării impulsului p la ψ. (Spațiul valorilor lui p se numește *spațiul impulsurilor*.) Interpretarea lui $\overline{\psi}$ este aceea că pentru fiecare valoare particulară a lui p, numărul complex $\overline{\psi}(p)$ dă *amplitudinea ca particula să posede impulsul p*.

În matematică există un nume pentru relația dintre funcțiile ψ și $\overline{\psi}$. Aceste funcții sunt numite *transformata Fourier* a uneia în cealaltă – după numele inginerului și matematicianului francez Joseph Fourier (1768-1830). Voi face doar câteva comentarii aici despre această relație. Primul este că există o simetrie remarcabilă între ψ și $\overline{\psi}$. Acum $\overline{\psi}$ este cel căruia trebuie să-i aplicăm analiza armonică. "Tonurile pure" (curbele elicoidale din reprezentarea spațiului impulsurilor) sunt numite acum *stări ale poziției*. Fiecare poziție x determină un astfel de "ton pur" în spațiul imulsurilor, iar mărimea contribuției acestui "ton pur" la $\overline{\psi}$ dă valoarea lui $\psi(x)$.

O stare de poziție corespunde, în obișnuita interpretare a spațiului pozițiilor, unei funcții ψ ce are un maxim foarte ascuțit la valoarea dată a lui x, toate amplitudinile fiind zero cu excepția celei de la acea valoarea a lui x. O astfel de funcție este numită o *funcție delta* (nume dat de Dirac) – deși, strict matematic, ea nu este o "funcție" în sensul obișnuit, deoarece valoarea ei în punctul x este infinită. Analog, stările impulsului (șuruburile sau curbele elicoidale din reprezentarea în spațiul pozițiilor) dau funcția delta în reprezentarea spațiului impulsurilor (vezi figura 6.12). Astfel, vedem că transformata Fourier a unui șurub-curbă elicoidală este o funcție delta și *vice versa*!

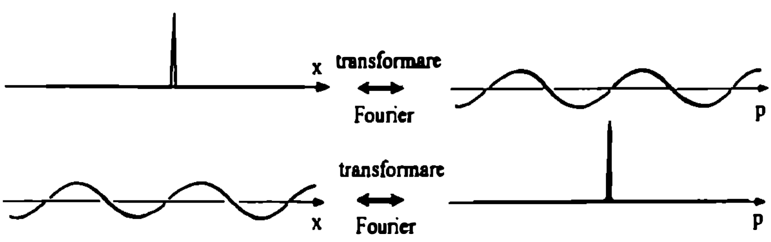


Fig. 6.12. Funcțiilor delta din spațiul pozițiilor le corespund în spațiul impulsurilor curbe elicoidale și *vice versa*.

Descrierea în spațiul pozițiilor este utilă ori de câte ori se dorește realizarea unei măsurători a poziției particulei. Aceasta înseamnă a face ceva ce amplifică efectele diferitelor poziții posibile ale particulei pâna la nivelul clasic. (În general, fotocelule și folosirea efectului asupra plăcilor foto pentru măsurarea poziției în cazul fotonilor). Descrierea în spațiul impulsurilor este utilă atunci când se dorește măsurarea impulsului particulei, adică amplificarea efectelor diferitelor impulsuri posibile până la nivel clasic. (Pentru aceasta se pot folosi efectele de recul sau difracția pe cristale). În fiecare caz, modulul pătrat al funcției de undă corespunzătoare (ψ sau $\overline{\psi}$) va da probabilitatea căutată a rezultatului măsurătorii.

Să încheiem acest paragraf reântorcându-ne încă o data la experimentul cu cele două fante. Am văzut că, în conformitate cu mecanica cuantică, chiar și o singură particulă trebuie să se comporte ca o undă de sine stătătoare. Această undă este descrisă de funcția de undă ψ. Undele ce posedă cel mai mult un aspect de "undă" sunt stările impulsului. În experimentul cu două fante, ne-am imaginat că folosim fotoni de o frecvență bine definită; astfel că, funcția de undă a fotonului va fi compusă din stări ale impulsului ce au diferite direcții, dar funcțiile elicoidale pentru fiecare din aceste direcții vor avea aceiași distanță între două minime și două maxime, această distanță fiind numită *lungimea de undă*. (Lungimea de undă este determinată de frecvență.)

Fiecare funcție de undă a unui foton emis din sursa *s* se va extinde inițial din sursa *s* și (dacă nu se face nici o detecție în regiunea fantelor) va trece prin ambele fante în drumul său spre ecran. Deși doar o mică parte din această funcție de undă va pleca mai departe de la fante, putem considera că fiecare fantă va acționa acum ca o nouă sursă de la care funcția de undă se va extinde separat. Aceste două părți ale funcției de undă vor interfera una cu cealaltă astfel că, atunci când ele vor atinge ecranul, vor fi locuri în care cele două părți se vor însuma și locuri în care ele se vor anula. Pentru a găsi locurile în care undele se vor însuma și în care se vor anula, să luam un punct oarecare *p* de pe ecran și să examinăm liniile drepte de la *p* la fiecare dintre cele două fante *t* și *b*. În lungul liniei *tp* vom avea un șurub, iar în lungul liniei *bp* vom avea un altul. (Avem șuruburi și în lungul liniilor *st* și *sb*, dar dacă presupunem că sursa se află la aceeași distanță de fiecare dintre fante, aceasta înseamnă că cele două șuruburi s-au rotit de același număr de ori *până la* fante.)

Numărul de rotații cu care șuruburile se vor roti până în momentul în care vor atinge ecranul în punctul *p* va depinde de distanțele *tp* și *bp*. Dacă aceste distanțe diferă printr-un număr întreg de lungimi de undă, atunci în *p*, curbele elicoidale corespunzătoare celor două șuruburi vor intercepta planul ecranului în *același* punct (adică $\theta = 0°$, unde θ este același din paragraful precedent), astfel că amplitudinile respective se vor însuma și vom obține un punct *luminos*. Dacă aceste lungimi vor diferi printr-un număr întreg de lungimi de undă plus o jumătate de lungime de undă, atunci în *p*, curbele elicoidale corespunzătoare celor două șuruburi vor intercepta planul ecranului în două *puncte simetrice* față de *p* (θ=180°), astfel că amplitudinile respective se vor anula și vom obține un punct *întunecos*. În toate celelalte cazuri, amplitudinile se vor însuma într-un mod intermediar, și se va obține o regiune de intenistate intermediară (vezi figura 6.13).

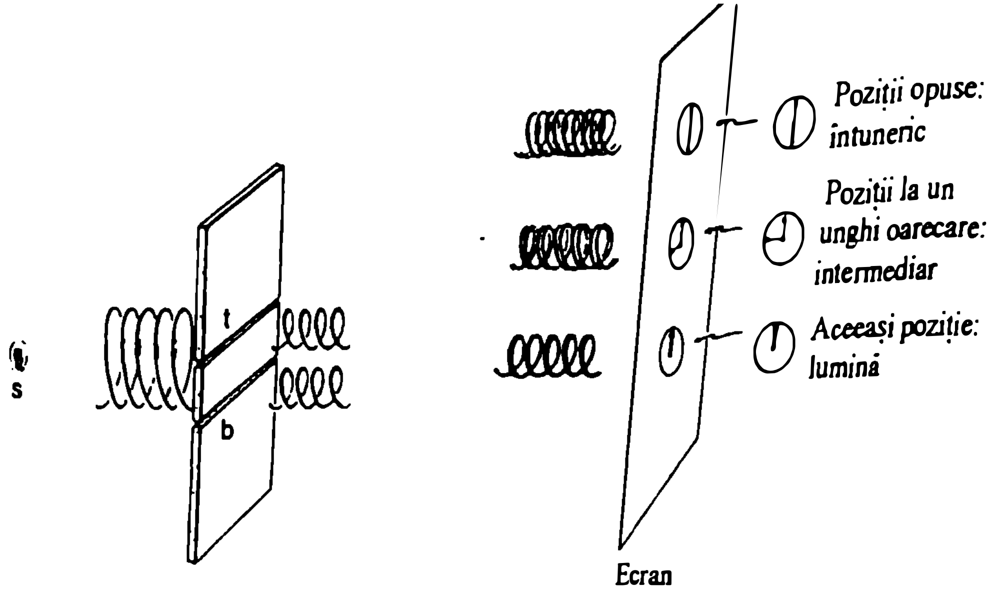


Fig.6.13. Experimentul cu două fante analizat folosind imaginea de șurub pentru stările impulsului fotonului.

Principiul de incertitudine

Probabil că majoritatea cititorilor au auzit de *principiul de incertitudine* al lui Heisenberg. Conform acestui principiu, nu este posibil să se măsoare în același timp oricât de precis s-ar dori (adică să se amplifice până la nivelul clasic) atât poziția cât și impulsul unei particule. Chiar și mai rău decât aceasta, există o *limită absolută* a produsului acestor precizii, fie Δx și Δp, respectiv, ce este dată de relația:

$$\Delta x \, \Delta p \geq \hbar \, .$$

Această formulă ne spune: cu cât poziția x este măsurată mai precis, cu atât mai puțin precis poate fi determinat imulsul p, și *vice versa*. Dacă poziția ar fi măsurată cu o precizie *infinită*, atunci impulsul ar deveni *complet* incert; pe de altă parte, dacă impulsul ar fi măsurat precis, atunci localizarea particulei ar devi complet incertă. Pentru a ne face o idee despre dimensiunea limitei date de relația lui Heisenberg, să presupunem că poziția unui electron este măsurată cu o precizie de un nanometru (10^{-9}m); atunci impulsul ar deveni atât de incert încât nu ne-am putea aștepta ca în secunda următoare, electronul să se găsească la o distanță mai mică de 100 km!

În unele interpretări ale acestui principiu se încearcă acreditarea ideii că aceasta este doar o problemă de lipsă de precizie inerentă procesului de măsurare. În consecință, în cazul electronului de mai sus, încercarea de a-l localiza înseamnă de fapt că i se dă inevitabil o "lovitură" aleatoare ce are o astfel de intensitate încât electronul va fi azvârlit cu o viteză de ordinul de mărime indicat de principiul lui Heisenberg. Din alte interpretări aflăm că incertitudinea este chiar o proprietate a particulei și că mișcarea sa posedă un caracter aleator intrinsec, ceea ce înseamnă că la nivel cuantic, comportarea sa este intrinsec imprevizibilă. Iar din alte interpretări aflăm că o particulă cuantică este ceva cu totul de neînțeles, pentru care conceptele de poziție clasică și de impuls clasic sunt inaplicabile. Eu nu sunt mulțumit cu nici una dintre aceste interpretări. Prima induce în eroare într-o oarecare măsură, a doua este cu certitudine greșită, iar a treia este nejustificat de pesimistă.

Ce anume ne spune de fapt descrierea pe care am dat-o funcției de undă? Pentru început să ne reamintim cum am descris o stare a impulsului. Acesta în cazul în care un impuls este bine precizat. Curba-ψ este o curbă elicoidală – un șurub – care rămâne la aceeași distanță de axa sa pe tot parcursul. Deci, amplitudinile corespunzătoare diferitelor valori ale poziției vor avea module pătrate egale. Astfel, dacă se va efectua o măsurătoare a poziției, probabilitatea de a găsi particula într-un punct oarecare este aceeași cu aceea de a o găsi în oricare altul. Poziția particulei este într-adevăr complet incertă! Dar cum este starea poziției? În acest caz, curba-ψ este o funcție delta. Particula este localizată exact – la poziția maximului funcției delta – amplitudinile fiind egale cu zero pentru toate celelalte poziții. Amplitudinile impulsului se obțin cel mai bine dacă ne uităm la descrierea în spațiul impulsului unde curba-ψ este acum un șurub, astfel că în acest caz amplitudinile diferitelor impulsuri sunt cele ce au module pătrate egale. Dacă se va efectua o măsurătoare a impulsului particulei, rezultatul va fi acum complet incert!

Prezintă interes să examinăm un caz intermediar în care pozițiilor și impulsurilor nu li se impun constrângeri prea mari, ci doar atât cât este necesar să fie în concordanță cu relația lui Heisenberg. În figura 6.14 sunt ilustrate curba-ψ și curba-$\overline{\psi}$ corespunzătoare (transformatele Fourier reciproce) pentru un astfel de caz. Se observă că distanța fiecărei curbe față de axa sa este suficient de mare numai într-o regiune destul de mică. La distanță mare de această regiune, curba se înfășoară foarte strâns în jurul axei. Aceasta înseamnă că modulele pătrate au o mărime apreciabilă doar într-o regiune foarte limitată, atât în spațiul pozițiilor cât și în spațiul impulsurilor. În acest fel particula poate fi relativ localizată în spațiu, existând totuși o anumită împrăștiere; de asemenea, impulsul este destul de bine definit, astfel că particula se deplasează cu o viteză destul de bine definită și împrăștierea diferitelor poziții posibile nu crește prea mult în timp. O astfel de stare cuantică poartă numele de *pachet de unde*; aceasta este adesea considerată ca fiind cea mai bună aproximare a unei particule clasice, din fizica cuantică.

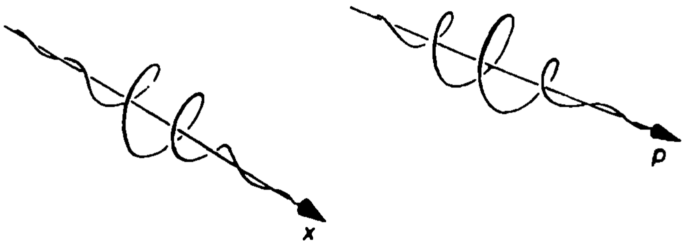


Fig. 6.14. Pachete de unde. Acestea sunt localizate atât în spaţiul poziţiilor cât şi în spaţiul impulsurilor.

Existenţa acestei împrăştieri în valorile impulsului (adică ale vitezei), înseamnă că un pachet de unde *se va împrăştia* (destrăma) în timp. Cu cât localizarea poziţiei la pornire va fi mai precisă, cu atât mai repede va scădea precizia în timp (se va împrăştia).

Procedurile U şi R de evoluţie

În această descriere a evoluţiei în timp a unui pachet de unde se regăseşte implicit *ecuaţia lui Schrödinger*, care ne spune cum anume evoluează o funcţie de undă în timp. De fapt, ceea ce ne spune ecuaţia lui Schrödinger este că dacă descompunem pe ψ în stări ale impulsului ("tonuri pure"), atunci fiecare dintre aceste componente individuale se va deplasa cu o viteză egală cu c^2 împărţit la viteza unei particule clasice ce are acest impuls. În realitate, formularea matematică a ecuaţiei lui Schrödinger este mai concisă. Ne vom opri mai târziu la forma sa exactă. Ea se aseamănă oarecum cu ecuaţiile lui Hamilton sau ale lui Maxwell (fiind strâns legată de ambele) şi, ca şi aceste ecuaţii, dă evoluţia *complet deterministă* a funcţiei de undă dacă funcţia de undă este specificată la un moment oarecare de timp dat! (Vezi paragraful despre ecuaţia lui Schrödinger şi ecuaţia lui Dirac.)

Dacă se consideră că funcţia de undă ψ descrie "realitatea", atunci, atât timp cât ψ este guvernată de evoluţia deterministă Schrödinger, nedeterminismul, despre care se presupune că este o caracteristică inerentă a fizicii cuantice va dispare. Denumim acesta procesul de evoluţie **U**. Totuşi, ori de câte ori "facem o măsurătoare" prin care amplificăm efectele cuantice până la nivelul clasic, noi modificăm regulile. În acest caz *nu folosim* **U**, ci adoptăm o procedură complet diferită, pe care o voi numi **R**, în care pentru a obţine probabilităţile clasice formăm modulul pătrat al amplitudinilor cuantice![4] Procedura **R** şi *doar* **R** este aceea care introduce incertitudini şi probablităţi în fizica cuantică.

Procesul determinist **U** pare a fi partea din fizica cuantică care a trezit cel mult interesul fizicienilor; totusi, filosofii sunt mai interesaţi de problema cu caracter nedeterminist **R** a *reducerii vectorului de stare* (sau, aşa cum este descrisă uneori grafic: *colapsul funcţiei de undă*). Indiferent dacă considerăm **R** doar ca o schimbare în "informaţiile" disponibile despre un sistem, sau dacă il considerăm a fi ceva "real" (aşa cum consider şi eu), avem la dispoziţie două moduri complet diferite, din punct de vedere matematic, prin care este descrisă variaţia în timp a vectorului de stare a unui sistem fizic. Aceasta deoarece **U** este complet determinist, în timp ce **R** este o lege probabilistă; **U** păstrează superpoziţia cuantică cu coeficienţi exprimaţi prin numere complexe, pe când **R** o încalcă grosolan; **U** acţionează în mod continuu, pe când **R** este complet discontinuu. Conform procedeelor standard din mecanica cuantică nu exista nici o indicaţie că ar putea exista o cale de a "deduce" pe **R** ca un caz complicat al lui **U**. Este o procedură *diferită* de **U**, ce dă cealaltă "jumătate" a interpretării formalismului cuantic. Întregul caracter nedeterminist al teoriei provine de la **R** şi nu de la **U**. Pentru a se obţine concordanţa extraordinară pe care fizica cuantică o are cu observaţia *sunt necesari atât* **U** *cât şi* **R**.

Să revenim la funcţia noastră de undă ψ. Să presupunem că ea descrie o stare a impulsului. Ea va rămâne nemodificată pe întreaga perioadă a existenţei particulei dacă particula nu va interacţiona cu nimic. (Aceasta este ceea ce ne spune ecuaţia lui Schrödinger). În orice moment vom dori să facem o măsurătoare asupra impulsului vom obţine exact acelaşi rezultat, deoarece aici nu există nimic probabilistic. Predictibilitatea este aici tot atât de evidentă ca şi în fizica clasică. Totuşi, să presupunem că la un moment dat dorim să facem o măsurătoare a poziţiei particulei (adică să amplificăm până la nivelul clasic) Vom obţine astfel un şir de amplitudini de probabilitate ale căror module va trebui să le ridicăm la pătrat. În acest moment intervin probabilităţile şi va exista o incertitudine completă în ceea ce priveşte rezultatul măsurătorii. Incertitudinea este în concordanţă cu principiul lui Heisenberg.

Să presupunem, că ψ descrie, în momentul ales, o stare a poziţiei. Ecuaţia lui Schrödinger ne spune că ψ *nu va rămâne* într-o stare de poziţie, ci se va împrăştia rapid. Cu toate acestea, *modul* în care ea se va împrăştia este complet determinat de această ecuaţie. Nu va interveni nimic nedeterminat sau probabilist în comportarea ei. În principiu, ar trebui să existe experimente pentru a verifica acest fapt. (Vom discuta despre acest lucru mai târziu) Dar dacă am alege, în mod neinspirat, să măsurăm impulsul, am găsi că amplitudinile corespunzătoare diferitelor valori posibile ale impulsului au module pătrate egale, şi deci am obţine, din nou în acord cu principiul lui Heisenberg, o incertitudine completă cu privire la rezultatul acestui experiment.

În mod asemănător, dacă ψ descrie în momentul iniţial un pachet de unde, evoluţia ei viitoare va fi complet determinată de ecuaţia lui Schrödinger şi se pot imagina în principiu experimente care să verifice aceasta. Dar, de îndată ce vom alege să facem o măsurătoare *diferită* asupra particulei – să spunem că măsurăm poziţia sau impulsului ei – atunci vom găsi că intervin din nou incertitudini, în concordanţă cu principiul lui Heisenberg, cu probabilităţi date de pătratul modulelor amplitudinilor.

Toate acestea sunt fără discuţie extrem de neobişnuite şi de misterioase. Dar nu este o reprezentare de neînţeles a lumii. Se pot spune multe despre această reprezentare care este guvernată de legi foarte clare şi precise. Cu toate acestea, până acum nu există o regulă clară: când anume trebuie folosită regula probabilistă **R** şi când anume cea deterministă **U**. Ce înseamnă "a face o măsurătoare"? De ce (şi când anume) pătratul modulului amplitudinii "devine probabilitate"? Poate fi înţeles nivelul clasic prin mecanica cuantică? Acestea sunt întrebări profunde şi neobişnuite pe care le voi aborda ulterior în acest capitol.

Poate fi o particulă în două locuri diferite în acelaşi timp?

În descrierile de mai sus am adoptat un punct de vedere ceva mai "realist" asupra funcţiei de undă decât se obişnuieşte probabil printre fizicienii preocupaţi de mecanica cuantică. Am adoptat punctul de vedere conform căruia starea "obiectivă reală" a unei particule individuale este într-adevăr descrisă de funcţia sa de undă ψ. Se pare că mulţi consideră acest punct de vedere prea deosebit pentru a fi luat în considerare în mod serios. Un motiv pare a fi legat de faptul că particulele individuale sunt considerate ca având o împrăştiere spaţială şi nu ca fiind întotdeauna localizate într-un punct. Această împrăştiere este maximă în cazul unei stări a impulsului, deoarece ψ este distribuită în mod egal în tot spaţiul. În general, se preferă să considere că poziţia particulei este aceea care este "complet incertă" şi nu că particula însăşi este distribuită pe întreg spaţiul, astfel încât tot ce putem spune despre poziţia ei este că particula este egal de probabl să existe într-un punct sau în oricare altul din spaţiu. Totuşi, am văzut că funcţia de undă nu dă doar o distribuţie a probabilităţilor pentru diferitele poziţii: ea dă o distribuţie a *amplitudinilor* pentru diferitele poziţii. Dacă cunoaştem această distribuţie de amplitudini (adică funcţia ψ), atunci vom cunoaşte – din ecuaţia lui Schrödinger – modul exact în care va evolua starea particulei de la un moment la altul. Pentru a determina "mişcarea" particulei (adică evoluţia în timp a lui ψ) este utilă această reprezentare în care particula este considerată ca având o "împrăştiere spaţială"; dacă *adoptăm* această reprezentare, vom vedea că mişcarea particulei *este determinată* exact. În cazul în care dorim să efectuăm o măsurătoare a poziţiei unei particule, ne este mai utilă "reprezentarea ce foloseşte probabilităţile" pentru $\psi(x)$, în care caz $\psi(x)$ va fi folosită doar în forma de modul pătrat: $|\psi(x)|^2$.

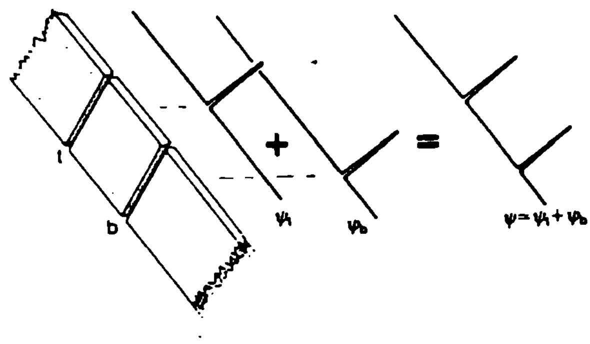


Fig. 6.15. Atunci când funcţia de undă a fotonului iese din perechea de fante are maxime în două locuri în acelaşi timp.

S-ar părea că trebuie într-adevăr să acceptăm această imagine a unei particule ce poate avea o împrăştiere spaţială pe regiuni întinse de spaţiu şi care este probabil să rămână cu o astfel de împrăştiere spaţială până la următoarea măsurătoare de poziţie. Chiar şi atunci când este localizată ca o stare de poziţie, o particulă va începe să se împrăştie în momentul următor. O stare de impuls pare a fi greu de acceptat ca reprezentând o imagine a "realităţii" existenţei unei particule, dar şi mai greu de acceptat ca "reală" pare a fi starea "cu două maxime" care se obţine după trecerea particulei printr-o pereche de fante (figura 6.15). În direcţie verticală, forma funcţiei de undă ψ va avea un maxim îngust în dreptul fiecărei fante, fiind suma[*] unei funcţii de undă ψ_t, cu maximul în dreptul fantei superioare şi a unei funcţii de undă ψ_b cu maximul în dreptul fantei inferioare:

$$\psi(x) = \psi_t(x) + \psi_b(x).$$

Dacă considerăm că ψ reprezintă "realitatea" stării particulei, atunci trebuie să acceptăm că particula "este" într-adevăr în *două* locuri în acelaşi timp! În această reprezentare, particula *a trecut efectiv prin ambele fante în acelaşi timp.*

Reamintesc obişnuita obiecţie la punctul de vedere că particula "trece prin ambele fante în acelaşi timp": dacă efectuăm o măsurătoare *în dreptul* fantelor pentru a determina prin care dintre fante a trecut, vom constata întotdeauna că *întreaga* particulă a fost la una sau la cealaltă dintre fante. Dar aceasta se obţine deoarece efectuăm asupra particulei o *măsurătoare de poziţie*, aşa că *acum* ψ dă doar o distribuţie de probabilitate $|\psi(x)|^2$ pentru poziţia particulei conform procedurii modulului pătrat şi o vom găsi într-adevăr doar într-un loc sau în celălalt. Dar există şi alte tipuri de măsurători pe care *s-ar putea* efectua în

[*] În mecanica cuantică se obişnuieşte să se împartă această sumă cu un factor de normare – aici $\sqrt{2}$, pentru a obtine $(\psi_t + \psi_b)/\sqrt{2}$ – dar nu este nevoie să complicăm astfel lucrurile aici.

dreptul fantelor, *alte tipuri* de măsurători diferite de cele de poziție. Pentru acestea ar fi trebuit să știm funcția ψ cu două maxime și nu doar $|\psi(x)|^2$ pentru diferitele poziții x. O astfel de măsurătoare ar putea face deosebirea dintre starea cu două maxime:

$$\psi = \psi_t + \psi_b,$$

dată mai sus, și alte stări cu două maxime, ca de exemplu:

$$\psi_t - \psi_b,$$

sau

$$\psi_t + i\psi_b.$$

(vezi figura 6.16, în care sunt reprezentate curbele ψ pentru fiecare din aceste cazuri diferite). Deoarece există într-adevăr măsurători prin care se poate face deosebirea dintre aceste diverse posibilități, înseamnă că ele toate trebuie să fie *diferite* moduri posibile "efective" în care poate exista fotonul!

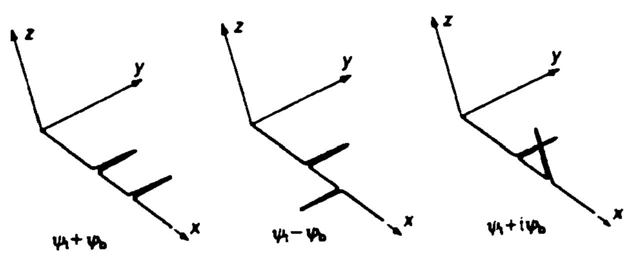


Fig. 6.16. Trei moduri diferite în care funcția de undă a fotonului poate avea două maxime.

Fantele nu trebuie să fie apropiate pentru ca fotonul să treacă prin "ambele în același timp". Pentru a vedea că o particulă cuantică poate fi în "două locuri în același timp" indiferent cât de depărtate sunt aceste locuri, să analizăm un aranjament experimental puțin diferit de acela al experimentului cu două fante. Ca și în cazul precedent, avem o lampă ce emite lumină monocromatică, foton cu foton; dar în loc să lăsăm lumina să treacă printr-o pereche de fante, o reflectăm pe o oglindă semitransparentă înclinată la 45° față de fascicul. (O oglindă semitransparentă este o oglindă ce reflectă exact jumătate din lumina ce cade pe ea, în timp ce cealaltă jumătate este transmisă direct prin oglindă.) După întâlnirea cu oglinda, funcția de undă a fotonului se împarte în două, o parte reflectându-se lateral, iar cealaltă continuând în aceeași direcție în care pornise fotonul. Funcția de undă are din nou două maxime, ca și în cazul fotonului ce pleca de la cele două fante, dar acum, cele două maxime sunt mult mai depărtate, unul din maxime descriind fotonul reflectat, iar celălalt maxim, fotonul transmis (vezi figura 6.17). Pe lângă aceasta, cu trecerea timpului, distanța dintre maxime devine din ce în ce mai mare, și crește nelimitat. Să ne imaginăm că cele doua părți ale funcției de undă își continuă fiecare drumul în spațiul cosmic fără să întâlnească vreun obstacol în cale, și că așteptăm timp de un an întreg! Atunci, între cele două maxime ale funcției de undă a fotonului va fi o distanță mai mare de un an lumină. Aceasta înseamnă că fotonul s-a găsit în același timp în două locuri situate la mai mult de un an lumină unul de celălat!

Poate fi considerată corectă o astfel de reprezentare a fotonului? Nu s-ar putea ca fotonul să aibă pur o probabilitate de 50 la sută să se găsească într-unul din locuri, și o probabilitate de 50 la sută să se găsească în celălalt? Nu! Indiferent cât de mare a fost distanța parcursă, există întotdeauna posibilitatea ca cele două părți ale fasciculului fotonului să fie reflectate înapoi astfel încât să se întâlneasca una cu alta pentru a se produce efecte de interferență, efecte care nu ar fi putut rezulta doar dintr-o ponderare a probabilităților celor două alternative.

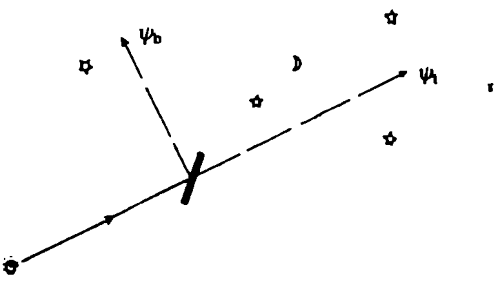


Fig. 6.17. Cele două maxime ale unei funcții de undă cu două maxime ar putea fi situate la o distanță de ani-lumină unul de celălat. Aceasta s-ar putea realiza folosind o oglindă semitransparentă.

Să presupunem că fiecare parte a fasciculului întâlnește câte o oglindă obișnuită, înclinată astfel încât fasciculele să fie împreunate, iar că în punctul de întâlnire se plasează o altă oglindă semitransparentă, dispusă la același unghi ca și prima. Cele două fotocelule se plasează în lungul celor două fascicule (vezi figura 6.18). Ce constatăm?

Dacă am fi în cazul în care există o probabilitate de 50 la sută ca fotonul să parcurgă una dintre căi și 50 la sută să o parcurgă pe cealaltă, ar trebui să găsim o probabilitate de 50 la sută ca unul dintre detectori să înregistreze fotonul și o probabilitate de 50 la sută ca celălalt să-l înregistreze. Totuși, nu aceasta se constată. Dacă cele două căi posibile au lungimile riguros egale, se constată că există o probabilitate de 100 la sută ca fotonul să ajungă la detectorul A, ce se află pe direcția deplasării inițiale a fotonului și o probabilitate de 0 la sută să ajungă la detectorul B – deci fotonul ajunge cu *certitudine* la detectorul A! (Ne putem da seama de aceasta folosind imaginea de șurub dată mai sus, ca și în cazul experimentului cu cele două fante.)

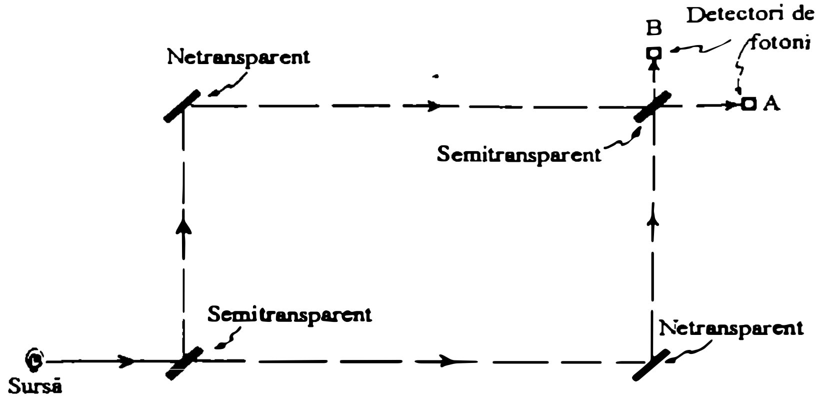


Fig. 6.18. Cele două maxime ale unei funcţii de undă cu două maxime nu pot fi considerate doar ca ponderi de probabilitate pentru foton de a fi într-un loc sau în altul. Cele două căi parcurse de foton pot fi făcute să interfere una cu cealaltă.

Desigur, un astfel de experiment nu s-a efectuat niciodată pentru parcursuri cu lungimi de ordinul unui an-lumină, dar s-ar putea foarte bine ca acesta să fie rezultatul (el nu a fost pus la îndoială în mod serios de fizicienii ce lucrează în fizica cuantică obişnuită!). S-au realizat experimente exact de acest tip cu parcursuri cu lungimi de mulţi metri, iar rezultatele au fost în totală concordanţă cu predicţiile cuantice (vezi Wheeler 1983). Ce ne spune aceasta despre *realitatea* existenţei stării fotonului între prima şi ultima sa întâlnire cu o oglindă semitransparentă? Se pare că este de neevitat concluzia că fotonul, într-un fel oarecare, trebuie să fi *parcurs în acelaşi timp*, efectiv, ambele căi! Deoarece dacă se plasează un ecran absorbant pe parcursul uneia din cele două căi, atunci va deveni egal de probabil să ajungă în A sau în B; dar atunci când sunt deschise ambele căi (şi au lungime egală) poate ajunge numai în A. Blocarea uneia dintre căi *permite,* de fapt, să ajungă în B! Atunci când sunt deschise ambele căi, fotonul "ştie" într-un fel sau altul că *nu îi este permis* să ajungă în B, astfel că el trebuie să fi sondat efectiv ambele căi.

Punctul de vedere al lui Niels Bohr şi anume că existenţa fotonului între momentele de efectuare a măsurătorii nu are o "semnificaţie" obiectivă, mi se pare mult prea pesimist în ceea ce priveşte realitatea stării fotonului. Pentru a descrie "realitatea" poziţiei unui foton mecanica cuantică foloseşte *funcţia de undă*, iar în intervalul dintre oglinzile semitransparente, funcţia de undă a fotonului este o stare cu două maxime, distanţa dintre cele două maxime fiind uneori foarte mare.

Observăm, de asemenea, că exprimarea "a fi în două locuri date în acelaşi timp" nu reprezintă o descriere completă a stării unui foton: trebuie să putem deosebi starea $\psi_t + \psi_b$, de starea $\psi_t - \psi_b$, să spunem, (sau de $\psi_t + i\psi_b$, să spunem) unde ψ_t şi ψ_b, se referă acum la poziţiile fotonului corespunzătoare fiecăreia dintre cele două căi (în cazul de față "transmis" și "reflectat", respectiv!). Acest mod de diferențiere este cel ce stabilește dacă fotonul, după ce ajunge la oglinda semitransparentă finală, va ajunge cu certitudine în A, sau va ajunge cu certitudine în B (sau va ajunge în A sau în B cu o probabilitate intermediară).

Această caracteristică neobișnuită a realității cuantice – și anume că trebuie să luăm în considerație în mod serios faptul că o particula poate fi, "în două locuri diferite în același timp" în multe moduri (diferite!)– apare din faptul că pentru a obține stări cuantice trebuie să adunăm stările cuantice folosind coeficienți de pondere exprimați prin numere complexe. Acest mod de superpoziție a stărilor este o caracteristică generală – și importantă – a mecanicii cuantice, numită *superpoziție cuantică liniară*. Aceasta ne permite să compunem stări ale impulsului din stări ale poziției, sau stări ale poziției din stări ale impulsului. În aceste cazuri, superpoziția liniară se aplică unui șir *infinit* de stări diferite, adică tuturor diferitelor stări ale poziției sau tuturor diferitelor stări ale impulsului. Dar, după cum am văzut, superpoziția cuantică liniară este cu totul neobișnuită, chiar aplicată doar unei singure *perechi* de stări. Regulile spun că *oricare* două stări, indiferent cât de diferite ar putea fi una de cealaltă, pot coexista în orice superpoziție liniară cu coeficienți formați din numere complexe. Mai mult decât atât, orice obiect fizic, format la rândul lui din particule individuale, ar trebui să poată exista sub forma unor astfel de superpoziții ce constau din stări situate la distanțe mari din punct de vedere spațial, și astfel să "fie în două locuri în același timp"! În această privință, formalismul mecanicii cuantice nu face nici o deosebire între particule individuale și sisteme complicate formate din multe particule. De ce, atunci, corpurile macroscopice, ca de exemplu mingiile de cricket sau chiar noi, oamenii, nu putem fi în două locuri complet diferite în același timp? Aceasta este o întrebare foarte profundă și fizica cuantică actuală nu ne dă un răspuns satisfăcător. În cazul unui obiect macroscopic, cum ar fi o minge de cricket, trebuie să considerăm că sistemul este "la nivel clasic" – sau, așa cum este formulat în mod obișnuit, asupra mingei de cricket s-a efectuat o "observație" sau o "măsurătoare" – și deci trebuie să ridicăm la pătrat modulele amplitudinilor complexe de probabilitate care pondereazǎ superpozițiile noastre liniare și să le tratăm ca probabilități ce descriu alternative efective. Aceasta ridică de fapt problema controversată: *de ce* putem schimba regulile noastre cuantice de la **U** la **R** în acest mod! Voi reveni la această problemă.

Spațiul Hilbert

Reamintesc că în capitolul 5, a fost introdus conceptul de *spațiu al fazelor* pentru a descrie un sistem clasic. Un singur punct din spațiul fazelor reprezintă starea (clasică) a unui întreg sistem fizic. În fizica cuantică, conceptul analog este acela de *spaţiu Hilbert**. Un singur punct din spaţiul Hilbert reprezintă acum starea *cuantică* a unui întreg sistem. Va trebui să aruncăm o privire asupra structurii matematice a spaţiului Hilbert. Sper că cititorul nu va fi intimidat de aceasta. Nu este nimic foarte complicat din punct de vedere matematic în ceea ce voi avea de spus, deşi s-ar putea ca unele idei să nu fie îndeajuns de bine cunoscute.

Proprietatea fundamentală a unui spaţiu Hilbert este aceea că este ceea ce se numeşte un *spaţiu vectorial* – de fapt, un spaţiu vectorial *complex*. Aceasta înseamnă că *adunând* oricare două elemente ale spaţiului obţinem tot un element al spaţiului; aceste adunări se efectuează folosind coeficienţi de pondere ce sunt numere complexe. Aceste adunări ne sunt necesare deoarece sunt operaţiile prin care se obţine *superpoziţia cuantică liniară* despre care tocmai am vorbit pentru fotonul în discuţie, adică operaţiile ce ne dau $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$ etc. În esentă, tot ceea ce înţelegem prin formularea "spaţiu vectorial complex" este că putem forma sume ponderate de acest fel.[5]

Este comod să adoptăm notaţia (propusă în principal lui Dirac) conform căreia elementele spaţiului Hilbert – numite *vectori de stare* – sunt notate printr-un simbol înscris în paranteză, ca de exemplu: $|\psi\rangle$, $|\chi\rangle$, $|\varphi\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|n\rangle$, $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$, $|\rightarrow\rangle$, $|\nearrow\rangle$ etc. Astfel, aceste simboluri desemnează acum stări cuantice. Pentru operaţia de adunare a doi vectori de stare scriem:

$$|\psi\rangle + |\chi\rangle$$

şi folosind ponderi din numere complexe *w* şi *z*:

$$w|\psi\rangle + z|\chi\rangle$$

(unde $w|\psi\rangle$ înseamnă $w \times |\psi\rangle$ etc.) În mod corespunzător, combinaţiile de mai sus: $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$, vor fi scrise: $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$, respectiv. Putem înmulţi o stare *individuală* $|\psi\rangle$ cu un număr complex *w* pentru a obţine

$$w|\psi\rangle.$$

(Acesta este de fapt un caz particular al celui de mai sus, pentru cazul $z = 0$.)

Reamintesc că am admis combinaţiile cu ponderi complexe unde w şi z nu trebuie să fie efectiv amplitudini de probabilitate ci doar să fie *proporţionali* cu aceste amplitudini. În mod corespunzător, adoptăm regula că putem înmulţi

* David Hilbert, pe care l-am întâlnit în capitolele anterioare, a introdus acest concept important – pentru cazul infinit dimensional – cu mult înaintea descoperirii mecanicii cuantice, pentru o problemă matematică complet diferită!

întregul vector de stare cu un număr complex diferit de zero, iar starea fizică rămâne neschimbată. (Aceasta va modifica valorile efective ale lui *w* și *z* dar raportul $w{:}z$ va rămâne neschimbat) Fiecare dintre vectorii:

$$|\psi\rangle,\ 2|\psi\rangle,\ -|\psi\rangle,\ i|\psi\rangle,\ \sqrt{2}|\psi\rangle,\ \pi|\psi\rangle,\ (1-3i)|\psi\rangle \text{ etc.}$$

reprezintă *aceeași* stare fizică – ca și oricare $z|\psi\rangle$, unde $z \neq 0$.
Singurul element al spațiului Hilbert care *nu poate fi* intrerpretat ca o stare fizică, este vectorul *zero* **0** (sau *originea* spațiului Hilbert).

Pentru a ne face un fel de imagine geometrică a tuturor acestora, să analizăm conceptul mai obișnuit de vector "real". Un astfel de vector se vizualizează, de obicei, pur și simplu ca o *săgeată* desenată într-un plan sau într-un spațiu tridimensional. Însumarea a două astfel de săgeți se face cu ajutorul legii paralelogramului (vezi figura 6.19). Operația de înmulțire a unui vector cu un număr (real) folosind imaginea de "săgeată" se obține prin simpla înmulțire a lungimii săgeții cu acest număr, sensul săgeții rămânând nemodificat. Dacă numărul cu care se face înmulțirea este negativ, atunci sensul săgeții se inversează, iar dacă numărul este zero, se obține vectorul zero **0**, care nu are sens. (Vectorul **0** este reprezentat prin "săgeata nulă" de lungime zero.) Un exemplu de mărime vectorială este forța ce acționează asupra unei particule. Alte exemple sunt vitezele clasice, accelerațiile și impulsurile. De asemenea, există cuadrivectorii energie-impuls analizați la sfârșitul ultimului capitol. Aceștia sunt vectori în *patru* dimensiuni și nu în două sau trei. Totuși, pentru un spațiu Hilbert sunt necesari vectori cu dimensiuni încă și mai mari (adesea infinite, de fapt, dar aceasta nu este important acum).

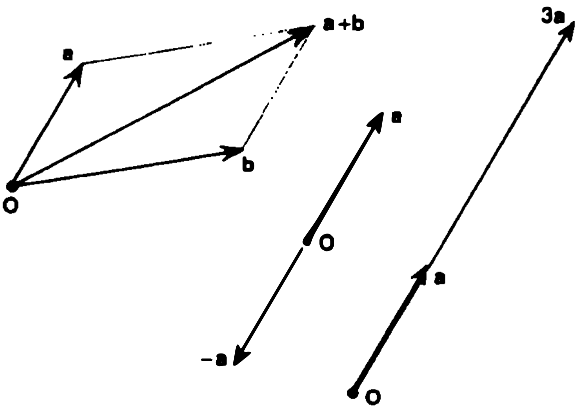


Fig. 6.19. Însumarea vectorilor spațiului Hilbert și înmulțirea lor cu scalari poate fi vizualizată folosind procedeul uzual în cazul vectorilor din spațiul obișnuit.

Amintesc că săgeţile au fost folosite şi pentru a descrie vectorii în spaţiul fazelor clasic – care poate fi de dimensiuni foarte mari. Atât "dimensiunile" din spaţiul fazelor cât şi "dimensiunile" spaţiului Hilbert nu reprezintă direcţii spaţiale obişnuite. Fiecare dimensiune a spaţiului Hilbert corespunde uneia dintre diferitele stări fizice independente ale unui sistem cuantic.

Din cauza echivalenţei dintre $|\psi\rangle$ şi $z|\psi\rangle$, o stare fizică corespunde de fapt unei întregi *drepte ce trece prin originea* **0**, sau unei aşa numite *raze* în spaţiul Hilbert (descrisă prin toţi multiplii unui vector) şi nu doar unui anumit vector de pe această dreaptă. Raza este formată din toţi multiplii posibili ai unui anumit vector de stare $|\psi\rangle$. (Să nu uităm că aceştia sunt multiplii *complecşi*, astfel că dreapta este de fapt o dreaptă din *spaţiul complex*, dar este mai bine să nu ne preocupe aceasta acum!) (Vezi figura 6.20) Vom găsi imediat o reprezentare elegantă a acestui spaţiu de raze pentru cazul unui spaţiu Hilbert *bidimensional*. La extrema cealaltă, este cazul în care spaţiul Hilbert este infinit-dimensional. Chiar şi în situaţia simplă a localizării doar a unei particule, este necesar un spaţiu Hilbert infinit-dimensional, deoarece există câte o dimensiune pentru fiecare poziţie posibilă pe care particula ar putea-o avea! Fiecare poziţie a particulei defineşte o întreagă "axă de coordonate" în spaţiul Hilbert, astfel că pentru infinit de multele poziţii individuale diferite pe care particula le poate lua vom avea infinit de multe direcţii independente diferite (sau "dimensiuni") în spaţiul Hilbert. În *acelaşi* spaţiu Hilbert sunt reprezentate şi stările impulsului. Stările impulsului se exprimă sub formă de combinaţii de stări ale poziţiei, astfel că fiecare stare a impulsului corespunde unei axe care este orientată "diagonal", deci o axă ce este înclinată faţă de axele din spaţiul poziţiilor.

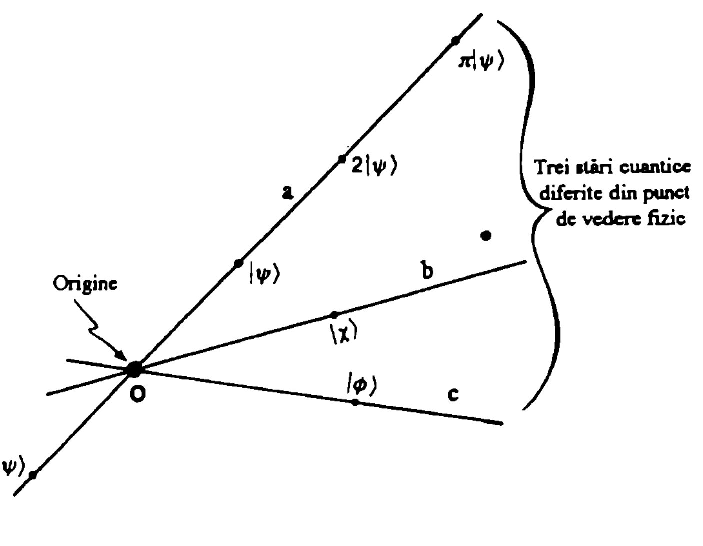


Fig. 6.20. Totalitatea razelor din spaţiul Hilbert reprezintă stările cuantice fizice. a – una dintre raze: toţi multiplii lui $|\psi\rangle$; b – o altă rază: multiplii lui $|\chi\rangle$; c – şi o altă rază.

Setul tuturor stărilor impulsului formează un nou set de axe iar trecerea de la axele din spaţiul poziţiilor la axele din spaţiul impulsurilor se face printr-o *rotaţie* în spaţiul Hilbert.

Ar fi cu totul nerezonabil să încercăm să vizualizăm toate acestea într-un mod foarte precis! Totuşi, unele noţiuni din geomteria euclidiană obişnuită ne pot fi foarte folositoare! În particular, axele despre care am vorbit (*sau* toate axele din spaţiul poziţiilor, *sau* toate axele din spaţiul impulsurilor) trebuiescînţelese ca fiind toate *ortogonale* unele pe altele, că fac deci "unghiuri drepte" unele cu altele.

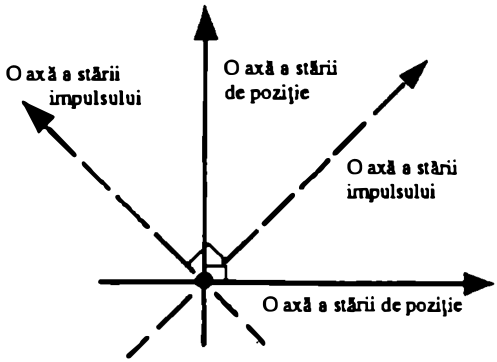


Fig. 6.21. Sările de poziţie şi stările impulsului sunt exemple de axe ortogonale în acelaşi spaţiu Hilbert.

În mecanica cuantică "ortogonalitatea" dintre raze este un concept important: razele ortogonale se referă la stări ce sunt *independente* una faţă de cealaltă. Diferitele stări de poziţie posibile ale unei particule sunt toate ortogonale una faţă de alta, precum sunt şi toate diferitele stări posibile ale impulsului. Dar stările de poziţie nu sunt ortogonale faţă de stările impulsului. Această situaţie este ilustrată, foarte schematic, în figura 6.21.

Măsurători

Regula generală **R** pentru o *măsurătoare* (sau observaţie) cere ca diferitele aspecte ale unui sistem cuantic ce pot fi mărite simultan până la nivelul clasic – şi dintre care trebuie deci ca sistemul să aleagă – trebuie să fie întotdeauna *ortogonale*. În cazul unei măsurători *complete*, setul selectat de alternative, formează un set de vectori ortogonali ce formează o *bază* a spaţiului, înţelegând prin aceasta că fiecare vector al spaţiului Hilbert poate fi (în mod unic) exprimat de o combinaţie liniară a acestora. În cazul unei măsurători a *poziţiei* – asupra unui sistem format dintr-o singură particulă – aceşti vectori ce formează o bază a spaţiului vor defini axele de poziţie despre care tocmai am vorbit. În cazul unei măsurători *a impulsului*, va fi vorba de un set diferit, ce definește axele impulsului, iar pentru o măsurătoare completa de un alt tip, va fi vorba de un alt set. După măsurătoare, starea sistemului *va efectua un salt* pe una din axele setului determinat de măsurătoare – alegerea fiind guvernată doar de probabilitate. Nu există nici o lege dinamică care să ne spună pe care dintre axele selectate o va alege Natura. Ea va alege la întâmplare, valorile de probabilitate fiind date de modulele pătrate ale amplitudinilor de probabilitate.

Să presupunem că se efectuează o măsurătoare completă asupra unui sistem a cărui stare este $|\psi\rangle$, iar baza pentru măsurătoarea selectată este:

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \ldots.$$

Deoarece aceștia formează un set complet, orice vector de stare, și în particular $|\psi\rangle$, poate fi reprezentat ca o combinație liniară* de aceștia:

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle + z_1|1\rangle + z_2|2\rangle + z_3|3\rangle + \ldots.$$

În reprezentarea geometrică, componentele z_0, z_1, z_2, z_3, ... măsoară *mărimile proiecțiilor ortogonale* ale vectorului $|\psi\rangle$ pe diferitele axe $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, ... (vezi figura 6.22).

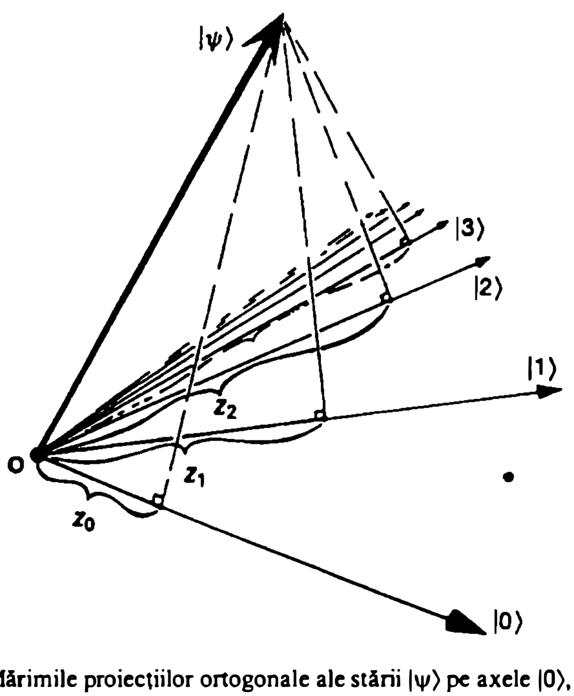


Fig. 6.22. Mărimile proiecțiilor ortogonale ale stării $|\psi\rangle$ pe axele $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, ... dau amplitudinile căutate z_0, z_1, z_2, ...

* Aceasta trebuie înțeleasă în sensul că este permisă o sumă *infinită* de vectori. Definiția *completă* a unui spațiu Hilbert (care este prea strict matematică pentru a recurge aici la ea) cuprinde regulile ce se referă la astfel de sume infinite.

Ar fi bine să putem interpreta numerele complexe $z_0, z_1, z_2, z_3 \ldots$ ca fiind amplitudinile de probabilitate căutate, astfel încât modulele lor pătrate să dea diferitele probabilități ca după măsurătoare sistemul să se găsească în stările respective $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \ldots$. Totuși, nu este chiar așa deoarece nu am fixat "scara" diferiților vectori care formează baza $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \ldots$. Pentru aceasta, trebuie să precizăm că ei sunt *vectori unitari* (adică vectori ce au "lungimea" egală cu unitatea), și astfel, în limbaj matematic, ei formează ceea ce se numește o bază *ortonormată* (oricare doi vectori sunt reciproc *ortogonali* și sunt *normați* pentru a fi vectori unitari)[6]. Dacă și $|\psi\rangle$ este normată pentru a fi un vector unitar, atunci amplitudinile căutate vor fi acum componentele $z_0, z_1, z_2, \ldots$ ale lui $|\psi\rangle$ iar probabilitățile respective vor fi acum $|z_0|^2, |z_1|^2, |z_2|^2, \ldots$. Dacă $|\psi\rangle$ nu este un vector unitar, atunci aceste numere vor fi *proporționale* cu amplitudinile și probabilitățile căutate, respectiv. Amplitudinile corecte vor fi

$$\frac{z_0}{|\psi|}, \frac{z_1}{|\psi|}, \frac{z_2}{|\psi|}, \text{etc.}$$

iar probabilitățile corecte

$$\frac{|z_0|^2}{|\psi|^2}, \frac{|z_1|^2}{|\psi|^2}, \frac{|z_2|^2}{|\psi|^2}, \text{etc.}$$

unde $|\psi|$ este "lungimea" vectorului de stare $|\psi\rangle$. Această "lungime" este un număr real pozitiv definit pentru fiecare vector de stare (**0** are lungimea zero), iar $|\psi| = 1$ dacă $|\psi\rangle$ este un vector unitar.

O măsurătoare completă este un tip foarte idealizat de măsurătoare. Măsurătoarea completă a poziției unei particule, de exemplu, însemnă ca noi să putem localiza particula cu o precizie infinită, oriunde ar fi ea în univers! Un tip mai elementar de măsurătoare este cel pentru care noi punem doar o întrebare *da/nu* ca de exemplu: "particula se află la stânga sau la dreapta unei anumite drepte?", sau "impulsul particulei se află într-un anumit domeniu?" etc. Măsurătorile de tipul da/nu reprezintă în realitate tipul fundamental de măsurători. (De exemplu, putem îngusta oricât de mult dorim domeniul de poziții sau de impulsuri ale unei particule, folosind numai măsurători de tipul da/nu.) Să presupunem că rezultatul unei măsurători da/nu este **DA**. Deci vectorul de stare trebuie să se găsească la rândul lui în regiunea "**DA**" a spațiului Hilbert, pe care o voi numi **D**. Dacă, în schimb, rezultatul măsurătorii este **NU**, atunci vectorul de stare se va găsi în regiunea "**NU**" a spațiului Hilbert numită **N**. Regiunile **D** și **N** sunt total ortogonale una pe cealaltă în sensul că orice vector de stare ce aparține lui **D** trebuie să fie ortogonal pe fiecare vector de stare ce aparține lui **N** (și *vice-versa*). De asemenea, orice vector de stare $|\psi\rangle$ poate fi exprimat (în mod unic) ca o sumă de vectori, unul din **D** și unul din **N**.

În limbj matematic, spunem că **D** şi **N** sunt *complemente ortogonale* unul faţă de altul. Astfel, $|\psi\rangle$ este exprimat în mod unic sub forma:

$$|\psi\rangle = |\psi_D\rangle + |\psi_N\rangle,$$

unde $|\psi_D\rangle$ aparţine lui **D** iar $|\psi_N\rangle$ aparţine lui **N**. Aici $|\psi_D\rangle$ este *proiecţia ortogonală* a stării $|\psi\rangle$ pe **D** iar $|\psi_N\rangle$, în mod corespunzator, este proiecţia ortogonală a lui $|\psi\rangle$ pe **N** (vezi figura 6.23).

În urma măsurătorii starea $|\psi\rangle$ *efectuează un salt* – şi devine (proporţională cu) fie $|\psi_D\rangle$ fie $|\psi_N\rangle$. Dacă rezultatul este **DA**, starea va efectua un salt în $|\psi_D\rangle$ iar dacă este **NU**, ea va efectua un salt în $|\psi_N\rangle$. Dacă $|\psi\rangle$ este normată, probabilităţile respective ale acestor două cazuri sunt *pătratele lungimilor*

$$|\psi_D|^2, \quad |\psi_N|^2$$

stărilor proiectate. Dacă $|\psi\rangle$ nu este normată, va trebui să împărţim fiecare din aceste expresii cu $|\psi|^2$. (Conform teoremei lui Pitagora, $|\psi|^2 = |\psi_D|^2 + |\psi_N|^2$, suma acestor probabilităţi este egală cu unitatea, aşa cum şi trebuie!). Subliniem că probabilitatea ca $|\psi\rangle$ să efectueze un salt în $|\psi_D\rangle$ este dată de raportul cu care pătratul lungimii este micşorat prin această proiecţie.

În final trebuie să facem o remarcă cu privire la astfel de "acţiuni de măsurătoare" ce se pot face asupra unui sistem cuantic.

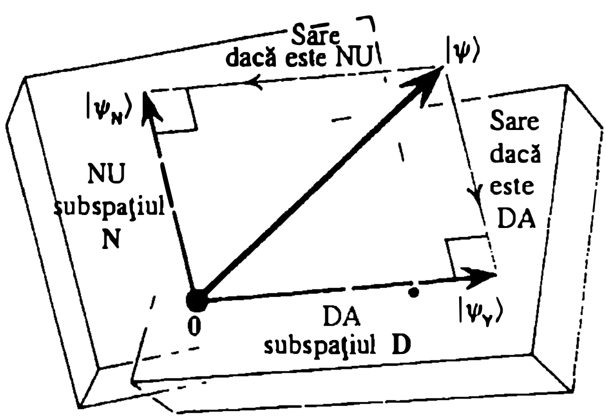


Fig. 6.23. Reducerea vectorului de stare. O măsurătoare da/nu poate fi descrisă folosind o pereche de subspaţii **D** şi **N** ce sunt complemente ortogonale unul pe altul. Ca urmare a măsurătorii, starea $|\psi\rangle$ efectuează un salt în proiecţia sa pe unul sau pe altul dintre aceste subspaţii, cu probabilitatea dată de factorul prin care pătratul lungimii vectorului de stare descreşte în urma acestei proiecţii.

O concluzie a postulatelor teoriei cuantice este că pentru *oricare stare* – să spunem starea $|\chi\rangle$ – există o măsurătoare[7] da/nu ce poate fi realizată *în principiu* pentru care răspunsul este **DA** dacă starea măsurată este (proporțională cu) $|\chi\rangle$ și **NU** dacă ea este ortogonală pe $|\chi\rangle$. Astfel, regiunea **D** ar putea fi formată din toți multiplii oricărei stări alese $|\chi\rangle$. Aceasta pare să ducă la concluzia importantă că vectorii de stare trebuie să fie *reali în mod obiectiv*. Oricare ar fi starea unui sistem fizic – să o numim $|\chi\rangle$ – va exista o măsurătoare ce poate fi efectuată în principiu pentru care $|\chi\rangle$ va fi *unica* stare (până la un factor constant) pentru care măsurătoarea va da *cu certitudine* rezultatul **DA**. S-ar putea ca pentru unele stări $|\chi\rangle$ această măsurătoare să fie extrem de dificil de realizat – poate chiar "imposibil" în practică – dar faptul că, în conformitate cu teoria, s-ar putea face, *în principiu*, o astfel de măsurătoare, va avea consecințe surprinzătoare pentru noi ulterior în acest capitol.

Spinul și sfera Riemann a stărilor

Mărimea numită în mecanica cuantică "*spin*" este considerată uneori ca fiind mărimea cu caracterul cel mai "cuantic" dintre toate mărimile fizice – așa că este important să-i acordăm o atenție deosebită. Ce *este* spinul? În esență este o măsură a rotației unei particule în jurul axei proprii. Termenul de "spin" sugerează ceva asemănător rotației în jurul ei a unei mingi de cricket sau de baseball. Reamintesc conceptul de *moment cinetic*, care se *conservă* așa cum se conservă și energia și impulsul (vezi capitolul 5, paragraful despre dinamica lui Galilei și Newton și capitolul 6, paragraful despre începuturile fizicii cuantice). Momentul cinetic al unui corp rămâne nemodificat atât timp cât corpul nu este perturbat de forțe de frecare sau de alte forțe. În mecanica cuantică spinul se definește prin aceeași proprietate, dar ea se referă acum la "rotația în jurul axei proprii" a unei particule *individuale*, și nu la mișcarea pe orbită în jurul centrului lor comun de masă a miliardelor de particule individuale (așa cum este în cazul mingei de cricket). Este o realitate fizică remarcabilă faptul că majoritatea particulelor din natură au o mișcare de "rotație" (spin) de acest tip, fiecare conform unei mărimi proprii caracteristice[8]. Totuși, așa cum vom vedea, spinul unei particule cuantice are unele proprietăți foarte speciale ce nu sunt deloc asemănătoare acelora la care ne-am putea aștepta din experiența noastră asupra rotației mingiilor de cricket.

În primul rând, *valoarea* spinului unei particule este întotdeauna *aceeași*, pentru un anumit tip de particulă. Doar direcția axei spinului este aceea care poate varia (într-un mod cu totul neobișnuit, precum vom vedea). Aceasta diferă complet de cazul mingei de cricket, care se poate roti în toate felurile și cu diferite valori, în funcție de felul în care este propulsată! Pentru un electron, proton sau neutron, valoarea spinului este întotdeauna $\hbar/2$, adică exact *jumătate* din cea mai mică valoare pozitivă pe care Bohr a admis-o iniţial pentru momentul cinetic cuantificat al atomilor propus de el. (Reamintesc că aceste valori erau 0, $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ...) Aici vorbim de o jumătate din unitatea de bază $\hbar$ – şi într-un sens, $\hbar/2$ este propriu zis "cea mai fundamentală" unitate de bază. Această valoare a momentului cinetic nu s-ar putea obţine pentru un obiect compus numai din particule ce se mişcă pe orbite, şi dintre care nici una nu posedă o rotaţie în jurul axei proprii; această valoare poate apărea doar pentru că spinul este o proprietate *intrinsecă* a particulei (adică nu apare din mişcarea orbitală a "părţilor sale" componente în jurul unui anumit centru).

O particulă al cărei spin este un multiplu *impar* de $\hbar/2$ (adică $\hbar/2$, $3\hbar/2$, sau $5\hbar/2$ etc.) este numită *fermion* şi manifestă o caracteristică cuantică ciudată: o rotaţie completă cu 360° aduce vectorul său de stare nu în el însuşi ci în *minus* el însuşi! Multe dintre particulele din Natură sunt fermioni, şi vom afla încă multe despre ele şi comportările lor neobişnuite – dar atât de vitale chiar şi pentru existenţa noastră. Celelalte particule, pentru care spinul este un multiplu *par* de $\hbar/2$, adică un multiplu număr întreg de $\hbar$ (adică 0, $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ...) sunt numite *bosoni*. La o rotaţie cu 360°, vectorul de stare al unui boson trece *în el însuşi*, nu în negativul său.

Să examinăm o particulă cu *spinul ce are valoarea* $\hbar/2$. Mă voi referi la particulă ca fiind un *electron*, dar ar fi putut fi la fel de bine un proton sau un neutron, sau chiar un anumit fel de atom. (Un sistem ce posedă părţi componente poate fi considerat ca fiind o "particulă" dacă poate fi tratat cuantic ca un întreg ce posedă un moment cinetic total bine definit.) Considerăm că electronul este în repaus şi examinăm doar starea sa de spin. Spaţiul stărilor cuantice (spaţiul Hilbert) este acum bidimensional, aşa că vom lua o bază formată doar din *două* stări. Le voi nota cu $|\uparrow\rangle$ şi $|\downarrow\rangle$ pentru a arăta că pentru starea $|\uparrow\rangle$ spinul este ca un şurub drept ce are direcţia de înaintare îndreptată *în sus*, faţă de o axă verticală, în timp ce pentru $|\downarrow\rangle$ spinul corespunde unui şurub drept ce are direcţia de înaintare îndreptată *în jos* faţă de o axă verticală (vezi figura 6.24).

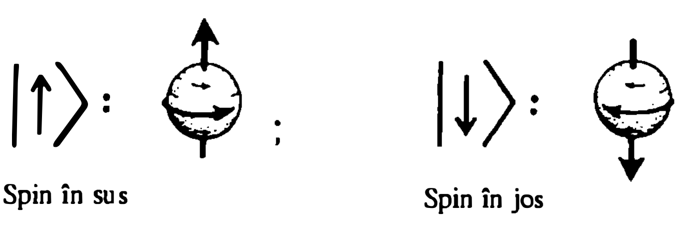


Fig. 6.24. O bază pentru stările de spin ale unui electron este formată doar din două stări. Acestea pot fi considerate a fi cu *spinul in sus* şi cu *spinul in jos*.

Stările $|\uparrow\rangle$ și $|\downarrow\rangle$ sunt ortogonale una pe cealaltă și le considerăm ca normate ($|\uparrow|^2 = |\downarrow|^2 = 1$). Orice stare posibilă a spinului electronului este o superpoziție liniară, de exemplu $w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$, de doar *două* stări ortonormate $|\uparrow\rangle$ și $|\downarrow\rangle$, adică cu spinul *în sus* și cu spinul *în jos*.

Sensurile: "în sus" și "în jos" nu au o semnificație deosebită. Am fi putut alege, la fel de bine, să descriem spinul (sensul de rotație al șurubului drept) față de oricare altă direcție, de exemplu, *spre dreapta* $|\rightarrow\rangle$ ca fiind opusă celei *spre stânga* $|\leftarrow\rangle$. Apoi, (alegând în mod corespunzător coeficienții, exprimați prin numere complexe, pentru $|\uparrow\rangle$ și $|\downarrow\rangle$), obținem*:

$$|\rightarrow\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \qquad \text{și} \qquad |\leftarrow\rangle = |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle.$$

Aceasta ne dă o imagine nouă: orice stare a spinului electronului este o superpoziție liniară a celor două stări ortogonale $|\rightarrow\rangle$ și $|\leftarrow\rangle$: adică cea *spre dreapta* și cea *spre stânga*. Am fi putut alege, o direcție complet arbitrară, de exemplu cea dată de vectorul de stare $|\nearrow\rangle$. Aceasta este tot o combinație liniară cu coeficienți complecși formată din $|\uparrow\rangle$ și $|\downarrow\rangle$, adică:

$$|\nearrow\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle,$$

și fiecare stare a spinului va fi o superpoziție liniară a acestei stări și a stării ortogonale $|\swarrow\rangle$, ce are sensul opus[9] sensului lui $|\nearrow\rangle$. (Subliniem că în spațiul Hilbert conceptul de "ortogonal" nu înseamnă "la unghi drept" ca în spațiul obișnuit. Vectorii ortogonali din spațiul Hilbert corespund unor sensuri diametral opuse în spațiu și nu unor direcții ce fac unghiuri drepte între ele.)

Care este relația geometrică dintre direcția din spațiu determinată de $|\nearrow\rangle$ și cele două numere complexe w și z? Deoarece starea fizică dată de $|\nearrow\rangle$ nu se modifică dacă înmulțim $|\nearrow\rangle$ cu cu un număr complex diferit de zero, va avea importanță doar raportul dintre z și w. Notăm:

$$q = z/w$$

acest raport. Atunci q este, de asemenea, un număr complex, cu excepția faptului că este admisă și valoarea "$q = \infty$" pentru a cuprinde și situația în care $w = 0$, pentru cazul în care sensul spinului este vertical în jos. Putem reprezenta q ca pe un punct în planul Argand, așa cum am făcut și în capitolul 2, cu excepția cazului $q = \infty$. Să ne imaginăm că acest plan Argand este situat orizontal în spațiu, cu sensul axei reale îndreptat spre "dreapta" în descrierea de mai sus (adică în sensul stării spinului $|\rightarrow\rangle$). Să ne imaginăm o sferă de rază

* Ca și în alte cazuri, prefer să nu încarc descrierea cu factori ca $1/\sqrt{2}$ ce ar trebui introduși, dacă am cere ca $|\rightarrow\rangle$ și $|\leftarrow\rangle$ să fie normate.

unitate, cu centrul în originea acestui plan Argand, astfel că punctele 1, i, −1, −i se găsesc toate pe ecuatorul sferei. Examinăm punctul de la polul sud, pe care îl notăm ∞, iar apoi facem o proiecție din acest punct, astfel că întregul plan Argand va fi regăsit pe sferă. Astfel, orice punct q din planul Argand va corespunde unui punct unic q de pe sferă (figura 6.25). Această corespondență poartă numele de proiecție *stereografică* și are multe proprietăți geometrice foarte interesante (de exemplu, ea păstrează unghiurile și transformă cercurile tot în cercuri). Proiecția ne dă o reprezentare prin numere complexe a punctelor de pe sferă, incluzând și pe ∞, adică printr-un set de rapoarte q de numere complexe. O sferă reprezentată în acest mod este denumită o *sferă Riemann*. Semnificația sferei Riemann pentru stările spinului unui electron este aceea că o direcție a spinului dată de relația $|\nearrow\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$ este dată de direcția de la centru către punctul $q = z/w$, marcat pe sfera Riemann. Observăm ca polul nord corespunde stării $|\uparrow\rangle$, care este dată de $z = 0$, adică de raportul $q = 0$, iar polul sud corespunde stării $|\downarrow\rangle$, dată de $w = 0$, adică de $q = \infty$. Punctul cel mai din dreapta este notat prin $q = 1$ care descrie starea $|\rightarrow\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$, iar punctul cel mai din stânga prin $q = -1$ care descrie starea $|\leftarrow\rangle = |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$. Punctul cel mai îndepărtat, în spatele sferei, este notat $q = \mathrm{i}$ și corespunde stării $|\uparrow\rangle + \mathrm{i}|\downarrow\rangle$ pentru care spinul are sensul ce pleacă dinspre noi, iar punctul cel mai apropiat, $q = -\mathrm{i}$ corespunde stării $|\uparrow\rangle - \mathrm{i}|\downarrow\rangle$, pentru care spinul are sensul spre noi.

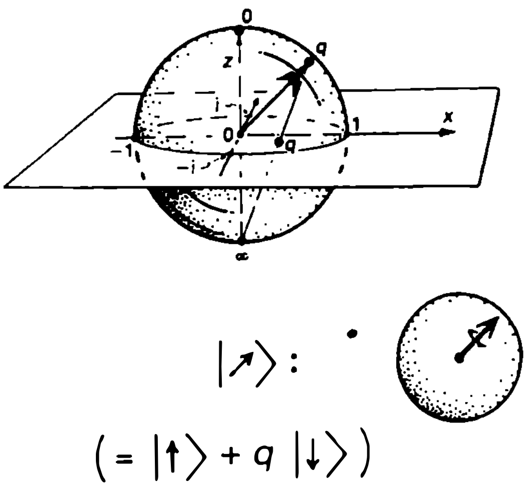


Fig. 6.25. Sfera Riemann, reprezentată aici ca spațiul stărilor de spin distincte din punct de vedere fizic, ale unei particule cu spin $\frac{1}{2}$. Sfera este proiectată stereografic din polul sud (∞) pe planul Argand ce trece prin ecuatorul său.

În general, un punct notat prin q, corespunde stării $|\uparrow\rangle + q|\downarrow\rangle$.

Ce legătură există între toate acestea și măsurătorile ce se pot efectua asupra spinului electronului?[10] Alegem o direcție oarecare în spațiu și un sens anumit pe ea; să numim această direcție α. Dacă măsuram spinul electronului după această direcție, răspunsul **DA** ne spune că electronul are (acum) spinul după direcția α și sensul ales pe α (adică șurubul drept este după sensul ales), iar **NU** ne spune că spinul este după direcția α, dar în sens opus.

Să presupunem că răspunsul este **DA**; în acest caz vom numi starea rezultată $|\alpha\rangle$. Dacă vom repeta măsurătoarea, păstrând exact aceeași direcție α ca mai înainte, vom găsi că răspunsul va trebui să fie din nou **DA**, cu probabilitatea de 100 la sută. Dar dacă vom modifica direcția celei de a doua măsurători, după o nouă direcție β, vom găsi că pentru răspunsul **DA** probabilitatea va fi acum mai mică, starea efectuând acum un salt în $|\beta\rangle$, și că există acum o posibilitate ca răspunsul la cea de a doua măsurătoare să fie **NU**, starea efectuând acum un salt în sens opus lui β. Cum putem calcula această probabilitate? Răspunsul este cuprins în sfârșitul paragrafului anterior. Probabilitatea de a obține răspunsul **DA** pentru cea de a doua măsurătoare este

$$\tfrac{1}{2}(1 + \cos\theta),$$

unde θ este unghiul dintre direcțiile[11] α și β. Probabilitatea lui **NU** pentru cea de a doua măsurătoare este

$$\tfrac{1}{2}(1 - \cos\theta).$$

Vedem din aceasta că dacă măsurătoarea a doua se face după un unghi drept față de prima, probabilitatea va fi de 50 la sută, pentru ambele cazuri ($\cos 90° = 0$): rezultatul celei de a doua măsurători este complet aleator! Dacă unghiul dintre cele două măsurători este ascuțit, atunci este mai probabil răspunsul **DA** decât **NU**. Dacă unghiul este obtuz, atunci **NU** este mai probabil decât **DA**. În cazul extrem când β are sens opus celui ales pentru α, probabilitățile devin 0 la sută pentru **DA** și 100 la sută pentru **NU**; adică rezultatul celei de a doua măsurători este cu certitudine inversul celei pentru prima (Pentru informații suplimentare asupra spinului vezi Feynman și alții, 1965.)

Sfera Riemann are în realitate un rol fundamental (dar nu întotdeauna recunoscut) în cazul *oricărui* sistem cuantic ce are două stări, deoarece descrie șirul de stări cuantice posibile (până la un factor de proporționalitate). În cazul unei particule cu spin $\hbar/2$, rolul său geometric este cu atât mai evident, deoarece punctele sferei Riemann corespund direcțiilor spațiale posibile ale axei spinului. În multe alte cazuri este mai greu de văzut rolul sferei Riemann. Spre exemplu, să analizăm un foton ce tocmai a trecut printr-o pereche de fante, sau care a fost reflectat de o oglindă semitransparentă. Starea lui este o combinatie liniară oarecare cum ar fi $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$, sau $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$, formată din cele două stări $|\psi_t\rangle$ și $|\psi_b\rangle$, ce descriu cele două localizări complet distincte. Sfera Riemann continuă să descrie șirul de posibilități distincte din punct de vedere fizic, dar acum doar în mod *abstract*. Starea $|\psi_t\rangle$ este reprezentată de polul nord ("punctul cel mai de sus"), iar starea $|\psi_b\rangle$ de polul sud ("punctul cel mai de jos"). În acest caz $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$, şi $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$ sunt reprezentate prin diferite puncte situate pe ecuator, şi în general, starea lui $w|\psi_t\rangle + z|\psi_b\rangle$ este reprezentată printr-un punct dat de $q = z/w$. În multe cazuri de felul acestuia, "potenţialul de posibilităţi ale sferei Riemann" este în mare măsură ascuns, şi fără o legătură clară cu geometria spaţială.

Obiectivitatea şi măsurabilitatea stărilor cuantice

Cu toate că în mod normal rezultatul unui experiment este obţinut doar sub formă de probabilităţi, se pare că există ceva *obiectiv* în aşa numita stare cuantică. Se afirmă adesea că vectorul de stare este doar o descriere convenabilă ce foloseşte "cunoştinţele noastre" despre un sistem fizic – sau, poate că vectorul de stare nu descrie în realitate un sistem individual ci doar furnizează informaţii de tip probabilist asupra unui "ansamblu" format dintr-un mare număr de sisteme preparate în mod similar. Astfel de păreri le consider ca fiind nejustificat de timide cu privire la ceea ce are mecanica cuantică să ne spună despre la *realitatea* lumii fizice.

Această prudenţă sau nesiguranţă cu privire la "realitatea fizică" a vectorilor de stare pare să provină parţial din faptul că ceea ce este măsurabil din punct de vedere fizic este limitat strict de teorie. Să examinăm o stare a spinului electronului ca cea descrisă mai sus. Să presupunem că starea spinului este $|\alpha\rangle$, dar că noi nu ştim aceasta; adică nu ştim *direcţia* α pe care se presupune că o are spinul electronului. Putem determina această direcţie printr-o măsurătoare? Nu, nu putem. Tot ce putem face este să extragem "un bit" de informaţie – adică răspunsul la un singur fel de întrebare de tip da/nu. Putem selecta o direcţie β în spaţiu şi măsura spinul electronului după această direcţie. Vom obţine răspunsul **DA** sau **NU**, dar după aceasta am pierdut informaţia asupra direcţiei spinului avută anterior. În cazul unui răspuns **DA** ştim că starea este *acum* proporţională cu $|\beta\rangle$, iar al unui răspuns **NU**, ştim că starea este *acum* în sens opus. În nici unul dintre cazuri nu obţinem direcţia α *dinaintea* măsurătorii, ci doar o informaţie de tip probabilist despre α.

Pe de altă parte, se pare că exista ceva complet *obiectiv* chiar în privinţa direcţiei lui α, în care electronul "a avut spinul" înaintea efectuării măsurătorii.* Căci *am fi putut* alege să măsurăm spinul electronului după direcţia α – şi

* Această obiectivitate este o caracteristică a faptului că luăm în serios formalismul cuantic obişnuit. În cazul unui punct de vedere *nestandard*, s-ar putea ca sistemul "să ştie" în realitate, dinainte, rezultatul pe care îl va da la *orice* măsurătoare. Aceasta ar putea să ne dea o imagine *diferită*, aparent obiectivă, asupra realităţii fizice.

electronul trebuia să fie preparat pentru a da răspunsul DA cu *certitudine*, dacă s-ar fi întâmplat să fi ghicit corect! Într-un fel, "informația" pe care electronul trebuie să o dea în acest răspuns este stocată în starea spinului electronului.

În discutarea problemei realității fizice, conform mecanicii cuantice, mi se pare că trebuie să facem o deosebie între ceea ce este "obiectiv" și ceea ce este "măsurabil". Într-adevăr, vectorul de stare al unui sistem *nu este măsurabil*, în sensul că nu se poate stabili prin experimente efectuate asupra sistemului, cu exactitate (până la un factor de proporționalitate) care este această stare; dar vectorul de stare *pare să fie* (din nou, până la un factor de proporționalitate) o proprietate complet *obiectivă* a sistemului, fiind caracterizată complet prin rezultatele pe care trebuie să le dea la experimentele ce *s-ar putea* efectua. În cazul unei particule individuale cu spin $\hbar/2$, cum este electronul, această obiectivitate nu este nerezonabilă deoarece ea doar afirmă că există o direcție *anumită* după care spinul electronului este definit exact, chiar dacă s-ar putea ca noi să nu știm care este această direcție. (Totuși, vom vedea ulterior că această reprezentare "obiectivă" este mult mai neobișnuită în cazul sistemelor mai complicate – chiar și pentru un sistem format doar dintr-o *pereche* de particule cu spin $\hbar/2$.)

Dar, trebuie oare ca spinul electronului să posede o stare bine definită din punct de vedere fizic înainte de a fi măsurat? În multe cazuri, *nu trebuie*, deoarece el nu poate fi considerat ca un sistem cuantic independent; ci, trebuie considerat că starea cuantică descrie, în general, un electron ce este legat într-un mod extraordinar de complicat de un mare număr de alte particule. Totuși, în anumite condiții, electronul *poate* fi considerat ca fiind independent (cel puțin în ceea ce privește spinul său). În astfel de condiții, ca de exemplu atunci când spinul său a fost măsurat anterior ca fiind după o anumită direcție (poate necunoscută) iar apoi electronul a rămas neperturbat un timp, electronul *are* o direcție a spinului definită perfect obiectiv, conform teoriei cuantice standard.

Copierea unei stări cuantice

Faptul că starea spinului unui electron are caracter obiectiv, deși este imposibil de măsurat, ilustreaza un alt fapt important: *este imposibil să se copieze o stare cuantică, și în același timp starea sa originală să rămână nemodificată*! Pentru a înțelege aceasta, să presupunem că am putea face o astfel de copie a unei stări $|\alpha\rangle$ a spinului electronului. Dacă am putea-o face o dată, aceasta ar însemna că am putea-o face din nou, iar apoi din nou și din nou. Sistemul rezultat ar putea avea un moment cinetic enorm cu o direcție foarte bine definită. Această direcție, să o numim α, ar putea fi atunci constatată printr-o măsurătoare macroscopică. Aceasta ar viola caracterul fundamental al stării $|\alpha\rangle$ a spinului, și anume, de a fi *imposibil de măsurat*.

Totuși, *este* posibil să se copieze o stare cuantică dacă suntem pregătiți să distrugem starea originalului. De exemplu, am putea avea un electron într-o stare $|\alpha\rangle$ a spinului, pe care nu o cunoaștem, și un neutron, să spunem, într-o altă stare $|\gamma\rangle$ de spin. Avem tot dreptul să le schimbăm, astfel ca starea spinului neutronului să fie acum $|\alpha\rangle$ și a electronului $|\gamma\rangle$. Ceea ce nu putem face este *să facem o copie* a lui $|\alpha\rangle$, (în afară de cazul în care *știm* deja care este $|\alpha\rangle$)! (Vezi și Wooters și Zurek 1982.)

Să ne reamintim "mașina de teleportat" discutată în capitolul 1 (paragraful despre hard și soft). Aceasta depindea de faptul dacă este posibil, în principiu, să se asambleze o copie completă a corpului și a creierului unei persoane, pe o planetă îndepărtată. Este interesant de speculat asupra faptului dacă "conștiința" unei persoane poate depinde de un anumit aspect al unei stări cuantice. Dacă ar fi așa, fizica cuantică ne-ar interzice să facem o copie a acestei "conștiințe" fără a distruge starea originalului – și în acest fel, "paradoxul" teleportării ar putea fi rezolvat. Posibila legătură dintre efectele cuantice și funcționarea creierului va fi examinată în cele două capitole finale.

Spinul fotonului

Să analizăm acum "spinul" unui foton și legătura sa cu sfera Riemann. Fotonii *posedă* spin, dar din cauza faptului că se deplasează cu viteza luminii, nu putem defini un punct de aplicație bine definit; în schimb, putem vorbi despre direcția spinului, direcție ce se află întotdeauna pe direcția de mișcare a fotonului. Corespondentul ondulatoriu al noțiunii de spin al fotonului este numit *polarizare*, și este fenomenul pe care se bazează comportarea ochelarilor de soare de tip "polaroid". Luați două bucăți de polaroid, puneți-le una peste cealaltă și priviți prin ele. Veți vedea că, în general, prin ele trece o anumită cantitate de lumină. Acum rotiți una dintre ele, ținând-o pe cealaltă fixă. Cantitatea de lumina ce trece prin ele va varia. Pentru o orientare pentru care lumina transmisă este maximă, al doilea polaroid nu scade practic nimic din cantitatea de lumină ce trece; dar, pentru o orientare la un unghi drept față de aceasta, al doilea polaroid va tăia lumina practic la zero.

Pentru a înțelege ce se întâmplă ne va fi de ajutor imaginea ondulatorie a luminii, și anume, descrierea dată de Maxwell ce folosește câmpurile electrice și magnetice oscilante. În figura 6.26 este arătată o undă luminoasă *plan-polarizată*.

Câmpul electric oscilează înainte și înapoi într-un plan – numit *plan de polarizare* – iar câmpul magnetic oscilează sincron, dar într-un plan ce face un unghi drept cu cel al câmpului electric. Fiecare bucată de polaroid lasă să treacă lumina al cărui plan de polarizare este aliniat cu structura polaroidului. Dacă cel de al doilea polaroid are structura aliniată cu cea a primului, atunci lumina ce a

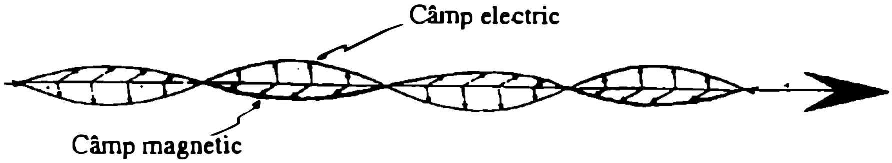


Fig. 6.26. O undă electromagnetică plan-polarizată.

trecut prin primul polaroid va trece şi prin al doilea. Dar dacă structurile celor doi polaroizi fac un unghi drept între ele, cel de al doilea polaroid va opri toată lumina ce a trecut prin primul. Dacă cei doi polaroizi sunt orientaţi cu un unghi φ unul faţă de celălalt, atunci o fracţiune

$$\cos^2\varphi$$

va fi permisă prin cel de al doilea polaroid.

În imaginea corpusculară, trebuie să considerăm că *fiecare foton individual* posedă polarizare. Primul polaroid acţionează ca un dispozitiv de măsură a polarizării, dând răspunsul **DA** dacă fotonul este polarizat după direcţia corespunzătoare, în care caz fotonul va fi lăsat să treacă. Dacă fotonul este polarizat în direcţie ortogonală, răspunsul va fi **NU**, iar fotonul va fi absorbit.

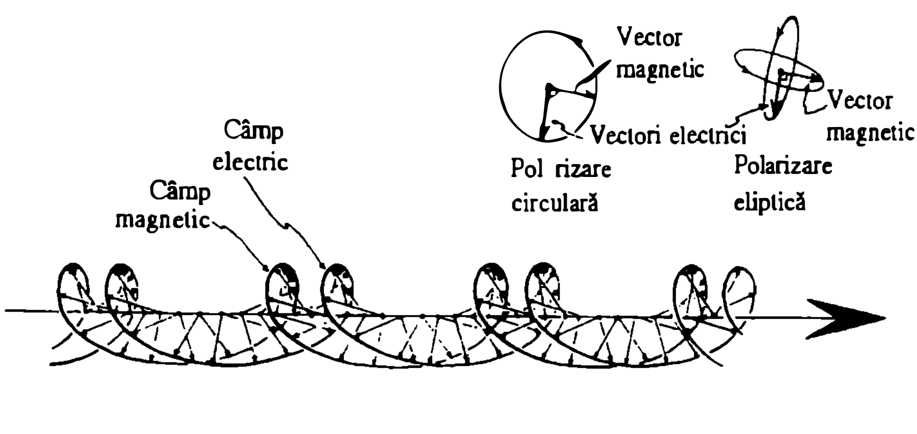


Fig. 6.27. O undă electromagnetică polarizată circular. (Polarizarea eliptică este cazul intermediar între figurile 6.26 şi 6.27.)

("Ortogonal" în spaţiul Hilbert *corespunde* orientării "la unghi drept" în spaţiul obişnuit!). Presupunând că electronul a trecut prin primul polaroid, se pune problema trecerii lui şi prin cel de al doilea, dar pentru o altă direcţie.Dacă unghiul dintre aceste două direcţii este φ, *probabilitatea* ca fotonul să poată trece prin cel de al doilea polaroid, cu condiţia să fi trecut prin primul polaroid, este $\cos^2\varphi$.

Care este legătura cu sfera Riemann? Pentru a obţine stările de polarizare, va trebui să examinăm noţiunile de polarizare *circulară* şi *eliptică*. Acestea sunt ilustrate în figura 6.27 pentru undele clasice. În cazul polarizării circulare, câmpul electric, pe lângă faptul că oscilează se şi *roteşte*, iar câmpul magnetic situat tot la un unghi drept faţă de cel electric se roteşte sincron. În cazul polarizării eliptice avem de-a face cu o combinaţie de mişcare oscilatorie şi de rotaţie în care vectorul ce descrie câmpul electric descrie în spaţiu *o elipsă*. În concepţia cuantică se admite că fiecare foton *individual* este polarizat în aceste moduri alternative diferite ce reprezintă stările *spinului fotonului*.

Pentru a vedea în ce mod şirul de posibilităţi formeaza sfera Riemann, să ne imaginăm că fotonul se deplasează vertical în sus. Polul nord va reprezenta acum starea $|R\rangle$ corespunzătoare unui spin ce posedă o mişcare de rotaţie în jurul axei proprii în sens de şurub *drept*, ceea ce înseamnă că vectorul electric se roteşte în sens invers acelor de ceasornic în jurul verticalei (văzut de deasupra). Polul sud va reprezenta starea $|L\rangle$ corespunzătoare rotaţiei în sens de şurub *stâng*. (Ne putem imagina fotonul ca rotindu-se în jurul axei proprii asemănător unui glonţ de puşcă, fie în sens de şurub drept, fie în sens de şurub stâng). Starea de spin generală $|R\rangle + q|L\rangle$ este o combinaţie liniară cu coeficienţi complecşi a celor două, şi corespunde unui punct, notat q, pe sfera Riemann. Pentru a găsi legătura dintre q şi elipsa de polarizare, formăm mai întâi *rădăcina pătrată* a lui q, pentru a obţine un alt număr complex p:

$$p = \sqrt{q}.$$

Apoi marcăm punctul p pe sfera Riemann, nu pe q, şi examinăm planul ce trece prin centrul sferei şi este perpendicular pe linia ce uneşte centrul cu punctul marcat p. Acest plan intersectează sfera după un cerc şi proiectăm acest cerc vertical în jos pentru a obţine elipsa de polarizare (figura 6.28).* Sfera Riemann a lui q descrie totalitatea stărilor de polarizare ale fotonului, dar rădăcina pătrată p a lui q dă poziţia spaţială a ei.

Pentru a calcula probabilităţile, putem folosi aceeaşi formulă $1/2(1 + \cos\theta)$ pe care am folosit-o pentru electron, dacă o aplicăm lui q şi nu lui p.

Să examinăm *planul* de polarizare. Măsurăm întâi starea de polarizare a fotonului pe o direcţie iar apoi pe o alta ce face unghiul φ cu ea. Aceste două

---

* Numărul complex $-p$, ca şi p, reprezintă rădăcina pătrată a lui q, şi dă aceeaşi elipsă de polarizare. Rădăcina pătrată intervine deoarece fotonul este o particulă ce nu posedă masă şi care are *spinul egal cu unu*, adică de două ori unitatea fundamentală $\hbar/2$. Pentru un *graviton* – cuanta de gravitaţie încă nedetectată – spinul este egal cu *doi*, adică *de patru ori* unitatea fundamentală, iar în descrierea de mai sus ar trebui să folosim rădăcina de *ordinul patru* a lui q.

direcții corespund la două valori ale lui p de pe ecuatorul sferei, direcții ce subântind φ la centru. Deoarece p-urile sunt rădăcinile pătrate ale q-urilor, unghiul θ subîntins la centru de punctele q este *dublul* unghiului corespunzător punctelor p: $\theta = 2\varphi$. Astfel, probabilitatea unui **DA** la cea de a doua măsurătoare, dacă la prima fost un **DA** (deci probabilitatea ca fotonul să treacă prin al doilea polaroid, dacă a trecut prin primul) este $1/2(1+\cos 2\varphi)$, care (folosind doar trigonomia simplă) este același cu $\cos^2\varphi$ de mai sus.

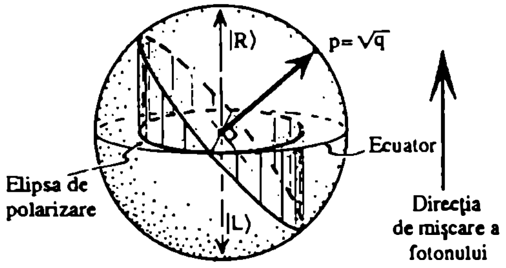


Fig. 6.28. Sfera Riemann descrie și stările de polarizare ale unui foton (dar acum ale lui $\sqrt{q}$). (Vectorul ce are sensul spre $\sqrt{q}$ se numește *vectorul Stokes*.)

Obiecte cu spin mare

În cazul unui sistem cuantic pentru care numărul de stări ale bazei este mai mare ca doi, spațiul stărilor discernabile din punct de vedere fizic este mai complicat decât sfera Riemann. Totuși, în cazul spinului, sfera Riemann *în sine* are întotdeauna de jucat un rol geometric direct. Să examinăm o particulă ce *posedă masă* sau un atom, cu spinul $n \times \hbar/2$, considerată în repaus. În acest caz, spinul definește un sistem cuantic ce are $(n + 1)$ stări. (Pentru o particulă ce *nu posedă masă* dar posedă spin, adică una ce se deplasează cu viteza luminii, cum este fotonul, spinul este întotdeauna un sistem cu *două* stări, cum este cel descris mai sus. Dar pentru o particulă ce posedă masă, numărul de stări crește cu creșterea mărimii spinului). Dacă alegem să măsurăm acest spin pe o direcție, vom găsi că există $n + 1$ rezultate posibile diferite, în funcție de orientarea spinului față de această direcție. Folosind unitatea fundamentală $\hbar/2$, rezultatele posibile pentru valoarea spinului după această direcție vor fi: n, $n-2$, $n-4$, . , $2-n$ sau $-n$. Astfel, pentru $n = 2$, valorile sunt 2, 0 sau -2; pentru $n = 3$, valorile sunt 3, 1, -1 sau -3 etc. Valorile *negative* corespund spinului ce are sensul *opus* sensului în care se măsoară. În cazul unei particule cu spin $\hbar/2$, adică cu $n = 1$, valoarea 1 corespunde lui **DA**, iar valoarea -1 corespunde lui **NU** din descrierile de mai sus.

Se constată, deşi nu voi încerca să explic motivele (Majorana 1932, Penrose 1987a), că *fiecare stare a spinului* (până la un factor de proporţionalitate) pentru spinul $\hbar n/2$ este caracterizată în mod unic printr-un *set* (neordonat) *de n puncte situate pe sfera Riemann* – adică prin *n* direcţii dinspre centru spre exterior (de obicei distincte) (vezi figura 6.29). (Aceste direcţii sunt caracterizate prin măsurătorile ce se pot efectua asupra sistemului: dacă măsurăm spinul după una dintre ele, atunci cu certitudine rezultatul nu va fi complet în sens opus, adică va da una din valorile *n*, *n*–2, *n*–4, . . . , 2–*n* şi *nu* – *n*). În cazul particular *n* = 1, ca cel al electronului de mai sus, vom avea *un* punct pe sfera Riemann, şi acesta va fi chiar punctul notat *q* în descrierile noastre. Pentru valori mai mari ale spinului, imaginea este mai elaborată, şi aşa cum tocmai am descris-o, deşi nu este prea uzuală pentru fizicieni.

Există în această descriere ceva cu totul remarcabil, şi în acelaşi timp dificil de înţeles. Se ajunge adesea să se considere că, în unele cazuri limită, descrierile cuantice ale atomilor (sau ale particulelor elementare, sau ale moleculelor) vor tinde cu necesitate către o descriere clasică newtoniană atunci când sistemul devine mare şi complicat.

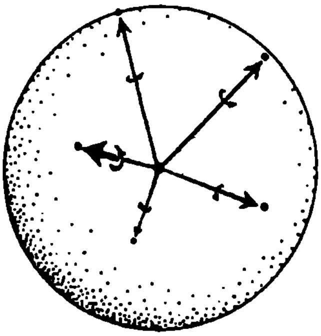


Fig. 6.29. O stare generală corespunzătoare unui spin de valoare mare, pentru o particulă ce posedă masă, poate fi descrisă ca o colecţie de stări cu spin $\hbar/2$ ce au direcţii arbitrare.

Totuşi, după cum se ştie, *aceasta pur şi simplu nu este adevărat*. Şi aceasta deoarece, după cum am văzut, stările spinului unui obiect cu moment cinetic mare vor corespunde unui număr mare de puncte răspândite pe toată sfera Riemann.* Ne putem imagina spinul obiectului ca fiind compus în totalitate din spini $\hbar/2$ îndreptaţi în toate direcţiile diferite determinate de aceste puncte. Doar foarte puţine din aceste stări combinate – şi anume atunci când

* Mai corect, momentul cinetic este descris printr-o combinaţie liniară cu coeficienţi complecşi de astfel de aranjamente cu diferite numere de puncte, deoarece, în cazul unui sistem complicat, pot exista mai multe valori diferite ce se însumează dând spinul total. Aceasta face ca imaginea totală să fie şi *mai puţin* asemănătoare cu aceea a unui moment cinetic clasic!

majoritatea punctelor sunt concentrate împreună într-o regiune mică de pe sferă (adică unde majoritatea spinilor $\hbar/2$ au practic aceeași direcție) – vor corespunde stărilor reale ale momentului cinetic care se întâlnesc în mod normal la obiecte clasice, cum sunt mingiile de cricket. Ne-am fi putut aștepta ca dacă am alege o stare a spinului pentru care mărimea totală a spinului este un număr foarte mare (în termeni de $\hbar/2$), dar compus din direcții "aleatoare", să obținem ceva asemănător unui spin clasic. Dar lucrurile nu stau deloc așa. În general, stările cuantice ale spinului corespunzătoare unui spin total mare nu seamănă în nici un fel cu cele clasice!

Cum trebuie făcută atunci corespondența cu momentul cinetic din fizica clasică? Deși majoritatea stărilor cuantice corespunzatoare unui spin mare *nu seamănă* cu cele clasice, ele sunt totuși combinații liniare de stări (ortogonale) care *seamănă fiecare* cu una clasică. Într-un fel sau în altul, asupra sistemului s-a autoefectuat o "măsurătoare" și starea "a efectuat un salt" (cu o anumită probabilitate) într-una sau în alta dintre aceste stări de tip clasic. Situația este similară în cazul oricăreia dintre celelalte proprietăți măsurabile clasic ale unui sistem, nu doar cu momentul cinetic. Acest aspect al mecanicii cuantice este cel ce trebuie să se manifeste ori de câte ori un sistem "atinge nivelul clasic". Voi spune ulterior mai multe despre aceasta, dar înainte de a putea discuta despre astfel de sisteme cuantice "mari" sau "complicate", va trebui să ne facem o idee despre modul complet neobișnuit în care mecanica cuantică tratează sistemele formate din mai mult de o particulă.

Sisteme multiparticulă

Descrierile făcute de mecanica cuantică starilor multi-particulă sunt, din nefericire, destul de complicate. De fapt ele pot deveni *extrem* de complicate. Avem de a face cu superpoziții ale *tuturor* diferitelor localizări posibile ale tuturor particulelor în mod separat! Aceasta dă un domeniu vast de stări posibile – mult mai multe decât în cazul *câmpului* din teoria clasică. După cum am văzut, chiar starea cuantică a unei particule *individuale*, adică funcția de undă, are același grad de complicație ca și cel pe care îl are întregul câmp clasic. Această descriere (ce necesită un număr *infinit* de parametri pentru a o preciza) este deja cu mult mai complicată decât descrierea clasică a unei particule (pentru care sunt necesare doar câteva numere pentru a-i preciza starea – de fapt șase, dacă nu are grade de libertate interne, ca de exemplu spinul; vezi capitolul 5, paragraful despre spațiul fazelor). Această situație poate părea destul de complicată, și s-ar putea considera că pentru a descrie starea cuantică a două particule, sunt necesare *două* "câmpuri", fiecare descriind starea uneia dintre particule. Nici gând! Descrierea stării a două sau mai multe particule este cu mult mai elaborată, după cum vom vedea.

Starea cuantică a unei particule *individuale* (fără spin) este definită printr-un număr complex (amplitudinea) pentru fiecare poziție posibilă pe care particula ar putea-o ocupa. Particula este definită printr-o amplitudine de a fi în punctul A și o amplitudine de a fi în punctul B și o amplitudine de a fi în punctul C etc. Acum, să ne gândim la cazul a *două* particule. Prima particulă ar putea fi în A iar a doua în B, să spunem. Această posibilitate ar trebui să fie descrisă printr-o amplitudine. Alternativ, prima particulă ar putea fi în B și a doua în A, și ar trebui ca și acest caz să fie descris printr-o amplitudine; sau, prima ar putea fi în B și a doua în C; sau poate ambele particule ar putea fi în A. Fiecare dintre aceste alternative ar trebui definită printr-o amplitudine. Astfel, funcția de undă nu este doar o pereche de funcții de poziție (adică o pereche de câmpuri); este o singură funcție de *două* poziții!

Pentru a ne forma o idee cu cât este mai complicată precizarea unei funcții de două poziții față de cazul a două funcții de poziție, să ne imaginăm o situație în care există doar un set finit de poziții posibile disponibile. Presupunem că există doar zece poziții posibile date de stările (ortonormate):

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle, |7\rangle, |8\rangle, |9\rangle.$$

Starea $|\psi\rangle$ a unei particule individuale ar fi o combinație

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle + z_1|1\rangle + z_2|2\rangle + z_3|3\rangle + \ldots + z_9|9\rangle$$

în care diferitele componente $z_0, z_1, z_2, z_3, \ldots, z_9$ dau amplitudinile respective ca particula să fie în fiecare punct pe rând. Starea particulei este caracterizată prin zece numere complexe. Pentru o stare *biparticulă* este necesară câte o amplitudine pentru fiecare ***pereche de poziții***. Acestea sunt:

$$10^2 = 100$$

perechi diferite (ordonate) de poziții, deci sunt necesare *o sută* de numere complexe! Dacă am fi avut doar două stări uniparticulă (adică "două funcții de poziție" și nu "o funcție de două poziții", ca mai sus), ne-ar fi trebuit doar *douăzeci* de numere complexe.

Putem nota aceste o sută de numere:

$$z_{00}, z_{01}, z_{02}, \ldots, z_{09}, z_{10}, z_{11}, z_{12}, \ldots, z_{20}, \ldots, z_{99}$$

iar vectorii (ortonormați) corespunzători ai bazei[12]

$$|0\rangle|0\rangle,\ |0\rangle|1\rangle,\ |0\rangle|2\rangle, \ldots, |0\rangle|9\rangle,\ |1\rangle|0\rangle, \ldots, |9\rangle|9\rangle.$$

Starea generală biparticulă $|\psi\rangle$ va avea forma:

$$|\psi\rangle = z_{00}|0\rangle|0\rangle + z_{01}|0\rangle|1\rangle + \ldots + z_{99}|9\rangle|9\rangle.$$

Această notație "sub formă de produs" trebuie înțeleasă în modul următor: dacă $|\alpha\rangle$ este o stare posibilă pentru prima particulă (nu obligatoriu o stare de poziție), și dacă $|\beta\rangle$ este o stare posibilă pentru cea de a doua particulă, atunci starea care afirmă că starea primei particule este $|\alpha\rangle$ *și* a celei de a doua este $|\beta\rangle$ se scrie:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle.$$

"Forma de produs" se poate folosi pentru oricare altă pereche de stări cuantice, nu numai pentru stări uniparticulă. Astfel, intrepretăm întotdeauna starea produs $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ (stări ce nu sunt în mod obligatoriu ale unor particule individuale) ca descriind conjuncția:

"primul sistem este în starea $|\alpha\rangle$ *și* al doilea sistem este în starea$|\beta\rangle$".

(O interpretare similară este valabilă pentru $|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$ etc.; vezi mai jos.) Totuși, starea *generală* biparticulă nu are această formă "de produs". De exemplu, ea poate fi:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\rho\rangle|\sigma\rangle,$$

unde $|\rho\rangle$ este o altă stare posibilă pentru primul sistem iar $|\sigma\rangle$, o altă stare posibilă pentru al doilea. Această stare este o *superpoziție liniară:* adică prima conjuncție ($|\alpha\rangle$ *și* $|\beta\rangle$) *plus* a doua conjuncție ($|\rho\rangle$ *și* $|\sigma\rangle$), și ea nu poate fi reexprimată ca un produs simplu (adică sub forma conjuncției a două stări). De exemplu, starea $|\alpha\rangle|\beta\rangle - i|\rho\rangle|\sigma\rangle$ descrie o astfel de combinație liniară dar care este diferită. Trebuie observat că în mecanica cuantică este necesară o diferențiere clară între înțelesul cuvintelor "și" și "plus". În limbajul modern există o tendință nefericită – ca de exemplu în broșurile de asigurare – de a folosi în mod incorect "plus" în sensul de "și". Aici trebuie să fim cu mult mai atenți!

În cazul a trei particule situația este foarte asemănătoare. Pentru a caracteriza o stare generală triparticulă, pentru care în cazul anterior erau posibile doar zece poziții alternative, sunt necesare acum *o mie* de numere complexe! Baza completă pentru stările triparticulă ar fi:

$$|0\rangle|0\rangle|0\rangle,\ |0\rangle|0\rangle|1\rangle,\ |0\rangle|0\rangle|2\rangle, \ldots, |9\rangle|9\rangle|9\rangle.$$

Stările triparticulă au forma:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$$

(unde $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$, şi $|\gamma\rangle$ nu trebuie să fie stări ale poziţiei), dar pentru starea generală triparticulă trebuiesc suprapuse multe stări de astfel de "produse" simple. Modelul corespunzător pentru patru sau mai multe particule este clar.

Discuţia de până acum s-a referit la cazul particulelor *discernabile*, şi am vorbit de "prima particulă", de "a doua particula" şi de "a treia particulă" etc. care erau toate de tipuri *diferite*. O caracteristică surprinzătoare a mecanicii cuantice este că în cazul particulelor *identice* regulile sunt diferite. De fapt, regulile sunt astfel încât particulele de un anumit tip trebuie să fie *exact* identice, într-un mod foarte clar şi nu doar, să spunem extrem de aproape identice. Aceasta se aplică tuturor electronilor, şi se aplică tuturor fotonilor. Dar, după cum s-a constatat, toţi electronii sunt identici unul cu altul într-un mod *diferit* de cel în care sunt identici toţi fotonii! Diferenţa constă în faptul că electronii sunt fermioni pe când fotonii sunt bosoni. Aceste două tipuri generale de particule trebuiesc tratate cu totul diferit.

Înainte de a produce o confuzie totală în mintea cititorului cu astfel de exprimări, voi explica modul în care trebuiesc caracterizate stările fermionilor şi ale bosonilor. Regula este următoarea: dacă $|\psi\rangle$ este o stare ce include un număr de fermioni de un anumit tip, atunci dacă oricare doi fermioni se schimbă între ei, $|\psi\rangle$ va trebui să sufere tranziţia:

$$|\psi\rangle \rightarrow -|\psi\rangle.$$

Dacă $|\psi\rangle$ include un număr de bosoni de un anumit tip, atunci dacă se schimbă între ei oricare doi bosoni, $|\psi\rangle$ va trebui să sufere tranziţia:

$$|\psi\rangle \rightarrow |\psi\rangle.$$

O implicaţie a acestui fapt este că *nu pot exista doi fermioni în aceeaşi stare.* Dacă ar putea exista, o schimbare între ei nu ar modifica în nici un fel starea totală, aşa că ar trebui să avem: $-|\psi\rangle = |\psi\rangle$, adică $|\psi\rangle = 0$, care nu este permis pentru o stare cuantică. Această proprietate este cunoscută sub numele de *principiul de excluziune al lui Pauli,*[13] iar implicaţiile ei sunt fundamentale pentru structura materiei. Toţi principalii constituenţi ai materiei sunt fermioni: electronii, protonii şi neutronii. Fără principiul de excluziune, materia ar colapsa (ar "cădea" în ea însăşi)!

Să examinăm din nou cele zece poziţii ale noastre şi să presupunem acum că avem o stare formată din doi fermioni identici. Starea $|0\rangle|0\rangle$ este exclusă, conform principiului lui Pauli (la interschimbarea primului factor cu cel de al doilea, trece în ea însăşi şi nu în negativul său). De altfel, nici $|0\rangle|1\rangle$ nu este corectă deoarece nu trece în negativul său la interschimb; dar aceasta este uşor de remediat înlocuind-o cu:

$$|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle.$$

(Dacă dorim, putem pune și factorul $1/\sqrt{2}$ pentru normare). Această stare își schimbă semnul în mod corect la interschimbul dintre prima și a doua particulă, dar acum stările $|0\rangle|1\rangle$ și $|1\rangle|0\rangle$ nu sunt independente. În locul acestor *două* stări este permisă acum doar *o singură* stare! În total există

$$1/2(10 \times 9) = 45$$

stari de acest tip, câte una pentru fiecare pereche neordonată de stări diferite dintre $|0\rangle$, $|1\rangle$, . . ., $|9\rangle$. Astfel, pentru definirea unei stări formate din doi fermioni sunt necesare 45 de numere complexe, în sistemul nostru. Pentru cazul a trei fermioni sunt necesare trei poziții diferite, iar stările bazei sunt de forma

$$|0\rangle|1\rangle|2\rangle + |1\rangle|2\rangle|0\rangle + |2\rangle|0\rangle|1\rangle - |0\rangle|2\rangle|1\rangle - |2\rangle|1\rangle|0\rangle - |1\rangle|0\rangle|2\rangle,$$

existând în total $(10\times9\times8)/6 = 120$ astfel de stări; deci, pentru a caracteriza o stare formată din trei fermioni sunt neceesare 120 de numere complexe. Pentru un număr mai mare de fermioni situația este similară.

În cazul unei perechi de bosoni identici, stările independente ale bazei sunt de două tipuri, adica stări de forma

$$|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle$$

și stări de forma

$$|0\rangle|0\rangle$$

(care acum sunt permise), ce dau în total $10 \times 11/2 = 55$. Astfel sunt necesare 55 de numere complexe pentru stările noastre formate din doi bosoni. Pentru trei bosoni, stările bazei sunt de trei tipuri și sunt necesare $(10 \times 11 \times 12)/6 = 220$ de numere complexe; și așa mai departe.

Desigur că eu am analizat aici o situație simplificată pentru a exprima ideile esențiale. Pentru o descriere mai realistă ar fi necesar un întreg continuu de stări ale poziției, dar ideile esențiale rămân aceleași. Prezența *spinului* complică puțin lucrurile. În cazul unei particule cu spin $\hbar/2$ (obligatoriu un fermion), pentru fiecare poziție vor exista două stări posibile. Să le notam prin "$\uparrow$" (spinul "în sus") și "$\downarrow$" (spinul "în jos"). Deci pentru o particulă individuală vom avea, în situația noastră simplificată, douăzeci de stări și nu doar zece:

$$|0\uparrow\rangle,\ |0\downarrow\rangle,\ |1\uparrow\rangle,\ |1\downarrow\rangle,\ |2\uparrow\rangle,\ |2\downarrow\rangle, \ldots,\ |9\uparrow\rangle,\ |9\downarrow\rangle,$$

dar în afară de aceasta, discuția decurge ca și mai înainte (astfel că pentru doi astfel de fermioni sunt necesare $(20 \times 19)/2 = 190$ numere; pentru trei sunt necesare $(20 \times 19 \times 18)/6 = 1140$ etc.).

În capitolul 1 m-am referit la faptul că, în conformitate cu fizica modernă, dacă o particula din corpul unei persoane ar fi schimbată cu o particulă similară dintr-una din cărămizile casei sale nu s-ar întâmpla absolut nimic. Dacă particula ar fi un boson, atunci, așa cum am văzut, starea $|\psi\rangle$ ar fi complet neinfluențată. Dacă această particulă ar fi un fermion, atunci starea $|\psi\rangle$ ar fi înlocuită prin $-|\psi\rangle$, care din punct de vedere fizic este identică cu $|\psi\rangle$. (Putem remedia această schimbare de semn, dacă simțim nevoia, luând precauția de a roti una din cele două particule complet cu 360° atunci când se face interschimbul. Reamintesc că fermionii își schimbă semnul la o astfel de rotație pe când bosonii rămân neinfluențați!). Fizica modernă (cea din jurul anului 1926) ne spune în-adevăr ceva foarte profund în problema identității particulelor. Nu ne putem referi, în mod corect și strict, la "acest anumit electron" sau la "acel foton individual". A afirma că "primul electron este aici și al doilea acolo" înseamnă a afirma că starea are forma $|0\rangle|1\rangle$ care, după cum am văzut, nu este permisă ca stare a unui fermion! Putem totuși afirma "există o pereche de electroni, unul aici și altul acolo". Este corect să ne referim la conglomeratul tuturor electronilor, sau al tuturor protonilor, sau al tuturor fotonilor, (deși chiar și aceasta nu ia în considerare *interacțiunile* dintre diferitele tipuri de particule). Pentru imaginea de ansamblu, a discuta despre electroni individuali este o aproximație precum este și pentru cazul protonilor individuali sau al fotonilor individuali. În majoritatea cazurilor, se poate face o astfel de aproximație, dar nu și în problema supraconductivității, a superfluidității și a laserilor.

Imaginea asupra lumii fizice pe care ne-a dat-o mecanica cuantică este compet diferită de aceea cu care ne-am obișnuit din fizica clasică. Dar țineți-vă bine – vom vedea că există lucruri și mai neobișnuite încă în lumea cuantică!

"Paradoxul" lui Einstein, Podolsky și Rosen

Precum am menționat la începutul acestui capitol, unele dintre ideile lui Albert Einstein au fost cu totul fundamentale pentru dezvoltarea fizicii cuantice. Reamintesc că el a fost cel care a dat pentru prima dată conceptul de "foton" – cuanta de câmp electromagnetic – încă din 1905, din care apoi a fost dezvoltată ideea de dualitate undă-particulă (corpuscul). (Și conceptul de "boson" a fost parțial al lui, așa cum au fost și multe alte idei esențiale din fizică). Totuși, Einstein nu ar fi putut accepta niciodată că teoria ce s-a dezvoltat ulterior din aceste idei ar putea fi altceva decât o descriere provizorie a lumii fizice. Este binecunoscută aversiunea sa față de aspectul probabilist al teoriei și este cuprinsă în răspunsul său la una dintre scrisorile lui Max Born din 1926 (citată în Pais 1982, p 443):

Mecanica cuantică este foarte impresionantă. Dar o voce interioară îmi spune că încă nu este exact ceea ce trebuie. Teoria lămurește o multitudine de aspecte dar este dificil să se afirme că ne aduce mai aproape de secretul Creatorului. Eu sunt întru totul convins că *EL* nu se joacă cu zarurile.

Totuși, se pare că lucrul care l-a tulburat cel mai mult pe Einstein, chiar mai mult decât acest nedeterminism fizic, a fost o aparentă *lipsă de obiectivitate* în modul în care pare a fi descrisă fizica cuantică. În expunerea mea asupra fizicii cuantice am făcut eforturi să accentuez că descrierea lumii, așa cum este dată de teorie, este în realitate complet obiectivă, deși adesea foarte neobișnuită și complet neintuitivă. Pe de altă parte, s-ar părea că Bohr a considerat starea cuantică a unui sistem (între două măsurători) ca fiind lipsită de o realitate fizică, ea acționând doar ca o sumă de "informații disponibile" asupra acelui sistem. Dar nu s-ar putea ca diferiții observatori să aibă informații diferite asupra unui sistem, astfel ca funcția de undă să fie ceva esențial *subiectiv* – sau ca "totul să se petreacă doar în mintea fizicianului"? Nu trebuie să lăsăm să dispară complet minunata noastră imagine fizică precisă asupra lumii, așa cum a fost dezvoltată ea în decurs de multe secole; astfel că Bohr a fost obligat să considere lumea de la *nivelul clasic* ca având efectiv o realitate obiectivă. Totuși, s-ar părea că stările de la nivelul *cuantic* ce stau la baza tuturor, nu posedă o astfel de "realitate".

Einstein detesta o astfel de imagine. El considera că trebuie să existe o lume fizică obiectivă, chiar și la scara cea mai mică a fenomenelor cuantice. În numeroasele sale discuții cu Bohr el a încercat (dar nu a reușit) să arate că în descrierea cuantică a lucrurilor există contradicții inerente și că trebuie să existe o structură și mai profundă la baza fizicii cuantice, care să fie mai apropiată probabil de imaginile pe care fizica clasică ni le-a prezentat. Poate că la baza comportării probabiliste a sistemelor cuantice se află acțiunea statistică a unor elemente mai mici sau a unor "părți" ale sistemului, asupra cărora nu se poate avea acces direct. Continuatorii lui Einstein, și mai ales David Bohm, au dezvoltat interpretarea numită a "variabilelor ascunse", conform căreia există o realitate bine definită, dar parametrii ce definesc exact un sistem nu ne sunt direct accesibili, și în acest caz vor interveni probabilitățile cuantice deoarece aceste valori ale parametrilor sunt necunoscute anterior măsurătorii.

Poate fi o astfel de teorie de variabile ascunse compatibilă cu rezultatele bazate pe observație din fizica cuantică? Raspunsul pare a fi da doar în cazul în care teoria este în esență *nelocală*, în sensul că parametrii ascunși trebuie să poată influența în mod instantaneu părți ale sistemului situate în regiuni la o distanță arbitrar de mare! *Aceasta* n-ar fi fost pe placul lui Einstein, în special din cauza dificultăților pe care le implică în teoria relativității restrânse. Voi analiza aceasta ulterior. Teoria de variabile ascunse cea mai cunoscută este cea numită – modelul de Broglie-Bohm (de Broglie 1956, Bohm 1952). Nu voi discuta aici astfel de modele, deoarece în acest capitol scopul meu este de a face doar o trecere în revista a fizicii cuantice standard şi nu a diferitelor propuneri opuse. Teoria standard poate fi suficientă dacă se doreşte obiectivitate din punct de vedere fizic, dar se poate renunţa la determinism. În acest caz se consideră că vectorul de stare exprimă "realitatea" – evoluând în mod obişnuit conform procedurii deterministe continui de tip **U**, dar "efectuând un salt" neobişnuit conform procedurii **R** ori de câte ori se ajunge ca un efect să fie amplificat până la nivel clasic. Totuşi rămâne problema nelocalizării şi a dificultăţilor legate de teoria relativităţii. Să aruncăm o privire asupra unora dintre acestea.

Să presupunem că avem un sistem fizic constituit din două subsisteme A şi B. Să considerăm, de exemplu, că A şi B sunt două particule diferite. Presupunem că pentru starea lui A există două alternative (ortogonale) $|\alpha\rangle$ şi $|\rho\rangle$ iar starea lui B ar putea fi $|\beta\rangle$ sau $|\sigma\rangle$. După cum am văzut mai sus, starea generală combinată nu va fi doar un produs ("şi") al unei stări a lui A cu o stare a lui B, ci o superpoziţie ("plus") de astfel de produse. (Spunem că, în acest caz, A şi B sunt *corelate*). Să considerăm că starea sistemului este

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\rho\rangle|\sigma\rangle.$$

Acum să efectuăm o măsurătoare da/nu asupra lui A, care să deosebească $|\alpha\rangle$ (**DA**) de $|\rho\rangle$ (**NU**). Ce se întâmplă cu B? Dacă măsurătoarea va da **DA**, atunci starea rezultată va trebui să fie

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle,$$

pe când dacă va da **NU**, atunci va fi

$$|\rho\rangle|\sigma\rangle$$

Astfel, măsurătoarea noastră asupra lui A face ca starea lui B să efectueze un salt: în starea $|\beta\rangle$, în cazul unui răspuns **DA** şi în $|\sigma\rangle$, în cazul unui raspuns **NU**! Nu este obligatoriu ca particula B să fie localizată undeva în apropierea lui A; ele ar putea fi la distanţă de ani-lumină una de alta. Şi totuşi B efectuează un salt simultan cu măsurătoarea asupra lui A!

Dar stai puţin! – ar putea spune cititorul. Ce este cu aceste pretinse "salturi"? Nu s-ar putea ca lucrurile să stea în felul următor? Să ne imaginăm o cutie despre care se ştie că în ea se află o minge albă şi o minge neagră. Să presupunem că mingile sunt scoase din cutie şi puse în două colţuri opuse ale camerei, fără ca cineva să se uite la ele. Apoi, dacă se examinează una dintre mingi şi se constată că este albă (spre exemplu "$|\alpha\rangle$" de mai sus) – se va constata că cealaltă este neagră (analog "$|\beta\rangle$")! Dacă, pe de altă parte, prima se găseşte a fi neagră ("$|\rho\rangle$"), atunci, cât ai clipi din ochi, starea incertă a celei de a doua mingii va efectua un salt în "alb, cu certitudine" ("$|\sigma\rangle$"). Cititorul poate insista, că nimeni cu mintea întreagă nu va atribui schimbarea bruscă a stării "incerte" a celei de a doua mingi în a fi "neagră cu certitudine", sau în a fi "albă cu certitudine", unei "influenţe misterioase ne-locale ce se propagă instantaneu către ea dinspre prima minge în momentul în care mingea este examinată.

Dar Natura este cu mult mai extraordinară. În cazul de mai sus, s-ar putea imagina că *sistemul* "știa" deja că, să spunem, starea lui B a fost $|\beta\rangle$ și aceea a lui A a fost $|\alpha\rangle$ (sau invers că a lui B a fost $|\sigma\rangle$ și a lui A a fost $|\rho\rangle$) înaintea efectuării măsurătorii asupra lui A; și doar *experimentatorul* era cel ce nu știa. La constatarea că A este în starea $|\alpha\rangle$, el pur și simplu a *dedus* că B este în $|\beta\rangle$. Acesta ar fi un punct de vedere "clasic" – ca și într-o teorie cu variabile ascunse localizate – și nu este necesar să aibă loc nici un "salt" *din punct de vedere fizic.* (Totul se petrece în mintea experimentatorului!) Conform acestei interpretări, fiecare parte a sistemului "știe", dinainte, rezultatele oricărui experiment ce ar putea fi realizat asupra lui. Probabilitățile intervin doar din cauza unei lipse de informații din partea experimentatorului. În mod cu totul remarcabil, se dovedește că acest punct de vedere *nu poate fi folosit* ca explicație pentru toate probabilitățile neobișnuite aparent nelocale ce intrevin în fizica cuantică!

Pentru a înțelege aceasta, vom analiza o situație analoagă cu cea anterioară, dar în care *alegerea efectuării măsurătorii* asupra sistemului A nu este hotărâtă decât după ce A și B sunt la o distanță suficient de mare. Comportarea lui B s-ar părea că este influențată instantaneu chiar de această alegere! Acest tip de "experiment mintal", evident paradoxal, este datorat lui Albert Einstein, Boris Podolsky și Nathan Rosen (1935), și prescurtat: experimentul de tip-EPR. Voi da o variantă prezentată de David Bohm (1951). Faptul că nici o descriere locală "realistă" (adică, cu variabile ascunse, sau de tip clasic) nu poate da probabilitățile cuantice corecte decurge dintr-o teoremă remarcabilă dată de John S. Bell. (Vezi Bell 1987, Rae 1986, Squires 1986.)

Să presupunem că două particule cu spin, $\hbar/2$ – pe care le voi numi: un *electron* și un *pozitron* (adică un *anti*electron) sunt produse prin dezintegrarea unei singure particule cu spin egal cu zero aflată într-un anumit punct, și că cele două se îndepărtează de acest punct în direcții opuse (figura 6.30). Din legea de conservare a momentului cinetic rezultă că suma spinilor electronului și pozitronului trebuie să fie egală cu zero, deoarece acesta era momentul cinetic al particulei inițiale. Aceasta înseamnă că atunci când măsurăm spinul electronului într-o direcție, oricare ar fi aceasta, spinul pozitornului va fi în sens opus! Deși cele doua particule pot fi la o distanță de kilometri sau chiar de ani-lumină, totuși chiar această *alagere* a măsurătorii asupra uneia dintre particule pare să fixeze *instantaneu* axa spinului celeilalte!

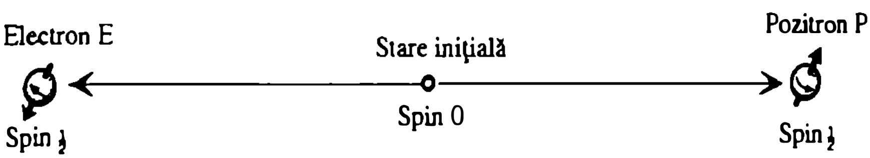


Fig. 6.30. Dezintegrarea unei particule cu spin zero în două particule cu spin:1/2 un electron E și un pozitron P. Măsurătoarea spinului uneia dintre particulele cu spin 1/2 fixează *instantaneu* starea de spin a celeilalte.

Să vedem cum ajungem la această concluzie folosind formalismul cuantic. Reprezentăm starea combinată cu moment cinetic zero a celor două particule prin vectorul de stare $|Q\rangle$ şi găsim o relaţie cum ar fi:

$$|Q\rangle = |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle,$$

în care E se referă la electron şi P la pozitron. Am descris totul în funcţie de cele două sensuri în sus/în jos ale spinului. Constatăm că starea totală este o superpoziţie liniară între starea electronului cu spinul în sus şi starea pozitronului cu spinul în jos, şi a electronului cu spinul în jos şi a pozitronului cu spinul în sus. Astfel, dacă vom efectua o măsurătoare a spinului electronului după direcţia în sus/în jos şi vom găsi că are direcţia în sus, atunci va trebui să efectuăm un salt către starea $|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle$, şi deci starea spinului pozitronului va trebui să fie în jos. Dacă pe de altă parte, vom găsi că spinul electronului este în jos, atunci starea va efectua un salt la $|E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle$, şi deci spinul pozitronului va fi în sus.

Să presupunem acum că am ales o altă pereche de direcţii pe care definim sensurile: fie spre stânga şi spre dreapta, în care caz:

$$|E\rightarrow\rangle = |E\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle, \qquad |P\rightarrow\rangle = |P\uparrow\rangle + |P\downarrow\rangle$$

şi

$$|E\leftarrow\rangle = |E\uparrow\rangle - |E\downarrow\rangle, \qquad |P\leftarrow\rangle = |P\uparrow\rangle - |P\downarrow\rangle;$$

În acest caz găsim (daca doriţi, verificaţi calculul algebric!):

$$\begin{aligned}
&|E\rightarrow\rangle|P\leftarrow\rangle - |E\leftarrow\rangle|P\rightarrow\rangle = \\
&\quad = (|E\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle)\,(|P\uparrow\rangle - |P\downarrow\rangle) - (|E\uparrow\rangle - |E\downarrow\rangle)\,(|P\uparrow\rangle + |P\downarrow\rangle) = \\
&\quad = |E\uparrow\rangle|P\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle - |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle - \\
&\qquad - |E\uparrow\rangle|P\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle - |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle + |E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle = \\
&\quad = -2(|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle) = \\
&\quad = -2|Q\rangle.
\end{aligned}$$

care este aceeaşi stare de la care am pornit (în afară de un factor – 2). Astfel, putem foarte bine să consideram starea noastră originală ca fiind o superpoziţie liniară de stări: a electronului cu spinul spre dreapta şi a pozitronului spre stânga, şi a electronului cu spinul spre stânga şi a pozitronului spre dreapta! Această expresie este folositoare în cazul în care alegem să măsurăm spinul electronului după o direcţie spre dreapta/spre stânga în loc de în sus/în jos. Dacă vom constata că spinul este spre dreapta, atunci starea va efectua un salt în $|E\rightarrow\rangle|P\leftarrow\rangle$, şi deci pozitronul are spinul spre stânga. Dacă vom găsi că spinul are direcţia spre stânga, atunci starea va efectua un salt în $|E\leftarrow\rangle|P\rightarrow\rangle$ şi deci spinul pozitronului va avea direcţia spre dreapta. Dacă am fi ales să măsurăm spinul electronului dupa oricare altă direcție, povestea ar fi fost exact aceeași: starea spinului pozitronului ar fi efectuat un salt instantaneu, ea fiind fie într-un sens fie în sensul opus de pe această direcție, în funcție de rezultatul măsurătorii asupra electronului.

De ce nu putem recurge și în cazul de acum al spinilor electronului și al pozitronului la modelarea folosită în exemplul anterior al celor două mingi, una albă și alta neagră luate dintr-o cutie? Să luăm un caz cu totul general. În loc de a avea o minge albă și una neagră, am putea avea un dispozitiv format din două părți E și P care inițial sunt unite și care ulterior se îndepărtează în direcții opuse. Să presupunem că atât E cât și P pot da un răspuns **Da** sau **Nu** la o măsurătoare a spinului în orice direcție dată. Acest răspuns ar putea fi complet determinat de dispozitiv pentru fiecare direcție aleasă – sau eventual dispozitivul ar putea da numai răspunsuri probabiliste, probabilitatea fiind determinată de dispozitiv – dar presupunem că după separare, *fiecare parte* E *și* P *se vor comporta complet independent una de cealaltă.*

De fiecare parte avem câte un aparat pentru măsurarea spinului: unul măsoară spinul particulei E iar altul spinul particulei P. Presupunem că fiecare aparat poate măsura spinul pe trei direcții; fie A, B, C direcțiile pentru măsurarea spinului lui E și A′, B′, C′ pentru măsurarea spinului lui P. Alegem direcțiile A′, B′ și C′ paralele cu A, B și C, respectiv, și mai alegem ca A, B și C să fie situate toate într-un plan și să facă unghiuri egale între ele, adică unghiuri de 120° (vezi figura 6.31). Să ne imaginăm acum că repetăm experimentul de multe ori, pentru valori diferite ale direcțiilor de măsurare a spinului, pentru fiecare parte. Uneori aparatul de măsurare pentru E va înregistra **Da** (adică spinul *este* după direcția măsurată: A, ori B, ori C) iar alteori va înregistra **NU** (spinul este în sens opus). Similar, aparatul de măsură pentru P va înregistra uneori **DA** iar alteori **NU**. Să ținem cont de două proprietăți pe care trebuie să le aibă probabilitățile *cuantice*:

(1) Dacă direcțiile alese la cele două aparate de măsură sunt *aceleași* (adică A și A′ etc.) atunci rezultatele celor două aparate de măsură *nu vor fi niciodată în concordanță* (adică aparatul de măsură pentru E va înregistra **DA** ori de câte ori P va înregistra **Nu** și **Nu** ori de câte ori P va înregistra **DA**).

(2) Dacă întregul sistem de direcții al unuia dintre aparatele de măsură este rotit și fixat la întâmplare, complet independent de celălalt, atunci cele două aparate vor fi *în concordanță sau în discordanță cu aceeași probabilitate.*

Nu este greu de văzut că proprietățile (1) și (2) decurg direct din regulile cuantice de probabilitate ce au fost date anterior. Putem presupune că aparatul de măsură pentru E va acționa primul. Aparatul pentru P va găsi atunci o particulă a cărei stare de spin este inversă celei măsurate de aparatul pentru E, astfel că proprietatea (1) va decurge imediat. Pentru a obține proprietatea (2) observăm că, în cazul direcțiior de măsură alese ce se află la 120° una față de cealată, dacă aparatul de măsură pentru E va da rezultatul **Da**, atunci direcția lui

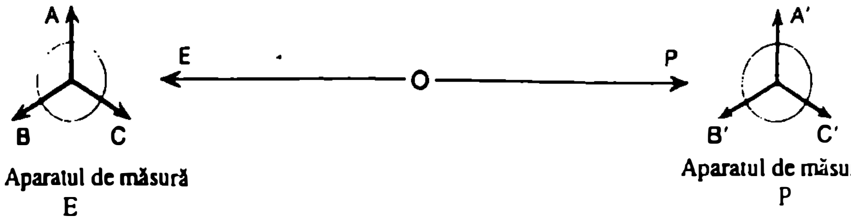


Fig. 6.31. Versiunea simplificată a lui David Mermin pentru paradoxul EPR și teorema lui Bell, care arată că există o contradicție între o interpretare locală realistă asupra naturii și rezultatele fizicii cuantice. Aparatele de măsură E și P au, fiecare independent, câte trei direcții după care măsoară spinul particulelor lor respective.

P va fi la 60° față de starea de spin asupra căreia acționează, iar dacă rezultatul va fi **Nu**, atunci va fi la 120° față de această stare de spin. Astfel, va exista o probabilitate de 3/4 = 1/2(1 + cos60°) ca măsurătorile să concorde și o probabilitate de 1/4 = 1/2(1 + cos120°) ca măsurătorile să nu concorde. Astfel, dacă răspunsul aparatului E va fi **DA**, probabilitatea mediată pe cele trei poziții ale lui P va fi 1/3(0 + 3/4 + 3/4) = 1/2 dacă P dă **DA** și 1/3(1 + 1/4 + 1/4) = 1/2 dacă P dă **NU** – adică egal probabil de a fi sau nu în concordanță – și în mod similar, dacă răspunsul lui E va fi **NU**. Aceasta este chiar proprietatea (2). (Vezi paragraful despre spin și sfera Riemann a stărilor.)

Este un fapt remarcabil că (1) și (2) sunt *incompatibile* cu orice model local realist (adică cu orice fel de dispozitiv de tipul luat în considerare)! Să presupunem că avem un astfel de model. Dispozitivul E trebuie să fie preparat pentru fiecare dintre măsurătorile posibile A, B sau C. Subliniem că dacă ar fi preparat doar pentru a da un răspuns *probabilist*, atunci dispozitivul P nu ar putea fi *sigur* că va da neconcordanță cu acest răspuns, pentru A′, B′ și C′ respectiv, conform cu (1). *Ambele* dispozitive trebuie să aibă propriile răspunsuri pentru fiecare din cele trei măsurători posibile preparate riguros anterior. Să presupunem, de exemplu, că aceste răspunsuri vor fi **DA**, **DA**, **DA**, respectiv, pentru A, B, C; atunci particula din dreapta trebuie să fie preparată să dea răspunsurile **NU**, **NU**, **NU** pentru cele trei direcții corespunzătoare alese din dreapta. Dacă, în schimb, răpsunsurile preparate din stânga vor fi **DA**, **DA**, **NU**, atunci răspunsurile din dreapta trebuie să fie **NU**, **NU**, **DA**. Oricare alte cazuri sunt în esență similare cu acestea. Să vedem acum dacă totul este compatibil cu (2). Atribuirile **DA**, **DA**, **DA/NU**, **NU**, **NU** nu sunt prea promițătoare deoarece dau 9 cazuri de neconcordanță și 0 cazuri de concordanță pentru toate împerecherile posibile A/A′, A/B′, A/C′, B/A′ etc. Dar cazul **DA**, **DA**, **NU/NU**, **NU**, **DA** și cele de acest fel? Acestea dau 5 cazuri de neconcordanță și 4 de concordanță (pentru a verifica, numărați-le: **D/N**, **D/N**, **D/D**, **D/N**, **D/N**, **D/D**, **N/N**, **N/N**, **N/D**, dintre care patru concordă și cinci nu). Deci mult mai apropiat de ceea ce este necesar pentru (2) dar *nu* suficient de bun, deoarece cazurile de concordanță trebuie să fie egale cu cele de neconcordanță! Oricare alta pereche de atribuiri compatibilă cu (1) va da din nou 5 la 4 (cu excepția **NU**, **NU**, **NU**/**DA**, **DA**, **DA** care este chiar mai rea, dând 9 la 0). *Nu există* un set de răspunsuri preparate care să poata da probabilitățile cuantice. Deci, *modelele locale realiste sunt excluse*![14]

Experimente cu fotoni: o problemă pentru relativitate?

Trebuie să ne întrebăm dacă experimentele efectuate au dat naștere la aceste speranțe uimitoare din domeniul cuantic. Experimentul precis pe care tocmai l-am descris este unul ipotetic care nu a fost realizat efectiv, dar experiente similare *au fost* realizate folosind polarizarea unor perechi de *fotoni* și nu spinul unor particule cu spin $\hbar/2$ ce posedă masă. În afară de această deosebire, aceste experimente sunt în esență la fel cu cel descris anterior, cu singura diferență că unghiurile ce intervin vor fi exact jumătate din cele corespunzătoare particulelor cu spin $\hbar/2$ (deoarece fotonii au spinul egal cu unu și nu $\hbar/2$). Polarizarea perechilor de fotoni a fost măsurată pentru diferite combinații de direcții, iar rezultatele au fost în deplină concordanță cu previziunile fizicii cuantice și incompatibile cu orice model local realist!

Rezultatele experimentale cele mai exacte și mai convingătoare ce au fost obținute până acum sunt cele ale lui Alain Aspect (1986) și ale colegilor săi din Paris[15]. Experimentele lui Aspect au și o altă caracteristică interesantă. "Deciziile" asupra direcției de măsurare a polarizării fotonilor se luau numai după ce fotonii erau în drum spre detector. Astfel, dacă ne-am gândi la o anumită "influență" nelocală ce s-ar putea propaga dinspre unul dintre detectorii de fotoni spre fotonul din partea opusă, semnalând direcția după care intenționează să măsoare direcția de polarizare a fotonului ce se apropie, vom vedea că această "influență" ar trebui să se propage cu o viteză mai mare decât aceea a luminii! Orice fel de descriere realistă a lumii cuantice ce este compatibilă cu rezultatele experimentale va trebui evident să fie *necauzală*, în sensul că efectele vor trebui să se propagee cu o viteză mai mare decât a luminii!

Dar am văzut în capitol anterior că, în măsura în care teoria relativității este corectă, trimiterea unor semnale cu viteză mai mare decât aceea a luminii duce la absurdități (și intră în conflict cu sentimentele noastre de "voință liberă" etc., vezi paragraful despre cauzalitate relativistă și determinism). Aceasta este desigur adevărat, dar "influențele" nelocale ce intervin în experimentele EPR nu sunt de felul celor ce pot fi folosite pentru a trimite mesaje – după cum se poate vedea – pentru simplul motiv că dacă ar fi, ar duce la astfel de absurdități (O demonstrație detaliată că astfel de "influențe" nu pot fi folosite pentru a semnaliza mesaje a fost făcută de Ghirardi, Rimini și Weber, 1980). Nu folosește la nimic să se spună că un foton este polarizat "fie vertical, fie orizontal" (spre deosebire de cazul, să spunem "fie la 60°, fie la 150°) dacă nu se primește informația *care* dintre cele două alternative este efectiv. Aceasta este prima "informație" ce ajunge mai repde ca lumina ("instantaneu") – (adică *direcțiile* alternative de polarizare), în timp ce aflarea *în care* dintre cele două direcții trebuie să fie polarizată efectiv ajunge mai încet, prin intermediul unui semnal obișnuit ce comunică *rezultatul* primei măsurători a polarizării.

Deși experimentele de tip EPR nu intră în contradicție cu *problema cauzalității* din teoria relativității, în sensul obișnuit de a trimite mesaje, există o contradicție clară cu *spiritul* teoriei relativității din imaginea noastră asupra "realității fizice". Să vedem cum se aplică interpretarea *realistă* a vectorului de stare, experimentului de tip EPR de mai sus (pentru cazul fotonilor). În timp ce cei doi fotoni se îndepărtează de sursă, vectorul de stare descrie situația ca fiind a unei *perechi* de fotoni, pereche ce acționează ca o unitate individuală. Nici unul dintre fotoni nu are individual o stare obiectivă: starea cuantică se aplică numai celor doi împreună. Nici unul dintre fotoni nu are individual o direcție de polarizare: polarizarea este o calitate combinată a celor doi fotoni împreună. Atunci când se măsoară polarizarea unuia dintre acești fotoni, vectorul de stare *efectuează un salt* astfel încât acum fotonul nemăsurat *va avea* o polarizare bine definită. Dacă *această* polarizare a fotonului este măsurată din nou, valorile probabilităților se vor obține corect prin aplicarea regulilor cuantice obișnuite la starea sa de polarizare. Acest mod de a aborda situația este cel care duce la răspunsuri corecte; acesta este modul în care aplicăm mecanica cuantică. Dar acesta este în esență un mod de abordare nerelativist, deoarece cele două măsurători ale polarizării sunt ceea ce se numește *separate_de tip-spațial*, ceea ce înseamnă că fiecare se găseste în afara conului de lumină al celuilalt, analog punctelor *R* și *Q* din figura 5.21. Problema care dintre aceste măsurători s-a făcut efectiv *prima* nu este importantă din punct de vedere fizic, ci depinde de starea de mișcare a "observatorului" (vezi figura 6.32). Dacă "observatorul" se deplasează suficient de rapid spre dreapta, el va considera că măsurătoarea din dreapta s-a efectuat prima; iar dacă spre stânga, atunci măsurătoarea din stânga! Dar dacă vom considera că fotonul din dreapta a fost măsurat primul, vom obține o imagine a realității fizice complet diferită de cea obținută dacă am fi considerat că fotonul din stânga a fost măsurat primul! (Este o măsurătoare diferită ce produce un "salt" nelocal). Există un dezacord esențial între imaginea noastră spațio-temporală a realității fizice – chiar și a uneia cuantice nelocale corecte – și relativitatea restrânsă!

Aceasta este o problemă foarte serioasă, pe care "realiștii cuantici" nu au fost capabili să o rezolve corespunzător (vezi Aharonov și Albert 1981). Va trebui să revin ulterior asupra acestei probleme.

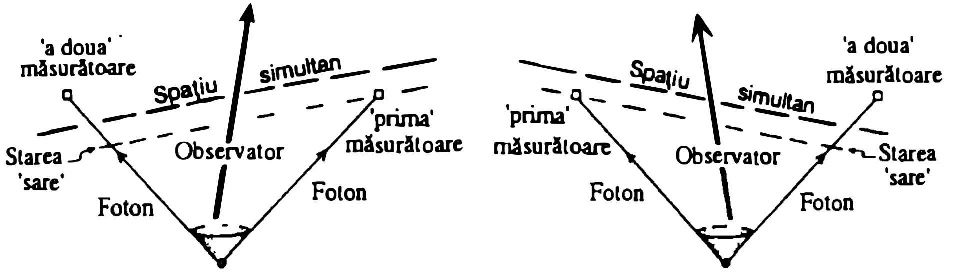


Fig. 6.32. Doi observatori diferiţi îşi formează imagini reciproc contradictorii asupra "realităţii" într-un experiment EPR în care doi fotoni sunt emişi în direcţii opuse dintr-o stare de spin-0. Observatorul ce se deplasează spre dreapta consideră că partea din stânga a stării efectuează un salt *înainte* de a fi măsurată, saltul fiind cauzat de măsurătoarea din dreapta. Observatorul ce se deplasează spre stânga are o părere contrară!

Ecuaţia lui Schrödinger; ecuaţia lui Dirac

Anterior în acest capitol m-am referit la ecuaţia lui Schrödinger, care este o ecuaţie deterministă, determinată perfect de bine, foarte asemănătoare în multe privinţe cu ecuaţiile din fizica clasică. Regulile mecanicii cuantice spun că ecuaţia lui Schrödinger este valabilă atât timp cât asupra unui sistem cuantic nu se efectuează nici o "măsurătoare" (sau "observaţie"). Poate că cititorul doreşte să vadă care este forma acestei ecuaţii:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H|\psi\rangle.$$

Reamintesc că $\hbar$ **Eroare! Argument comutare neprecizat.**este versiunea lui Dirac a constantei lui Planck ($h/2\pi$) (iar $i=\sqrt{-1}$) şi că operatorul $\partial/\partial t$ **Eroare! Argument comutare neprecizat.**(derivata parţială în funcţie de timp) ce acţionează asupra lui $|\psi\rangle$ înseamnă *viteza de variaţie* a lui $|\psi\rangle$ în funcţie de timp. Ecuaţia lui Schrödinger afirmă că "$H|\psi\rangle$" descrie cum evoluează $|\psi\rangle$.

Dar ce este "H"? Este *funcţia hamiltoniană* examinată în capitolul precedent, dar acum fundamental diferită! Reamintesc că hamiltonianul clasic este expresia pentru *energia totală* în funcţie de diferitele coordonate de poziţie q_i şi de impuls p_i, pentru toate obiectele fizice din sistem. Pentru a obţine hamiltonianul *cuantic* folosim aceeaşi expresie, dar substituim de fiecare dată când apare impulsul p_i, un multiplu al *operatorului diferenţial* şi anume "derivata parţială în funcţie de q_i". Mai precis, înlocuim p_i prin $-i\hbar\,\partial/\partial q_i$**Eroare! Argument comutare neprecizat.**. Operatorul nostru hamiltonian H *va* deveni deci o anumită *operaţie* matematică (adesea complicată) ce presupune diferenţieri şi înmulţiri etc. – şi nu doar un simplu număr! Aceasta seamănă cu un hocus-pocus! Dar nu este doar scamatorie matematică; este *magie* pură care dă rezultate! (Aplicarea acestui proces de generare a unui hamiltonian cuantic dintr-unul clasic cere puţină "artă"). Este cu totul remarcabil cât de puţin par să conteze ambiguităţile inerente în acest procedeu, având în vedere natura sa stranie).

Un lucru important de remarcat asupra ecuaţiei lui Schrödinger (oricare ar fi *H*) este caracterul *liniar*, adică dacă $|\psi\rangle$ şi $|\varphi\rangle$ satisfac ambele ecuaţia, atunci o va satisface şi $|\psi\rangle + |\varphi\rangle$ – sau, fireşte, orice combinaţie $w|\psi\rangle + z|\varphi\rangle$ în care w şi z sunt numere complexe date. Astfel, o superpoziţie liniară cu numere complexe este menţinută indefinit de ecuaţia lui Schrödinger. O superpoziţie liniară (cu numere complexe) de două stări alternative posibile *va rămâne tot o superpoziţie liniară* chiar şi după acţiunea lui **U**! De aceea este necesară acţiunea lui **R** ca o procedură *separată* de **U** pentru ca în final să rămână doar *o singură* alternativă.

Ca şi în cazul formalismului din fizica clasică legat de funcţia hamiltoniană, ecuaţia lui Schrödinger nu este atât o ecuaţie specială, cât un cadru pentru ecuaţiile din mecanică cuantică în general. Odată obţinut hamiltonianul cuantic potrivit, evoluţia în timp a stării conform ecuaţiei lui Schrödinger decurge ca şi cum $|\psi\rangle$ ar fi un câmp clasic supus unei anumite ecuaţii clasice a câmpului, cum ar fi ecuaţiile lui Maxwell. De fapt, dacă $|\psi\rangle$ descrie starea unui *foton* individual, atunci se constată că ecuaţia lui Schrödinger *se transformă* de fapt în ecuaţiile Maxwell! Ecuaţia pentru cazul unui foton individual este exact aceeaşi cu ecuaţia* pentru întregul câmp electromagnetic. Acestui fapt i se datorează comportarea de tip câmp electromagnetic Maxwell şi proprietatea de polarizare a *fotonilor individuali* despre care ne-am făcut o idee anterior. Să luăm un alt exemplu: dacă $|\psi\rangle$ descrie starea unui *electron* individual, atunci ecuaţia lui Schrödinger devine remarcabila ecuaţie de undă a lui Dirac pentru electron – descoperită în 1928 după ce Dirac dăduse deja dovadă de multă originalitate şi intuiţie.

De fapt, ecuaţia lui Dirac pentru electron trebuie considerată împreună cu ecuaţiile lui Maxwell şi Einstein ca una dintre Marile Ecuaţii ale Câmpului din fizică. Pentru a exprima importanţei ei ar trebui să folosesc un aparat matematic prea sofisticat. Este suficient să spun că în ecuaţia lui Dirac, $|\psi\rangle$ posedă proprietatea "fermionică" curioasă: $|\psi\rangle \rightarrow -|\psi\rangle$ la o rotaţie de 360°, pe care am examinat-o anterior (paragraful despre spin şi sfera Riemann a stărilor). Ecuaţiile lui Dirac şi Maxwell constituie împreună componentele de bază ale electrodinamicii cuantice, cea mai de succes dintre teoriile cuantice ale câmpului. Să examinăm aceasta pe scurt.

---

* Totuşi, există o diferenţă importantă în tipul de *soluţie* admisă pentru ecuaţii. Câmpul electromagnetic clasic ce este soluţie a ecuaţiilor lui Maxwell este în mod obligatoriu *real*, pe când stările fotonului sunt *complexe*. Starea fotonului trebuie să satisfacă şi o aşa numită condiţie de "frecvenţă pozitivă".

Teoria cuantică a câmpului

Subiectul cunoscut drept "teoria cuantică a câmpului" s-a născut ca o combinație între ideile din relativitatea restrânsă și mecanica cuantică. Ea se deosebește de mecanica cuantică standard (adică nerelativistă) prin aceea că numărul de particule, de orice tip, nu este obligatoriu să fie constant. Fiecare tip de particulă posedă propria *antiparticulă* (care uneori, ca de exemplu în cazul fotonilor, este aceeași cu particula originală). O particulă cu masă nenulă și antiparticula sa se pot anihila pentru a forma energie, iar o astfel de pereche poate fi creată din energie. Mai mult decât atât, nu este nici măcar necesar ca numărul de particule să fie definit, deoarece sunt admise superpoziții lineare de stări cu diferite numere de particule. Principala teorie cuantică a câmpului este "electrodinamica cuantică" – care este în principiu teoria despre electroni și fotoni. Această teorie este remarcabilă pentru exactitatea predicțiilor sale (adică valoarea exactă a momentului magnetic al electronului, la care ne-am referit în introducerea capitolului anterior). Totusi, este o teorie ce are multe puncte slabe – și nu întru totul consistentă – deoarece inițial dă răspunsuri "infinite" fără sens. Aceasta s-a remediat printr-un proces cunoscut sub numele de "renormalizare". Nu toate teoriile cuantice ale câmpului pot fi supuse renormalizării, și este dificil de efectuat calcule chiar în cazul în care sunt.

O abordare răspândită a teoriei cuantice a câmpului este aceea care presupune formarea unor superpoziții liniare cuantice nu numai din diferitele stări ale particulelor (cum este cazul funcțiilor de undă obișnuite), ci din intreaga istorie spațio-temporală a comportării fizice (pentru o interpretare accesibilă, vezi Feynman 1985). Totuși, această abordare necesită introducerea unor "trucuri matematice". Cu toată forța de netăgăduit și exactitatea impresionantă a teoriei cuantice a câmpului (în acele puține cazuri în care teoria poate fi dusă până la bun sfârșit), rămâi cu sentimentul că este necesară o înțelegere mai adâncă înainte de a putea avea încredere în oricare dintre "imaginile realității fizice" spre care poate părea că ne conduce.[16]

Compatibilitatea dintre teoria cuantică și relativitatea restrânsă asigurată de teoria cuantică a câmpului este doar *parțială* – ea se referă numai la **U** – și are un caracter mai mult formal, matematic. Teoria cuantică a câmpului nu spune absolut nimic despre dificultatea de a da o interpretare relativistă consistentă a "salturilor cuantice" legate de **R** din experimentele de tip-EPR. Nu există încă o teorie cuantică a câmpului pentru gravitație care să fie consistentă sau credibilă. Voi sugera, în capitolul 8, că s-ar putea să existe totuși o corelație între toate acestea.

Pisica lui Schrödinger

În final, să revenim la problema ce ne-a urmărit încă de la începutul descrierilor noastre: de ce nu vedem superpozițiile liniare cunatice de obiecte la scară clasică, cum ar fi mingile de cricket, în două locuri în acelaşi timp? Ce anume face ca anumite aranjamente de atomi să formeze un "dispozitiv de măsură", astfel încât procedura **R** pare să aibă prioritate faţă de U? Desigur, orice aparat de măsură este el însuşi o parte din lumea fizică, fiind constituit chiar din acele elemente cuantice a căror comportare ar fi putut fi proiectat să o examineze. De ce să nu tratăm aparatul de măsură *împreună* cu sistemul fizic ce este examinat, ca formând un *sistem cuantic combinat*? În acest caz nu se va mai putea vorbi de nici o măsurătoare "exterioară" misterioasă. Sistemul combinat ar trebui pur şi simplu să evolueze conform lui U. Dar evoluează el în acest mod? Acţiunea lui U asupra sistemului combinat este complet deterministă, şi deci nu este necesar să intervină incertitudinile probabiliste de tip-**R** implicate în "măsurarea", sau în "observarea" pe care sistemul combinat o efectuează asupra lui însuşi! În tot acest raţionament este cuprinsă o contradicţie clară, exprimată grafic în faimosul experiment mintal prezentat pentru prima dată de Erwin Schrödinger (1935): *paradoxul pisicii lui Schriödinger*.

Să ne imaginăm o conteiner, construit atât de perfect încât nimic din exterior nu poate influenţa interiorul şi nimic din interior nu poate influenţa exteriorul trecând prin pereţi. Să ne imaginăm că în interior se află o pisică şi un dispozitiv ce poate fi declanşat printr-un anumit eveniment cuantic. Dacă evenimentul are loc, atunci dispozitivul va sparge o fiolă ce conţine cianură de potasiu şi pisica va muri. Dacă evenimentul nu are loc, pisica va continua să trăiască. În versiunea originală a lui Schrödinger, evenimentul cuantic consta în dezintegrarea unui atom radioactiv.

Permiteţi-mi să modific puţin experimentul şi să consider că evenimentul nostru cuantic constă în declanşarea unei fotocelule de către un foton, în cazul în care fotonul este emis de o anumită sursă de lumină într-o stare predeterminată, şi apoi reflectat de o oglindă semitransparentă (vezi figura 6.33). Reflexia pe oglindă va desface funcţia de undă a fotonului în două părţi separate, din care una este reflectată iar cealaltă transmisă prin oglindă. Partea reflectată a funcţiei de undă a fotonului este focalizată pe fotocelulă, şi astfel, dacă fotonul *va fi înregistrat* de fotocelulă înseamnă că a fost *reflectat*.

În acest caz, cianura va fi eliberată şi pisica va muri. În schimb, dacă fotocelula *nu va înregistra*, înseamnă că fotonul a fost *transmis* prin oglinda semitransparentă către peretele din spate, şi pisica va fi deci salvată.

Din punctul de vedere (într-o oarecare măsură riscant) al unui observator din *interiorul* conteinerului, aceasta ar fi într-adevăr descrierea a ceea ce se întâmplă acolo. (Mai bine am oferi acestui observator haine de protecţie adecvate!). *Fie* se consideră că fotonul a fost reflectat, deoarece se "observă" că fotocelula a înregistrat şi că pisica este moartă, *fie* se consideră că fotonul a fost transmis, deoarece se "observă" că fotocelula *nu a înregistrat* şi că pisica este vie. Fie unul, fie celălalt dintre cazuri are loc *efectiv*: **R** s-a efectuat, iar probabilitatea fiecărei alternative este de 50 la sută (deoarece este o oglindă semitransparentă).

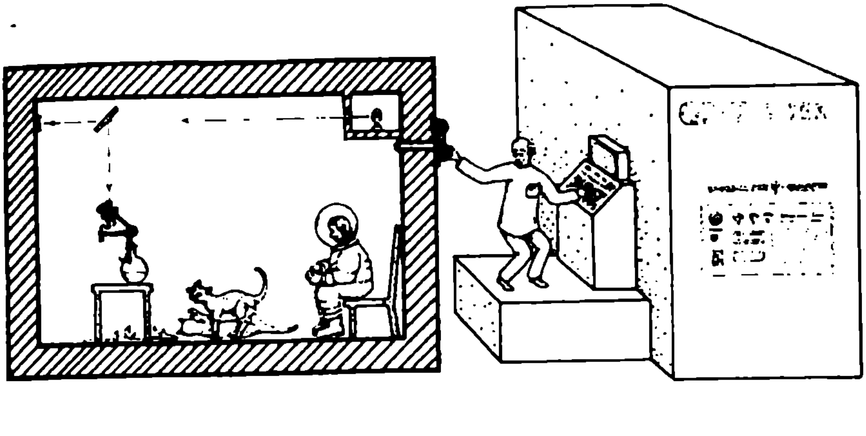


Fig. 6.33. Pisica lui Schrödinger – cu completări.

Și acum, să vedem care este punctul de vedere al unui fizician situat în *exteriorul* conteinerului. Putem considera că el "cunoștea" vectorul de stare *inițial* al întregului conținut al conteinerului, înainte de sigilarea lui. (Nu vreau să spun că el ar putea fi cunoscut în practică, dar nimic din teoria cuantică nu spune că el nu ar fi putut fi cunoscut, *în principiu,* de fizician). Conform observatorului din exterior nu s-a efectuat în realitate nici o "măsurătoare", astfel că întreaga evoluție a vectorului de stare trebuia să fi decurs conform lui U. Fotonul este emis din sursă în starea sa predeterminată – ambii observatori sunt de acord cu aceasta – și funcția sa de undă este desfacută în două fascicule cu o amplitudine de, fie, $1/\sqrt{2}$ **Eroare! Argument comutare neprecizat.** ca fotonul să fie în fiecare dintre fascicule (astfel că modulul pătrat va da într-adevar o probabilitate de 1/2). Deoarece observatorul din exterior a considerat întregul conținut ca fiind un sistem cuantic individual, superpoziția liniară dintre alternative trebuie menținută chiar până la scara pisicii. Amplitudinea ca fotocelula să înregistreze este de $1/\sqrt{2}$,**Eroare! Argument comutare neprecizat.** iar ca să nu înregistreze este de $1/\sqrt{2}$ **Eroare! Argument comutare neprecizat.**. *Ambele* alternative trebuie să fie prezente în stare, ponderate în mod egal ca părți ale unei superpoziții cuantice liniare. Conform observatorului din exterior, pisica este reprezentată printr-o superpoziție liniară de a fi moartă și de a fi vie!

Dar chiar credem că aceasta este situația în realitate? Însuși Schrödinger a arătat clar că nu credea așa ceva. El a susținut, de fapt, că regula U a mecanicii cuantice nu trebuie aplicată la ceva atât de mare sau atât de complicat cum este o pisică. Probabil că ceva nu a fost in regulă în aplicarea ecuației lui Schrödinger pe parcurs. Desigur, Schrödinger are dreptul să susțină aceasta în legătură cu propria ecuație, dar acesta nu este un privilegiu pe care să îl avem și noi ceilalți! Mulți fizicieni (probabil majoritatea) vor susține că, din contră, acum există atât de multe dovezi experimentale în favoarea lui U – şi nici una împotrivă – încât nu avem nici un drept să abandonăm acest tip de evoluţie, chiar şi atunci când este vorba de a lucra la scara unei pisici. Dacă se acceptă aceasta, înseamnă că imaginea noastră asupra realităţii fizice este una foarte *subiectivă*. Pentru observatorul din exterior, pisica este reprezentată într-adevăr printr-o combinaţie liniară de a fi vie şi de a fi moartă şi abia în final, când conteinerul va fi deschis, vectorul de stare al pisicii va colapsa, într-unul sau într-altul dintre cazuri. Pe de altă parte, pentru un observator din interiorul conteinerului (protejat adecvat), vectorul de stare al pisicii ar fi colapsat cu mult înainte, şi combinaţia liniară a observatorului din exterior

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\text{moartă}\rangle + |\text{vie}\rangle\}$$

nu are nici o importanţă. Se pare că vectorul de stare este la urma urmei "doar în mintea noastră"!

Dar putem adopta un astfel de punct de vedere subiectiv asupra vectorului de stare? Să presupunem că observatorul din exterior a făcut ceva mult mai sofisticat decât "să se uite" doar în interiorul conteinerului. Să presupunem că, deoarece cunoştea starea iniţială din interiorul conteinerului, el foloseşte mai întâi un calculator foarte puternic pentru *a calcula*, pe baza ecuaţiei lui Schrödinger, care trebuie să fie efectiv starea din interiorul conteinerului, şi că obţine răspunsul ("corect"!) $|\psi\rangle$ (unde $|\psi\rangle$ include superpoziţia liniară de mai sus de a fi vie şi de a fi moartă). Să presupunem că el efectuează apoi acel experiment *particular* asupra conţinutului care să facă deosebirea dintre această stare $|\psi\rangle$ şi oricare alta ortogonală la $|\psi\rangle$. (Precum am arătat anterior, el poate *în principiu*, conform regulilor mecanicii cuantice, să efectueze un astfel de experiment, deşi în practică ar fi exagerat de dificil). Probabilităţile pentru cele două rezultate: "da, este în starea $|\psi\rangle$" şi "nu, este în starea ortogonală pe $|\psi\rangle$" vor fi de 100 la sută şi de zero la sută, respectiv. În particular, există probabilitatea zero pentru starea $|\chi\rangle = |\text{moartă}\rangle - |\text{vie}\rangle$, care *este* ortogonală pe starea $|\psi\rangle$. Imposibilitatea stării $|\chi\rangle$ ca un rezultat al experimentului este urmare faptului că *ambele* alternative $|\text{moartă}\rangle$ şi $|\text{vie}\rangle$ *coexistă*, şi interferă una cu cealaltă.

Acelaşi lucru ar fi fost adevărat dacă am fi modificat puţin lungimea parcursului fotonului (sau gradul de argintare al oglinzii semitransparente), astfel ca, în loc de starea $|\text{moartă}\rangle + |\text{vie}\rangle$ să fi avut o altă combinaţie, să spunem $|\text{moartă}\rangle - i|\text{vie}\rangle$ etc. Toate aceste combinaţii diferite au consecinţe expermentale distincte – în principiu! Astfel că nu este nici măcar "pur şi simplu" o problemă de un anumit tip de coexistenţă între moarte şi viaţă ce ar putea influenţa biata noastră pisică. Sunt admise toate diferitele combinaţii cu coeficienţi din numere *complexe*, şi ele sunt, în principiu, toate discernabile una de alta! Totusi, pentru observatorul din interiorul conteinerului, toate aceste combinații par neesențiale. Pisica fie *este* vie, fie *este* moartă. Ce putem înțelege dintr-o astfel de neconcordanță? Voi indica pe scurt câteva puncte de vedere ce au fost exprimate asupra acestor probleme (și a altora înrudite) – deși fără îndoială că nu voi putea fi nepărtinitor cu unele dintre ele!

Diferite puncte de vedere existente în macanica cuantică actuală

În primul rând, exista dificultăți evidente în efectuarea unui experiment de tipul celui care să facă deosebirea dintre starea $|\psi\rangle$ și oricare altă stare ortogonală pe $|\psi\rangle$. Nu există nici o îndoială că un astfel de experiment este imposibil *în practică* pentru observatorul din exterior. În particular, el ar trebui să cunoască vectorul de stare exact al întregului conținut (inclusiv observatorul din interior) înainte chiar de a putea începe să calculeze care ar fi efectiv $|\psi\rangle$ la un moment ulterior! Dar, noi cerem ca acest experiment să fie imposibil *în principiu* - nu doar în practică – deoarece în caz contrar nu am avea nici un drept să îndepărtăm una dintre stările "$|$vie$\rangle$" sau "$|$moartă$\rangle$" din realitatea fizică. Problema este că teoria cuantică, după cum se știe, nu face o delimitare clară între măsurătorile care sunt "posibile" și acelea care sunt "imposibile". Probabil că *ar trebui* să existe o astfel de deosebire clară. Dar, dupa cum se știe, teoria nu face posibilă aceasta. A introduce o astfel de deosebire ar însemnă a *modifica* teoria cuantică.

În al doilea rând, există punctul de vedere, destul de răpândit, că dificultățile ar dispărea dacă am putea lua în considerare în mod corespunzator și *mediul înconjurător*. Ar fi cu adevărat practic imposibil să se izoleze întreg conținutul *efectiv* complet, de lumea exterioară. Odată ce mediul înconjurător exterior devine inclus în starea din interiorul conteinerului, observatorul din exterior nu va mai putea privi conținutul ca fiind dat doar de un vector de stare individual. Chiar și *propria* sa stare va deveni corelată cu aceasta intr-un mod complicat. În plus, va exista un număr enorm de diferite particule incluse intr-un mod imposibil de descifrat, efectele diferitelor combinații liniare posibile întinzându-se din ce în ce mai departe în univers peste multe grade de libertate. Nu există o modalitate *practică* (să spunem prin observarea unor efecte de interferență) de a deosebi aceste superpoziții liniare cu coeficienti complecși de alternativele pure de probabilități ponderate. Dar chiar dacă nu punem problema de a izola conținutul de exterior, însăși pisica presupune un mare număr de particule. Astfel, combinația liniară cu numere complexe dintre o pisică moartă și una vie poate fi tratată *ca și cum ar fi* doar ca un amestec de probabilități. Totuși, eu nu consider această situați deloc satisfăcătoare. Ca și în cazul punctului de vedere precedent, ne putem întreba la care etapă este considerat în mod oficial a fi "imposibil" să se obțină efecte de interferență –

astfel încât să se poată spune că acum modulele pătrate ale amplitudinilor din superpoziția cu numere complexe dau o pondere de probabilitate de a fi "moartă" și de a fi "vie"? Chiar dacă "realitatea" lumii devine, într-un anumit sens "efectiv" o pondere de probabilitate exprimată printr-un număr *real*, cum se poate reduce aceasta exact la o alternativă sau la cealaltă? Eu nu înțeleg cum se poate transforma vreodată *realitatea*, doar pe baza evoluției U, dintr-o superpoziție liniară cu coeficienți complecși (sau reali) de două alternative *într-una sau în cealaltă* din aceste alternative. Se pare că ne reântoarcem la o imagine subiectivă asupra lumii!

Uneori, este adoptat punctul de vedere conform căruia sistemele complicate nu ar trebui descrise prin "stări", ci printr-o generalizare numită *matrice de densitate* (von Neumann, 1955). Aceasta include atât probabilitățile clasice cât și amplitudinile cuantice. În acest fel, multe stări cuantice diferite sunt considerate ca reprezentând împreună realitatea. Matricea de densitate este folositoare, dar nu în acest fel se pot rezolva serioasele probleme nerezolvate ale măsurării cuantice.

S-ar putea încerca adoptarea punctului de vedere conform căruia evoluția reală este deterministă, reprezentată de U, și că probabilitățile intervin din cauza incertitudinilor ce apar în a cunoaște care *este* efectiv starea cuantică a sistemului combinat. Aceasta înseamnă să adoptăm un punct de vedere foarte "clasic" asupra originii probabilitățlor – și anume că ele intervin din cauza incertitudinilor asupra stării inițiale. S-ar putea imagina că mici diferențe în starea inițială pot da naștere la diferențe enorme ulterior în evolutie, analog "haosului" ce poate să apară în sistemele clasice (de exemplu, previziunile meteorologice – vezi capitolul 5, paragraful despre calculabilitatea vieții în universul bilelor de biliard). Totusi, astfel de efecte de "haos" nu pot apărea doar ca rezultat al lui U, deoarece U are caracter *liniar*: Superpozițiile liniare rămân nemodificate indefinit în cazul procesului U! Pentru a reduce o astfel de superpoziție la una sau la alta dintre alternative, ar fi necesară intervenția a ceva *neliniar*, deoarece nu este suficient doar U.

Un alt punct de vedere este acela în care se face observația că, în experimentul cu pisica lui Schrödinger, singura neconcordanță complet clară cu observația pare să apară deoarece există *observatori conștienți*, unul (sau doi!) în interiorul, și altul în exteriorul conteinerului. S-ar putea ca legile superpozițiilor liniare cuantice cu coeficienți complecși să *nu se aplice* materiei conștiente! Eugene P. Wigner (1961) a elaborat un model matematic aproximativ pentru acest punct de vedere. El a sugerat că s-ar putea ca în cazul entităților conștiente (sau doar "vii") liniaritatea ecuației lui Schrödinger să nu se mai păstreze, fiind înlocuită printr-o procedură neliniară conform căreia se obține reducerea la una sau la alta dintre alternative. Cititorul s-ar putea gândi că, deoarece eu sunt în căutarea unui anumit rol pe care fenomenele cuantice le-ar putea avea în gândirea noastră conștientă – cum de fapt și este – eu ar trebui să găsesc acest punct de vedere ca pe o posibilitate ce poate fi luată în considerare. Totuși, pe mine nu mă mulțumește deloc. Se pare că aceasta conduce la o imagine deformată și confuză a *realității*. Acele colțuri din univers unde se află materie conștientă pot fi destul de puține și la distanțe mari. În această imagine, *doar* în aceste colțuri, superpozițiile liniare cuantice cu coeficienți complecși s-ar putea reduce la alternativele posibile. S-ar putea ca *pentru noi*, aceste colțuri să arate la fel ca și restul universului, deoarece ori de câte ori noi înșine *examinăm* (sau observăm) efectiv, chiar prin actul nostru de observare conștientă, efectuăm "reducerea la alternativele posibile", *fie că aceasta s-a făcut sau nu* înainte. S-ar putea să fie așa, dar în acest caz aceasta ne va da o imagine extrem de incoerentă asupra *realității* lumii, imagine care mie îmi este foarte greu să o accept.

Există un punct de vedere întrucâtva înrudit, numit universul participativ (sugerat de John A. Wheeler 1983), care ia în considerare rolul materiei conștiente dar la o altă extremă (diferită). Observăm, de exemplu, că evoluția vieții conștiente de pe planeta noastră este rezultatul unor anumite mutații ce au avut loc în diferite momente de timp. Acestea sunt probabil evenimente cuantice, astfel că ele ar trebui să existe doar sub formă de superpoziții liniare până ce în final duc la evoluția unei ființe conștiente, a cărei existență depinde ea însăși de toate mutațiile corecte ce au avut loc "efectiv"! În această imagine, chiar prezența noastră este aceea care transformă trecutul nostru în existență. Circularitatea și paradoxul cuprinse în această imagine au un anumit succes pentru unii, dar mie îmi produce îngrijorare și este într-adevăr puțin credibilă.

Un alt punct de vedere, logic în sine, dar care dă o imagine nu mai puțin neobișnuită, este aceea a *lumilor multiple*, expusă public pentru prima dată de către Hugh Everett III (1957). Conform interpretării lumilor multiple, procesul **R** nu are loc niciodată. Întreaga evoluție a vectorului de stare, considerată ca fiind reală, este guvernată întotdeauna de procedura deterministă **U**. Aceasta înseamnă că biata pisică a lui Schrödinger, împreună cu observatorul protejat din interiorul conteinerului, trebuie să existe sub forma unei anumite combinații liniare cu coeficienți complecși, pisica fiind într-o anumită superpoziție de "vie" și "moartă". Dar starea "moartă" este corelată cu o stare a materiei conștiente a observatorului din interior, iar cea "vie", cu o alta (și probabil, parțial, cu materia conștientă a pisicii, și eventual, și cu a observatorului din exterior, atunci când află care este starea conținutului). Deci, conștiința fiecărui observator se "dedublează", astfel încât observatorul există acum în două entități, fiecare din ele având o experiență diferită (adică unul vede o pisică moartă și celălalt una vie). Firește, nu numai un observator, ci întregul univers din care face parte se dedublează (sau se împarte în mai multe) la ficare "măsurătoare" pe care el o face asupra lumii. O astfel de dedublare se produce din nou și din nou, nu doar din cauza "măsurătorilor" făcute de observator, ci din cauza amplificării până la nivel macroscopic a evenimentelor cuantice în general, astfel că aceste "ramuri" ale universului proliferează necontrolat. Într-adevăr, fiecare posibilitate alternativă va coexista sub forma unei vaste superpoziţii. Cu greu se poate spune că acesta este punctul de vedere cel mai economic, dar obiecţiile mele nu izvorăsc din lipsa lui de economie. În particular, eu nu înţeleg de ce o fiinţă conştientă trebuie să fie conştientă doar de "una" dintre alternativele dintr-o superpoziţie liniară. În ce fel anume conştiinţa ne cere să "nu putem fi conştienţi" de această frustrantă combinaţie liniară dintre o pisică moartă şi una vie? Părerea mea este că înainte ca interpretarea lumilor multiple să fie pusă de acord cu ceea ce se observă efectiv, este necesară o teorie a conştiinţei. Nu văd ce relaţie există între vectorul de stare "adevărat" (obiectiv) al universului şi ceea ce se presupune că "observăm" de fapt. S-au făcut afirmaţii că, într-un anumit sens, din această interpretare se poate deduce "iluzia" lui **R**. Dar eu nu cred că aceste afirmaţii pot fi susţinute. Pentru ca teoria să fie valabilă este necesară o îmbunătăţire a ei. Părerea mea este că interpretarea lumilor multiple introduce o multitudine de probleme proprii, fără a aborda dificultăţile *reale* ale măsurării cuantice. (Vezi DeWitt şi Graham 1973.)

Spre ce ne conduc toate acestea?

Aceste dileme continuă să existe, într-o formă sau alta, în *oricare* dintre interpretările date de macanica cuantică actuală. Să trecem pe scurt în revistă ce anume ne-a spus de fapt macanica cuantică standard despre cum ar trebui să descriem lumea, în special în privinţa acestor probleme neobişnuite – şi apoi să ne punem întrebarea: care va fi drumul în continuare?

Înainte de toate să ne reamintim că descrierile date de mecanica cuantică par să se aplice convingător (utilizabil?) doar la aşa numitul *nivel cuantic* – al moleculelor, atomilor, sau al particulelor subatomice, dar şi la dimensiuni mai mari, atât timp cât diferenţele de energie dintre posibilităţile alternative rămân foarte mici. La nivel cuantic, astfel de "alternative" trebuiesc tratate ca obiecte ce pot *coexista*, sub forma unui tip de superpoziţie cu ponderi formate din numere complexe. Numerele complexe folosite ca ponderi sunt numite *amplitudini de probabilitate*. Fiecare totalitate diferită de alternative cu ponderi complexe defineşte o *stare cuantică* diferită, iar fiecare sistem cuantic trebuie descris printr-o astfel de stare cuantică. Adesea, şi cazul cel mai clar este acela al *spinului*, nu se poate spune nimic despre care anume trebuie să fie alternativele "efective" ce compun o stare cuantică şi care trebuie să fie exact "combinaţiile" de alternative. În orice caz, atât timp cât sistemul *rămâne* la nivel cuantic, starea cuantică evoluează complet *determinist*. Această evoluttie deterministă este procesul U, guvernat de importanta *ecuaţie a lui Schrödinger*.

Atunci când efectele diferitelor alternative cuantice sunt amplificate până la *nivel clasic*, astfel ca diferenţele dintre alternative să fie suficient de mari pentru a le putea percepe direct, se pare că aceste superpoziţii cu ponderi complexe încetează să mai existe. În locul lor, trebuiesc formate modulele pătrate ale amplitudinilor complexe (adică pătratul distanţelor lor de la origine în planul complex ales), iar aceste numere *reale* joacă acum un rol nou, acela de *probabilităţi* efective ale alternativelor discutate. Doar *una* singură dintre alternative se realizează efectiv, conform procesului **R** (numit reducerea vectorului de undă sau colapsul funcţiei de undă; proces complet diferit de **U**). Aici, şi doar aici, intervine nedeterminismul în mecanica cuantică.

Se poate susţine cu fermitate că starea cuantică dă o descriere *obiectivă*. Dar această descriere poate fi complicată şi chiar poate avea un caracter contradictoriu. Atunci când este vorba de mai multe particule, stările cuantice pot deveni foarte complicate (şi în mod normal "devin"). În acest caz, particulele individuale nu poseaă "stări" proprii, ci există doar în "amestecuri" foarte complicate cu alte particule, numite *corelaţii*. În cazul în care o particulă dintr-o regiune este "observată", în sensul că ea declanşează un anumit efect ce este amplificat până la nivel clasic, trebuie luat în considerare procesul R – dar aceasta influenţează *simultan* – toate celelalte particule cu care această partuculă este corelată. Experimente de tipul Einstein-Podolsky-Rosen (EPR), (ca şi acela al lui Aspect, în care perechi de fotoni sunt emişi, dintr-o sursă cuantică, în direcţii opuse şi apoi este măsurată, în mod separat, starea lor de polarizare când se găsesc la o distanţă de mulţi metri unul de altul) sunt confirmări bazate pe observaţii clare ale acestui caracter neobişnuit, dar esenţial al fizicii cuantice, şi anume, că este *nelocală* (astfel că fotonii din experimentul Aspect nu pot fi trataţi ca entităţi separate independente)! Dacă se consideră că **R** acţionează în mod obiectiv (şi s-ar părea că aceasta se subânţelege din caracterul obiectiv al stării cuantice), atunci este violat spiritul relativităţii restrânse. Se pare că *nu există o descriere spaţio-temporală reală obiectivă* a vectorului de stare (ce suferă o reducere) compatibilă cu cerinţele relativităţii! Totuşi, efectele *bazate pe observaţie* din macanica cuantică nu violează teoria relativităţii.

Mecanica cuantică nu spune nimic despre *când* şi *de ce* trebuie ca procesul **R** să se preducă efectiv (sau să pară că se produce?). De altfel, macanica cuantică nu poate explica adecvat de ce lumea la nivel calasic "arată" clasic. "Majoritatea" stărilor cuantice nu seamănă deloc cu cele clasice!

Care va fi viitorul mecanicii cuantice? Eu consider că trebuie luată în considerare în mod serios posibilitatea ca aplicarea macanicii cuantice la corpurile macroscopice *să nu fie corectă* – sau, cu alte cuvinte, că legile **U** şi **R** reprezintă, doar, aproximaţii excelente, pentru o teorie mai completă dar încă nedescoperită. *Combinarea* acestor două legi a făcut să existe excelenta concordanţă cu observatia de care se bucură în prezent teoria, şi nu doar **U**.

Dacă liniaritatea lui U s-ar extinde şi la lumea macroscopică, ar trebui să acceptăm realitatea fizică a combinaţiilor liniare cu coeficienţi complecşi pentru diferitele poziţii (sau pentru diferiţii spini etc.) ale mingilor de cricket etc. Chiar bunul simţ ne spune că nu acesta este modul în care se manifestă lumea înconjurătoare! Mingile de cricket sunt bine aproximate de descrierile fizicii *clasice*. Ele au localizări destul de bine definite, şi nu sunt văzute a fi în două locuri în acelaşi timp, aşa cum le-ar permite legile liniare ale macanicii cuantice. Dacă procedurile **U** şi **R** ar fi înlocuite printr-o lege mai cuprinzătoare, atunci spre deosebire de ecuaţia lui Schrödinger, această lege ar trebui să aibă un caracter *neliniar* (deoarece însăşi R acţionează neliniar). Unii ridică obiecţii, şi pe bună dreptate, arătând că o bună parte din profunda eleganţă matematică a teoriei cuantice standard decurge din această liniaritate a ei. Totuşi, eu cred că nu ar fi deloc surprinzător ca teoria cuantică să sufere în viitor o transformare fundamentală – spre ceva pentru care această liniaritate ar fi doar o aproximaţie. Există unele precedente pentru acest tip de transformare. Eleganta şi convingătoarea teorie a gravitaţiei universale a lui Newton datorează mult faptului că forţele ce intervin se însumează *liniar*. S-a văzut că această liniaritate este doar o aproximaţie (deşi excelentă) în cadrul teoriei relativităţii generale a lui Einstein, – iar eleganţa teoriei lui Einstein o întrece chiar pe aceea a lui Newton!

Nu am făcut un secret din faptul că eu cred că rezolvarea problemelor mecanicii cuantice trebuie să se afle în găsirea unei teorii îmbunătăţite. Deşi se poate ca aceasta să nu fie opinia generală, ea nu este totuşi una total neconvenţională. (Mulţi dintre părinţii mecanicii cuantice au gândit la fel. Eu m-am referit la părerile lui Einstein. De asemenea, Schrödinger (1935), de Broglie (1956), şi Dirac (1939) au considerat teoria ca provizorie.) Dar chiar dacă se consideră că trebuie modificată teoria, problemele pe care le implică *modul* în care s-ar putea realiza aceasta sunt enorme. Eventual, s-ar putea dovedi acceptabil un punct de vedere al unui anumit tip de teorie de "variabile ascunse". Dar caracterul nelocal manifestat în experimentele de tip-EPR crează probleme extrem de grele pentru orice descriere "realistă" a lumii înconjurătoare care ar fi compatibilă cu un spaţiu-timp obişnuit – un spaţiu-timp de un tip particular, care ar trebui să fie în concordanţă cu principiile relativităţii – de aceea, eu cred că este nevoie de o schimbare mult mai radicală. De altfel, până acum, nu s-a găsit nici o neconcordanţă, de nici un fel, între macanica cuantică şi experiment – doar dacă nu se consideră absenţa evidentă a superpoziţiilor liniare a stărilor mingilor de cricket drept o evidenţă contrară. După opinia mea, inexistenţa superpoziţiilor liniare a stărilor mingilor de cricket *este* de fapt o evidenţă contrară! Dar aceasta, în sine, nu ne este de prea mare ajutor. Ştim că la nivelul submicroscopic al lucrurilor guvernează legile cuantice; dar la nivelul mingilor de cricket avem de-a face cu fizica clasică. Continui să susţin că, pentru a vedea cum se face trecerea de la lumea cuantică la cea clasică trebuie să înțelegem noua lege undeva între acestea. Eu consider, de asemenea, că vom avea nevoie de această nouă lege dacă vom dori să înțelegem vreodată cum funcționează mintea omenească! Eu cred că din toate aceste motive, trebuie să căutăm noi chei ale problemei.

În decrierile asupra mecanicii cuantice făcute în acest capitol, am fost cu totul convențional, deși am fost poate mai "realist" și am pus accentul pe aspectul geometric mai mult ca de obicei. În capitolul următor voi încerca să caut unele chei ale rezolvării, chei despre care eu consider că ar trebui să ne dea unele indicații asupra unei macanici cuantice îmbunătățite. Călătoria noastră va începe de aproape de casă, dar vom fi forțați să ne îndepărtăm foarte mult. Se va dovedi că va trebui să explorăm spații foarte îndepărtate și să mergem înpoi în timp, chiar către începuturi!

1. Am considerat că este de la sine înțeles că orice punct de vedere filosofic "serios" ar trebui să conțină cel putin o bună doză de realism. Mă surprinde întotdeauna când aflu despre gânditori aparent serioși, adesea fizicieni preocupați de implicațiile mecanicii cuantice, care adoptă punctul de vedere puternic subiectiv conform căruia "în afara noastră" *nu există* o lume reală! Faptul ca eu adopt o poziție realistă ori de câte ori este posibil nu înseamnă că eu nu sunt conștient că astfel de puncte de vedere subiective sunt adesea susținute în mod serios – ci numai că eu nu sunt capabil să le înțeleg. Un atac viguros și amuzant al unui astfel de punct de vedere subiectiv este făcut de Gardner (1983), capitol 1.
2. În particular, J. J. Balmer a observat, în 1885, că frecvențele liniilor spectrale ale hidrogenului au forma $R\ (n^{-2} - m^{-2})$ unde n și m sunt numere întregi pozitive (R fiind o constantă).
3. Poate că nu ar trebui să renunțăm chiar așa de ușor la această imagine "totul este doar câmp". Einstein, care (așa cum vom vedea) a fost profund conștient de caracterul discret al particulelor cuantice, și-a petrecut ultimii treizeci de ani de viață încercând să găsească o teorie completă și generală de tip clasic. Dar încercările lui Einstein, ca și ale tuturor celorlalți, n-au fost încununate de succes. S-ar părea că este nevoie și de altceva pe lângă un câmp clasic pentru a explica natura discretă a particulelor.
4. Aceste două proceduri de evoluție au fost descrise într-o lucrare clasică de remarcabilul matematician american de origine maghiară John von Neumann (1955). "Procesul 1" din notația sa l-am numit R– "reducerea vectorului de stare" – iar procesul 2 este U – "evoluția unitară" (care înseamnă că amplitudinile de probabilitate se conservă în decursul evoluției). De fapt, există și alte descrieri – deși echivalente – ale evoluției U a stării cuantice, în care s-ar putea să nu trebuiască să fie folosit termenul de "ecuație Schrödinger". În "*reprezentarea Heisenberg*", de exemplu, starea este atfel descrisă încât pare să nu evolueze de loc, evoluția dinamică fiind preluată de o continuă deplasare de semnificație între coordonatele de poziție și cele de impuls. Pentru noi nu sunt acum importante aceste deosebiri, deoarece diferitele descrieri ale procesului U sunt complet echivalente.
5. Pentru completitudine voi prezenta toate proprietățile algebrice necesare care, în notația (lui Dirac) folosită în text, sunt:

$|\psi\rangle + |\chi\rangle = |\chi\rangle + |\psi\rangle$, $|\psi\rangle+(|\chi\rangle + |\varphi\rangle) = (|\psi\rangle + |\chi\rangle) + |\varphi\rangle$,
$(z+w)|\psi\rangle = z|\psi\rangle + w|\psi\rangle$, $z(|\psi\rangle + |\chi\rangle) = z|\psi\rangle + z|\chi\rangle$,
$z(w|\psi\rangle) = (zw)|\psi\rangle$, $1|\psi\rangle = |\psi\rangle$,
$|\psi\rangle + \mathbf{0} = |\psi\rangle$, $0|\psi\rangle = \mathbf{0}$, și $z\mathbf{0} = \mathbf{0}$.

6. Există o operație importantă, numită *produs scalar* a doi vectori, ce poate fi folosită pentru a exprima foarte simplu conceptele de "vector unitar", "ortogonalitate" și "amplitudine de probabilitate". (În algebra vectorială obișnuită, produsul scalar este (ab cosθ), unde a și b sunt lungimile vectorilor iar θ este unghiul dintre direcțiile lor). Produsul scalar dintre vectorii spațiului Hilbert dă un număr *complex*. În cazul a doi vectori de stare $|\psi\rangle$ și $|\chi\rangle$, acest produs este: $\langle\psi|\chi\rangle$. Există regulile algebrice: $\langle\psi(|\chi\rangle + |\varphi\rangle) = \langle\psi|\chi\rangle + \langle\psi|\varphi\rangle$, $\langle\psi(q|\chi\rangle) = q\langle\psi|\chi\rangle$, și $\langle\psi|\chi\rangle = \overline{\langle\chi|\psi\rangle}$, unde complexul conjugat s-a notat cu bară. (Complexul conjugat al lui $z = x + iy$, este $\bar{z} = x - iy$, x și y fiind reali; observăm că $|z|^2 = z\bar{z}$). Ortogonalitatea dintre $|\psi\rangle$ și $|\chi\rangle$ se scrie sub forma $\langle\psi|\chi\rangle = 0$. Lungimea la pătrat a lui $|\psi\rangle$ este $|\psi|^2 = \langle\psi|\psi\rangle$ și astfel condiția ca $|\psi\rangle$ să fie normat ca un vector unitar este $\langle\psi|\psi\rangle = 1$. Dacă o "acțiune de măsurare" face ca o stare $|\psi\rangle$ să efectueze un salt, fie în $|\chi\rangle$, fie în altă stare ortogonală pe $|\chi\rangle$, atunci amplitudinea ca ea să efectueze un salt în $|\chi\rangle$ este $\langle\chi|\psi\rangle$, presupunând că $|\psi\rangle$ și $|\chi\rangle$ sunt ambele normate. Fără a se efectua normarea, probabilitatea de a efectua un salt din $|\psi\rangle$ în $|\chi\rangle$ poate fi scrisă ca $\langle\chi|\psi\rangle\langle\psi|\chi\rangle/\langle\chi|\chi\rangle\langle\psi|\psi\rangle$. (Vezi Dirac 1947).
7. Pentru cei obișnuiți cu formalismul operatorilor cuantici menționez că această măsurătoare este definită (în notația Dirac) prin operatorul hermitic $|\chi\rangle\langle\chi|$. Valoarea proprie 1 (pentru vectorul de stare $|\chi\rangle$ normat) înseamnă **DA** iar valoarea proprie 0 înseamnă **NU**. (Vectorii $\langle\chi|$, $\langle\psi|$ etc. aparțin spațiului *dual* al spațiului Hilbert original.) Vezi von Neumann (1955), Dirac (1947).
8. În descrierile mele anterioare ale unui sistem cuantic format dintr-o singură particulă, am simplificat foarte mult, neglijând spinul și presupunând că starea poate fi descrisă folosind doar poziția sa. *Există* unele particule – numite particule scalare, cum sunt de exemplu particulele nucleare numite *pioni* (mezonii-π, vezi capitolul 5, paragraful despre masă, materie și realitate), sau unii atomi – pentru care valoarea spinului se dovedește a fi zero. Pentru aceste particule (și doar pentru acestea) descrierea de mai sus ce folosește numai poziția va fi suficientă.
9. Fie $|\swarrow\rangle = \bar{z}|\uparrow\rangle - \bar{w}|\downarrow\rangle$, unde $\bar{z}$ și $\bar{w}$ sunt complex conjugatele lui *z* și *w*. (Vezi nota 6.)
10. Există un dispozitiv experimental standard, cunoscut sub numele de aparatul Stern-Gerlach, ce poate fi folosit la măsurarea spinului atomilor. Un fascicul format din atomii aleși trece printr-un câmp magnetic puternic neomogen, iar direcția neomogenității va da direcția de măsurare a spinului. Fasciculul se va despica în două fascicule (în cazul unui atom cu spinul $\hbar/2$, sau în mai mult de două fascicule pentru valori mai mari ale spinului) unul dintre fascicule fiind format din atomii pentru care răspunsul la măsurătoarea spinului este **DA**, iar celălalt din atomii pentru care răspunsul este **NU**. Din nefericire, din motive tehnice, neimportante pentru scopurile noastre, acest aparat nu poate fi folosit pentru măsurarea spinului electronului și trebuie folosit un procedeu mai indirect. (Vezi Mott și Massey 1965). Din acest motiv și din altele, prefer să nu precizez cum se măsoară efectiv spinul electronului nostru.
11. Poate că cititorul dorește să verifice imaginea geometrică dată în text. Cel mai ușor este să orientăm sfera Riemann astfel ca direcția α să fie "în sus" iar direcția β să se găsească în planul format de direcțiile "în sus" și "la dreapta", adică planul dat de $q = \mathrm{tg}(\theta/2)$ pe sfera Riemann. Apoi, pentru a obține probabilitatea de efectuare a saltului din $|\psi\rangle$ în $|\chi\rangle$ se va folosi formula $\langle\chi|\psi\rangle\langle\psi|\chi\rangle/\langle\chi|\chi\rangle\langle\psi|\psi\rangle$. Vezi nota 6.

12. În limbaj matematic spunem că spațiul stărilor biparticulă este *produsul tensorial* al spațiului stărilor primei particule cu acela al celei de-a doua particule. Starea $|\chi\rangle|\varphi\rangle$ este deci produsul tensorial al stării $|\chi\rangle$ cu $|\varphi\rangle$.
13. Wolfgang Pauli, un strălucit fizician austriac și figură proeminentă în dezvoltarea mecanicii cuantice, a enunțat principiul său de excluziune ca o ipoteză în 1925. Întreaga tratare cuantică a ceea ce numim acum "fermioni" a fost dezvoltată în 1926 de influentul și originalul fizician american de origine italiană Enrico Fermi și de marele Paul Dirac, pe care l-am întâlnit până acum de câteva ori. Comportarea statistică a fermionilor se face conform "statisticii Fermi-Dirac", numită așa pentru a o deosebi de "statistica Boltzmann" – care este statistica clasică a particulelor discernabile. "Statistica Bose-Einstein" a bosonilor a fost dezvoltată pentru tratarea comportării fotonilor de către remarcabilul fizician indian S.N. Bose și de către Albert Einstein în 1924.
14. Acesta este un rezultat atât de remarcabil și de important încât merită să dăm și o altă versiune a sa. Să presupunem că pentru aparatul de măsură E există doar *două* direcții după care se face măsurarea: în sus [↑] și spre dreapta [→], și tot două pentru aparatul P: în sus spre dreapta la 45° [↗] și în jos spre dreapta la 45° [↘] Considerăm că direcțiile *efective* pentru aparatele E și P sunt [→] și [↗], respectiv. Atunci, probabilitatea ca măsurătorile făcute cu E și P să concorde este $1/2(1 + \cos 135°) = 0{,}146\ldots$, care este puțin sub 15 la sută. Să presupunem că o lungă succesiune de experimente făcute după aceste direcții va da:

    E: YNNYNYYYNYYNNYNNNNYYN...
    P: NYYNNNYNYNNYYNYYNYNNY...

    pentru care concordanța este de doar sub 15 la sută. Să presupunem acum că măsurătorile făcute cu aparatul P nu sunt influențate de direcția de măsură a aparatului E – astfel încât *dacă* direcția lui E ar fi fost [↑] și nu [→], atunci rezultatele lui P ar fi fost exact aceleași – și deoarece unghiul dintre [↑] și [↗], este același cu cel dintre [→] și [↗], ar fi fost din nou o concordanță de sub 15 la sută între măsurătorile făcute de P și noile măsurători făcute de E, să spunem E′. Pe de altă parte, dacă direcția de măsură a lui E ar fi fost [→], ca și mai înainte, dar direcția pentru P ar fi fost [↘] și nu [↗], atunci rezultatele date de E ar fi fost ca și înainte, dar noile rezultate de la P, să spunem P′, ar fi fost în concordanță cu rezultatele originale date de E doar sub 15 la sută. Rezultă că nu poate exista o concordanță mai mare de 45 la suta (= 15 la sută + 15 la sută + 15 la sută) între măsurătoarea-P′ [↘] și măsurătoarea-E′ [↑] în cazul în care *acestea* ar fi fost direcțiile efective. Dar unghiul dintre [↘] și [↑] este 135° și nu 45°, astfel încât probabilitatea de concordanță *ar trebui* să fie peste 85 la sută și nu 45 la sută. Aceasta este o contradicție, ce arată că presupunerea făcută că alegerea măsurătorii făcute asupra lui E nu poate influența rezultatele pentru P (și *vice-versa*) trebuie să fie falsă! Sunt îndatorat lui David Mermin pentru acest exemplu. Versiunea dată în textul principal este luată din articolul său – Mermin (1985).
15. Rezultate anterioare sunt cele datorate lui Freedman și Clauser (1972) bazate pe ideile sugerate de Clauser, Hrone, Shimony și Holt (1969). Există totuși o controversă legată de aceste experimente, ce provine din faptul că detectoarele de fotoni folosite aveau un randament mult sub 100 la sută, astfel încât doar o mică fracțiune din fotonii emiși erau detectați efectiv. Dar concordanța cu teoria cuantică este atât de perfectă, chiar și cu aceste detectoare, comparativ ineficiente, încât este dificil de văzut cum folosirea unor detectoare mai bune ar produce brusc o concordanță mai slabă cu teoria!
16. Teoria cuantică de câmp pare a oferi o oportunitate pentru necalculabilitate (vezi Komar 1964).

7

COSMOLOGIE ŞI SĂGEATA TIMPULUI

Trecerea timpului

Cea mai importantă dintre senzaţiile noastre conştiente este aceea de trecere a timpului. *Ni se pare* că ne mişcăm mereu înainte, de la un trecut foarte clar către un viitor incert. După cum simţim, trecutul s-a încheiat şi nu mai este nimic de făcut în ceea ce îl priveşte. El este inalterabil, şi totuşi, într-un anume sens, el există încă "undeva acolo". Ceea ce ştim despre el poate proveni din mărturiile noastre, din vagi amintiri, din deducţii bazate pe ele, dar în nici un caz nu punem la îndoială *realitatea* trecutului. Trecutul a fost un lucru şi poate fi (acum) doar exact *acelaşi* lucru. Ceea ce s-a întâmplat s-a întâmplat, şi nu îl mai putem influenţa în nici un fel! Pe de altă parte, viitorul pare a fi încă nedeterminat. S-ar putea să fie într-un anumit fel, sau s-ar putea să fie în cu totul alt fel. Este posibil ca acestă "alegere" să fie bine determinată de legile fizicii sau poate parţial de propriile noastre decizii (sau de Dumnezeu); dar, cu toate acestea "alegerea" *pare* a fi încă la discreţia noastră. Ea se subînţelege mai mult ca *potenţialitate* pentru ceva care va fi "realitate" în viitor şi care se va dezvălui atunci. Pe măsura conştientizării trecerii timpului, cea mai apropiată parte a acestui vast şi aparent nedeterminat viitor se realizează în mod constant ca realitate prezentă, şi astfel îşi face intrarea în trecutul neschimbat. Uneori avem senzaţia că *noi* am fost chiar personal "responsabili" de ceva care a influenţat această alegere a unui viitor potenţial, particular, care de fapt s-a realizat şi s-a permanentizat ca o realitate a trecutului. Dar adesea, ne simţim spectatori neputincioşi – poate din fericire eliberaţi de responsabilităţi – pe măsură ce, inexorabil, graniţa trecutului bine determinat îşi face loc în viitorul incert.

Dar fizica, după câte ştim noi, ne spune o altă poveste. Toate ecuaţiile din fizică, ecuaţii ce descriu corect natura, sunt simetrice faţă de timp. Ele pot fi utilizate la fel de bine pentru un sens al timpului cât şi pentru sensul contrar.

Din punctul de vedere al fizicii, viitorul și trecutul se află pe picior de egalitate. Legile lui Newton, ecuațiile lui Hamilton, ecuațiile lui Maxwell, relativitatea generală a lui Einstein, ecuația lui Dirac, ecuația Schrödinger – toate rămân efectiv nemodificate dacă inversăm direcția timpului (înlocuind coordonata *t*, care reprezintă timpul, cu *-t*). Întreaga mecanică clasică, împreună cu partea "U" a mecanicii cuantice, este în întregime reversibilă în timp. Se pune întrebarea dacă partea "R" a mecanicii cuantice este în realitate reversibilă sau nu la schimbarea sensului timpului. Această problemă va fi esențială pentru discuția pe care o voi prezenta în capitolul următor. Pentru moment, să sărim peste această chestiune referindu-ne la ceea ce se poate înțelege prin "experiența de zi cu zi" asupra acestui subiect –. și anume că, cu toate aparențele contrare, operația **R** trebuie într-adevăr să fie, de asemenea, simetrică în raport cu timpul (vezi Aharonov, Bergmann și Lebowitz 1964). Dacă acceptăm acest lucru, atunci se pare că va trebui să căutăm în altă parte pentru a gasi unde anume se găsește acel ceva care face ca legile fizicii noastre să facă deosebire între trecut și viitor.

Înainte de a ne apleca asupra acestui subiect, să analizăm o altă discrepanță dificil de înțeles dintre percepția noastră asupra timpului pe de o parte, și ceea ce ne spune teoria fizicii moderne pe de altă parte. Conform teoriei relativității "acum" nu are un corespondent în realitate. Cea mai apropiată reprezentare a acestui concept este așa numitul "spațiu simultan" al observatorului din spațiul-timp, așa cum se vede el în figura 5.21, dar acesta depinde de *mișcarea* observatorului! Sensul cuvântului "acum" pentru un observator nu va corespunde cu cel al unui alt observator.[1]

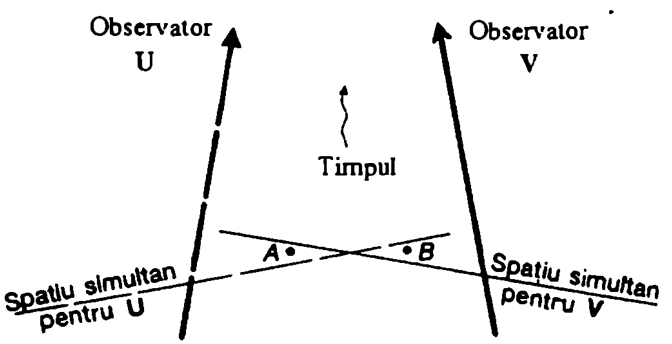


Fig. 7.1. Este oare posibil ca timpul să "curgă"? Pentru observatorul U, *B* poate fi într-un trecut "bine determinat", în timp ce *A* se află încă într-un viitor "incert". Observatorul V are un punct de vedere contrar!

Referindu-se la două evenimente spațio-temporale *A* și *B*, un observator U ar putea considera că *B* aparține trecutului bine determinat, iar *A* aparține viitorului incert, în timp ce pentru observatorul al doilea V, evenimentul *A* ar putea aparține trecutului bine determinat, iar evenimentul *B* viitorului incert! (Vezi figura 7.1). Noi nu putem afirma că vreunul dintre evenimentele *A* și *B* rămâne incert, odată ce celălalt este bine definit.

Să ne reamintim discuția în legătură cu figurile 5.21 și 5.22. Doi oameni trec unul pe lângă altul pe stradă; conform unuia dintre ei, o flotă spațială din galaxia Andromeda a pornit deja în călătorie, în timp ce pentru celălalt, decizia de a efectua călătoria nici nu a fost încă luată. Cum este posibil să existe o astfel de incertitudine asupra deciziei luate? Dacă pentru *ambele* persoane decizia a fost deja luată, atunci cu siguranță *nu poate exista* nici o incertitudine. Lansarea flotei spațiale este inevitabilă (este o certitudine). În realitate, nici unul din cei doi nu pot încă *ști* ceva despre lansarea flotei spațiale. Ei vor putea ști acest lucru doar mai târziu, când observațiile telescopice efectuate de pe Pământ vor constata că flota este într-adevăr pe drum. Abia atunci ei vor putea să revadă posibilitățile și să ajungă la concluzia că *la acel* moment, în conformitate cu punctul de vedere al unuia dintre ei, decizia s-a aflat într-un viitor incert, în timp ce din punctul de vedere al celuilalt, decizia se găsea deja într-un trecut cert. În consecință *a existat, oare, în acest caz* vreo incertitudine asupra acestui viitor? Sau viitorul *ambilor* oameni era deja "bine determinat"?

Începe să se contureze ideia că dacă ceva este bine definit, atunci întregul spațiu-timp trebuie să fie într-adevăr bine definit! Nu poate exista un viitor "incert". *Întregul* spațiu-timp trebuie să fie bine determinat, fără nici o șansă pentru vreo incertitudine. Într-adevăr, se pare că aceasta era și concluzia lui Einstein (vezi Pais 1982, p. 444). Mai mult, nu există deci nici un fel de "curgere" a timpului. Avem doar un "spațiu-timp" – iar viitorului nu îi este lăsată nici o posibilitate, domeniul lui fiind uzurpat inexorabil de trecutul bine determinat! (Cititorul se poate întreba, pe bună dreptate, care este atunci rolul "incertitudinii" din mecanica cuantică în acest caz. Voi reveni în capitolul următor la această problemă pusă de mecanica cuantică. Pentru moment, vom menține discuția în termenii fizicii clasice).

Mie mi se pare că există câteva discrepanțe serioase între ceea ce privește conștientizarea de către noi a trecerii timpului și modul în care teoriile noastre (extrem de exacte) prezintă realitatea lumii fizice. Ar fi de așteptat ca aceste discrepanțe să ne furnizeze unele sugestii privind aspectele mai profunde ale fizicii proceselor ce stau la baza percepției conștiente – evident, presupunând (după cum cred eu), că ceea ce guvernează aceste percepții poate fi înțeles în contextul unor teorii fizice adecvate. Este aproape evident că orice teorie fizică ar fi în joc, ea trebuie să opereze cu unele concepte esențial asimetrice temporal și să permită o distincție între trecut și viitor.

Dacă ecuațiile fizicii nu par a face distincție între trecut și viitor – și dacă chiar ideea de "prezent" își găsește cu greu un loc în relativitate – atunci unde anume să căutăm legi fizice ceva mai în acord cu modul în care noi percepem lumea? De fapt eu am cam exagerat puțin, lucrurile nu se află într-o atât de mare discrepanță. Teoriile noastre fizice posedă și *alte* componente importante, nu numai ecuații de evoluție temporală – iar unele dintre acestea chiar presupun nesimetria temporală. Cea mai importantă dintre acestea este *legea a doua a termodinamicii*. Să încercăm să intrăm puțin mai în amănunt pentru a înțelege această lege.

Creșterea inexorabilă a entropiei

Să ne imaginăm un pahar cu apă așezat pe marginea unei mese. Dacă este puțin mișcat, probabil va cădea pe podea – și cu siguranță se va sparge în multe bucăți, apa fiind împrăștiată pe o mare întindere pe covor, sau va pătrunde prin crăpăturile podelei. În toată această întâmplare paharul cu apă nu a făcut altceva decât să urmeze legile fizicii. Ne va fi suficientă teoria lui Newton. Atomii constituienți ai sticlei și a apei au urmat fiecare în parte legile mecanicii (figura 7.2). Să derulăm această întâmplare în sens invers al timpului. Din reversibilitatea temporală a acestor legi, apa din covor sau din crăpăturile podelei va intra în pahar care se va reintegra din multele cioburi și va sări de pe podea exact la înălțimea mesei, se va reașeza pe marginea mesei unde se va pune exact pe poziția avută înainte de a cădea.

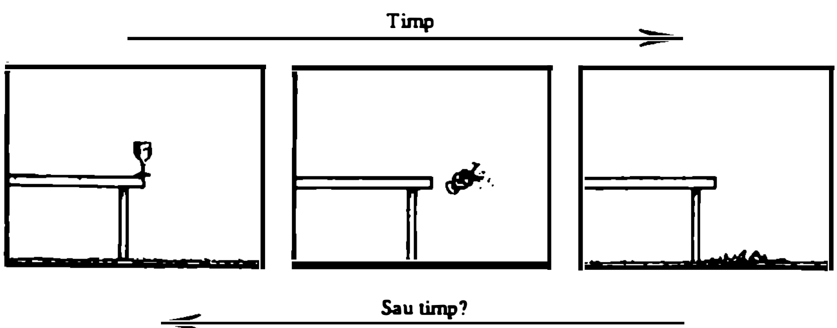


Fig. 7.2. Legile mecanicii sunt reversibile în timp; cu toate acestea scenariul care implică o desfășurare a proceselor de la dreapta spre stânga nu afost niciodată observat, pe când cel de la stânga spre dreapta este unul cotidian.

Tot acest tablou corespunde în totalitate legilor lui Newton, ca și procesul inițial de cădere și de spargere a paharului!

Cititorul se poate întreba de unde provine energia necesară urcării paharului de pe podea pe masă. *Aceasta* nu este o problemă. Din punct de vedere energetic nu există nici o problemă, deoarece în cazul în care paharul cu apă *cade* de pe masă, energia cedată cu această ocazie trebuie *să fie depozitată* undeva. De fapt, în acest caz, energia este disipată termic. Adică atomii fragmentelor de sticlă ale paharului, ai apei din covor sau din podea se vor găsi într-o mişcare dezordonată ceva mai energică decât atunci când se aflau în paharul cu apă de pe masă; cu alte cuvinte apa şi fragmentele de sticlă vor avea o *temperatură ceva mai mare* ca cea avută înainte de cădere (neglijând eventualul efect al procesului de pierdere de energie prin evaporare, care de fapt este de asemenea un proces reversibil). Datorită *conservării energiei* această energie termică* este exact egală cu cea pierdută în procesul de cădere de pe masă. Prin urmare, această mică cantitate de energie termică este suficientă (cu precizie) pentru a ridica din nou paharul pe masă! Este important să nu uităm de partea termică a energiei atunci când facem bilanţul conservării energiei. Legea de conservare a energiei pentru cazul în care se consideră şi energia de origine termică, poartă numele de *legea întâia a termodinamicii* (în literatura română de specialitate aceasta poartă de obicei numele de *principiul întâi al termodinamicii* N.T.). Această primă lege a termodinamicii fiind dedusă din mecanica newtoniană, este, de asemenea, simetrică în timp. Prima lege *nu* implică nici o constrângere asupra paharului sau apei şi deci nu-l împiedecă să se recompună, să se umple cu apă şi să sară miraculos, de pe podea, pe masă.

Motivul pentru care noi nu observăm întâmplându-se astfel de situaţii în mod curent este urmarea faptului că mişcarea "termică" a atomilor din fragmentele de sticlă, din apa din covor şi din podea, va fi total dezordonată, în toate direcţiile, încât majoritatea atomilor se vor mişca pe o altă direcţie decât cea necesară readucerii lor în poziţiile de plecare. O coordonare absurd de precisă ar trebui să existe în mişcările atomilor pentru a putea reface paharul şi a aduce toate picăturile de apă împrăştiate, înapoi în pahar şi împreună pe marginea mesei. Este o certitudine că o astfel de mişcare coordonată *nu* poate să se realizeze! O astfel de coordonare s-ar putea realiza doar printr-un noroc cu totul uimitor încât el ar intra în categoria de "miracol" dacă s-ar produce vreodată!

Şi totuşi în celălalt sens al scurgerii timpului, astfel de mişcări coordonate sunt ceva obişnuit. Într-un fel, noi nu considerăm că această mişcare coordonată a particulelor este doar o întâmplare norocoasă, cu condiţia ca aceasta să se întâmple *după* o schimbare oarecare de mare anvergură ce a avut loc în starea fizică (aici spargerea paharului şi împrăştierea apei) şi nu *anterior* unei astfel de schimbări. Mişcarea particulelor trebuie într-adevăr să fie extrem de bine coordonată după un astfel de eveniment. Pentru ca să asamblăm paharul, să-l umplem cu apă, să-l ridicăm pe marginea mesei şi să-l aşezăm precis în poziţia

* Autorul înţelege prin energie termică, energia totală ataşată mişcărilor dezordonate ale atomilor şi moleculelor materiei (N.T.).

inițială, ar fi necesară o mișcare inversă cu o exactitate dusă până la fiecare atom în parte.

O mișcare puternic coordonată este normală și familiară pentru noi dacă ea este un *efect* al unei schimbări la scară mare, și nu *cauza* acesteia. Pe de altă parte, cuvintele: "cauză" și "efect" implică într-un fel asimetria temporală. În vorbirea noastră curentă acești termeni sunt utilizați în sensul că efectul urmează cauzei. Dar dacă dorim să înțelegem diferența fizică dintre trecut și viitor, trebuie să fim extrem de atenți să nu implicăm în discuție, fără să vrem, senzațiile noastre despre trecut și viitor. Doresc să evertizez cititorul că acest lucru este extrem de greu de evitat, dar este fundamental să încercăm măcar acest lucru. Trebuie să folosim cuvintele astfel încât ele să nu prejudicieze înțelegerea fizică a deosebirii dintre trecut și viitor. Prin urmare, dacă cumva se va întâmpla să considerăm ca este necesar, ca o cauză să se afle în viitor și ca efectul ei să se afle în trecut, să nu ne speriem! Ecuațiile deterministe ale fizicii clasice (sau procedura U din mecanica cuantică, ce corespunde acestora) nu au o "preferință" de a evolua în direcția viitorului. Ele pot fi utilizate tot atât de bine pentru a exprima evoluția înspre trecut. Viitorul determină trecutul în același fel în care trecutul determină viitorul. Vom putea, de exemplu, defini o stare a sistemului într-un mod arbitrar în viitor și apoi să calculăm, folosind această stare, cum ar fi trebuit să fie ea în trecut. Dacă acceptăm să considerăm trecutul ca o "cauză" și viitorul ca un "efect" atunci când lăsăm ca ecuațiile sistemulu să determine evoluția lui în direcția normală în timp spre viitor, atunci vom putea să aplicăm aceeași procedură pentru evoluția sistemului în direcția trecutului și deci va trebui să admitem că putem considera viitorul ca o "cauză" a trecutului și trecutul ca un "efect".

Cu toate acestea, există și altceva ce este implicat în modul în care noi folosim termenii de "cauză" și de "efect" și care nu are la bază modul în care noi atribuim evenimentele ca având loc în trecut sau în viitor. Să ne imaginăm un univers ipotetic în care sunt valabile aceleași ecuații clasice simetric temporale ca acelea din universul nostru, dar în care coexistă evoluțiile familiare nouă (cum ar fi spargerea și împrăștierea apei din pahar) cu cele echivalente de evoluție în sens invers temporal. Să presupunem că pe lângă evenimentele familiare nouă, uneori paharul de apă *se poate* re-asambla din fragmentele rezultate din spargerea lui, se poate umple, miraculos, cu apa care a fost împroșcată și apoi poate sări pe masă. Să presupunem că uneori, ouăle făcute jumări pot, ca prin farmec să se dezprăjească, să se refacă în ouă proaspete, nesparte, din părțile ce s-au scurs din ou, încât să reformeze oul inițial. Să presupunem, de asemenea, că bucățile de zahăr dizolvate în cafeaua îndulcită se pot reconstitui în bucăți care să sară spontan din cană în mâna cuiva. Dacă am trăi într-o astfel de lume unde evenimente de acest fel ar fi obișnuite, cu siguranță că am atribui "cauzele" evenimentelor de acest tip nu unor cincidențe fantastic de improbabile legate de o comportare corelată a atomilor individuali ci unor "efecte teleologice" prin care obiectele care se auto-asamblează au uneori tendinţa de a atinge o configuraţie dorită, macroscopică. (Teleologia este o *ştiinţă a finalităţii* care a fost analizată printre alţii de E.Kant în *Critica puterii de judecată*. Explicaţia teleologică pornind de la întreg se opune explicaţiei mecanice ce porneşte de la părţi. N.T.). Noi am spune în aceste cazuri: "Uitaţi-vă, iar se întâmplă!; această amestecătură de cioburi şi de picături de apă se re-asamblează din nou într-un pahar cu apă". Cu siguranţă că noi vom interpreta acest lucru spunând că atomii se comportă astfel *din cauză* că acesta a fost modul de a produce paharul cu apa de pe masă. Paharul de pe masă ar fi astfel "cauza", iar colecţia aparent aleatoare de atomi împrăştiaţi pe jos, "efectul" – cu toate că "efectul" se produce acum mai devreme în timp decât "cauza". În mod asemănător, mişcarea extrem de precis organizată a atomilor din oul prăjit nu este "cauza" revenirii la oul asamblat în coaje, ci "efectul" acestei viitoare apariţii. La fel, bucata de zahăr nu se va re-asambla şi va sări din cană "din cauză" că atomii se pot mişca cu o astfel de precizie extraordinară ci doar pentru că cineva – chiar dacă situat cândva în viitor – va ţine această bucată de zahăr în mână!

Evident, în lumea noastră nu vedem întâmplându-se astfel de lucruri, sau ceea ce noi nu vedem este *coexistenţa* unor astfel de întâmplări cu cele de tip normal pentru noi. Dacă *toate* pe care le vedem că se s-ar întâmplă ar fi de tipul acela pervers pe care tocmai l-am descris, atunci nu am avea nici o problemă. Ar trebui doar ca în descrierile noastre să inversăm termenii de "trecut" cu cel de "viitor", "înainte" cu cel de "după" etc. Timpul ar fi obligat să se desfăşoare în direcţie inversă faţă de cea anterioară şi astfel am putea descrie această lume ca fiind exact ca a noastră. Dar aici eu iau în consideraţie o situaţie posibilă diferită – la fel de compatibilă cu ecuaţiile simetrice în timp ale fizicii – în care spargerea paharului cu apă şi refacerea lui pot să *coexiste*. Într-o astfel de lume, noi nu putem reobţine descrierile noastre familiare doar prin simpla inversare a convenţiilor privind sensul de desfăşurare al timpului. Desigur, lumea noastră se întâmplă să nu semene cu aceasta descrisă, dar oare de ce? Pentru a începe să înţelegem acest fapt, v-am cerut să încercaţi să vă imaginaţi o astfel de lume şi să vă întrebaţi cum s-ar putea explica astfel de evenimente ce s-ar putea petrece în ea. Eu vă cer să acceptaţi că, într-o astfel de lume, noi ar trebui să descriem configuraţiile macroscopice – cum ar fi paharul cu apă întreg, oul ne spart sau bucata de zahăr din mână – ca reprezentând "cauzele", iar detaliile mişcărilor perfect corelate ale atomilor individuali ca fiind "efecte", indiferent dacă aceste "cauze" se află sau nu în viitorul sau în trecutul "efectelor".

Ce anume face ca, în lumea în care trăim, cauzele să *preceadă* efectele, sau altfel spus, de ce mişcarea perfect coordonată a particulelor se produce doar *după* o modificare la scară mare a stării fizice şi nu *înaintea* acesteia? Pentru a putea da o decriere fizică mai bună a acestor lucruri, sunt nevoit să introduc conceptul de *entropie*. În termeni mai generali, entropia unui sistem este o măsură a *dezordinii* pe care acesta o prezintă. (Ulterior voi fi ceva mai precis.) Astfel, cioburile de pahar de pe podea ca și apa împrăștiată, posedă o stare de entropie mai ridicată decât aceea a paharului cu apă de pe masă; oul prăjit se află într-o stare de entropie mai ridicată decât aceea a oului proaspăt, ne spart; cafeaua îndulcită se află într-o stare mai ridicată de entropie decât bucata de zahăr nedizolvată ce se află în cafeaua neândulcită. Starea de entropie joasă pare ordonată "în mod special" într-un fel vizibil, iar starea de entropie mai înaltă – mai puțin "special ordonată".

Este important să înțelegem că ceea ce am vrut să exprim prin termenul de ordine "mai specială" când m-am referit la starea de entropie mai joasă se referă la o structură într-adevăr "mai specială", la care ne vom referi ca fiind vizibilă, *manifestată clar*. Dar dar într-un sens ceva mai subtil, starea de entropie mai ridicată, în acest caz, *este* într-un fel tot atât de "special ordonată" ca cea de entropie mai joasă, dacă ținem cont de mișcările extrem de precis coordonate ale particulelor individuale. De exemplu, mișcarea aparent întâmplătoare a moleculelor de apă ce s-au scurs din paharul spart pe podea este într-adevăr foarte specială: mișcările sunt atât de precise încât dacă ar fi toate *inversate* exact ar putea conduce la starea de entropie mai joasă, în care paharul este întreg și plin cu apă pe masă. (Aceasta și trebuie să fie situația deoarece inversarea tuturor mișcărilor ar corespunde tocmai cu inversarea sensului timpului – conform căruia paharul se va reface și va sări pe masă.) Dar *nu* această mișcare coordonată a tuturor moleculelor de apă este genul de "specialitate" la care mă refer atunci când discutăm de starea de joasă entropie. Entropia se referă la o dezordine *manifestată clar*. Ordinea prezentată de mișcarea precis coordonată a particulelor nu este o ordine clar manifestată și deci nu contribuie la micșorarea entropiei sistemului. Astfel, ordinea în moleculele de apă împrăștiată pe podea nu este relevantă și deci entropia este ridicată. Pe de altă parte, ordinea *manifestată* de paharul cu apă ca un *ansamblu ordonat,* (*configurație,* N.T.) dă o valoare joasă a entropiei. Acesta se referă la faptul că, prin comparație, există mult mai puține posibilități diferite de mișcare a atomilor compatibile cu configurația prezentată de paharul ansamblat și umplut cu apă, pe când există mult mai multe variante de mișcări compatibile cu configurația prezentată de apa puțin mai caldă ce s-a scurs printre crăpăturile podelei.

Cea de a *doua lege a termodinamicii* afirmă că *entropia unui sistem izolat crește în timp (sau rămâne constantă, pentru un sistem reversibil).* Acesta este și motivul pentru care nu considerăm mișcarea coordonată a particulelor ca o entropie mai joasă; pentru că dacă am considra-o, "entropia" sistemului conform acestei definiții ar rămâne totdeauna constantă. De aceea, conceptul de entropie se referă doar la dezordinea manifestată clar în sistem. Pentru un sistem izolat de restul universului, entropia totală crește, astfel încât dacă sistemul pornește cu o anumită organizare manifestată clar, aceasta se va eroda în timp, iar ceea ce a fost odată o organizare manifestă a sistemului se va converti într-o mișcare coordonată, "fără sens" a particulelor. S-ar părea că legea a doua a tremodinamicii exprimă un strigăt de disperare, deoarece ea afirmă că există un principiu fizic universal, inexorabil, care ne spune că încontinuu orice structură organizată este distrusă mai devreme sau mai târziu. Vom vedea mai târziu că această concluzie pesimistă nu este întodeauna corectă!

Ce este entropia?

Dar *ce este* de fapt entropia unui sistem fizic? Am văzut că ea este un fel de măsură a gradului de dezordine manifestă, dar s-ar putea înțelege, din modul în care am folosit termeni atât de imprecişi ca: "manifestat clar" și "dezordine" pe care se bazează conceptul de entropie, că acesta nu este definit suficient de precis pentru a se putea construi o teorie științifică. Există, de asemenea, și un alt aspect ridicat de principiul al doilea care pare să indice un alt aspect de imprecizie în conceptul de entropie și anume că entropia crește doar pentru sisteme denumite *ireversibile,* pentru restul rămânând constantă. Ce se înțelege prin "ireversibil"? Dacă luăm în considerație în detaliu mișcarea tuturor particulelor, atunci *toate* sistemele sunt reversibile! *În practica curentă*, noi am putea spune că spargerea paharului care cade de pe masă sau prăjirea ouălor sau dizolvarea zahărului în cafea sunt toate procese ireversibile. Din contră, ciocnirile pe care le suferă între ele un mic număr de particule se consideră a fi reversibile, la fel ca și diferitele situații perfect controlate în care energia nu este pierdută prin căldură. În principiu, prin termenul de "ireversibil" înțelegem faptul că nu este posibil să se urmărească sau să se țină sub controltraiectoria particulelor individuale ale sistemului și cu atât mai mult să se controleze toate detaliile relevante pentru mișcarea lor. Aceste mișcări necontrolabile luate în ansamblu poartă numele de "căldură" în limbajul comun. Astfel, se pare că ireversibilitatea este doar o problemă "practică". Noi nu putem *in practică* să refacem oul cu toate că din punct de vedere al legilor mecanicii acest lucru este perfect posibil. Oare conceptul nostru de entropie depinde de aspecte cum ar fi posibilitatea practică de realizare a unui proces sau nu?

Să ne reamintim din capitolul 5 de conceptul fizic de *energie*, ca și de cel de impuls sau de moment cinetic, care *pot fi* definite matematic precis în termeni de poziția, de viteza, de masa particulelor sau de forțele care acționează. Dar oare ne așteptăm să putem defini la fel de bine conceptul de "dezordine manifestată clar", necesar pentru a face conceptul de entropie să fie matematic precis definită? Desigur, ceea ce se consideră a fi o anumită "manifestat clar" pentru un anumit observator, s-ar putea să nu fie pentru un altul. S-ar putea oare să depindă de gradul de precizie cu care fiecare observator ar putea face măsurători asupra sistemul în studiu? S-ar putea ca un observator, cu aparate de măsură mai precise, să fie capabil să obțină informații mai detaliate despre constituenții microscopici ai sistemului, decât un altul? S-ar putea obține mai multe informații despre "ordinea ascunsă" din sistem care să se evidențieze mai mult unui observator decât altuia, și în consecință să se atribuie valori diferite ale entropiei pentru același caz? S-ar putea, de asemenea, ca judecățile estetice ale diferiților observatori să poată fi implicate în ceea ce ei consideră a fi "ordine", mai degrabă decât "dezordine". S-ar putea ca din punctul de vedere al unui artist, colecția de cioburi de sticlă spartă să fie mult mai frumos ordonată decât atunci când forma oribil de urâtul pahar, care stătea cândva pe marginea mesei! S-ar putea, oare, ca entropia pentru un astfel de observator sensibil din punct de vedere artistic, să fie *mai mică*?

Relativ la aceste probleme de subiectivitate, este remarcabil faptul că acest concept de entropie este totuși util, că poate da descrieri precise, de valoare științifică. Motivul pentru care este util constă în faptul că modificările produse într-un sistem la trecerea de la ordine la dezordine, exprimate în termeni de poziții și viteze detaliate ale particulelor individuale sunt cu adevărat enorme și (în practic toate circumstanțele) vor acoperii complet orice diferențe relativ la ceea ce este sau nu este, la scară macroscopică, o "ordine manifestă". În particular, pentru cazul paharului cu apă întreg sau spart, în care dintre cele două cazuri ordonarea este mai mare? Entropia ca măsură a gradului de ordonare a sistemului nu este sensibil diferită din punctul de vedere artistic sau științific. Acest lucru rezultă din faptul că, de departe, contribuția pricipală la valoarea entropiei provine de la mișcările întâmplătoare ale particulelor care determină mica creștere de temperatură și dispersarea apei, la impactul paharului cu podeaua.

Pentru a putea discuta în termeni ceva mai preciși despre entropie, să ne întoarcem la ideea de *spațiu al fazelor* pe care l-am introdus în capitolul 5. Ne reamintim că spațiul fazelor unui sistem este un spațiu, de obicei cu un număr enorm de dimensiuni, și în care fiecare punct reprezintă complet, întreaga stare fizică a sistemului, în toată complexitatea lui. *Un singur* punct din spațiul fazelor ne dă toate coordonatele de poziție și toate impulsurile tuturor particulelor individuale care constitue în totalitate sistemul fizic considerat. Ceea ce trebuie să facem pentru a determina entropia, este să grupăm toate stările sistemului care la scară macroscopică conduc la situații identice, din punctul de vedere al proprietăților *manifestate clar* (adică macroscopic). Ca urmare, va trebui să împărțim spațiul fazelor într-un număr de compartimente (ca în figura 7.3). Diferitele puncte dintr-un compartiment dat reprezintă sisteme fizice care, cu toate diferențele de detaliu în configurația și mișcarea particulelor, sunt identice din punct de vedere al caracteristicilor macroscopice observabile.

Din punct de vedere a ceea ce este manifest la scară macroscopică, toate punctele dintr-un compartiment trebuiesc considerate ca reprezentând *același*

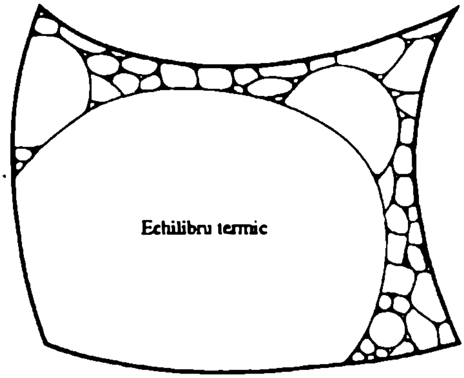


Fig. 7.3. O divizare a spațiului fazelor în regiuni ce corespund stărilor ce nu pot fi deosebite unele de altele la scară macroscopică. *Entropia* este proporțională cu logaritmul volumului din spațiul fazelor.

sistem fizic. O astfel de divizare a spațiului fazelor în compartimente poartă denumirea de operație de *caroiere* (sau *divizare*, în limba engleză, "*coarse-graining*", N.T.).

Se constantă că pot exista diferențe enorme între dimensiunile pe care aceste compartimente le pot avea. De exemplu, să considerăm spațiul fazelor ce corespunde unui gaz dintr-o incintă. Marea majoritate a volumului spațiului fazelor corespunde stărilor în care gazul este uniform distribuit în incintă și pentru care particulele se mișcă într-un mod caracteristic, ce determină o temperatură și o presiune uniformă în incintă. Acest mod caracteristic de mișcare este într-un anumit sens, cel mai "dezordonat" posibil și este definit prin așa numita *distribuție Maxwelliană*, după numele fizicianului James Clerk Maxwell pe care l-am mai întâlnit. Un gaz care se găsește într-o astfel de stare dezordonată, se spune că este în *echilibru termic*. Volumul ocupat de punctele din spațiul fazelor ce corespund acestui echilibru termic este enorm. Punctele din acest volum descriu toate diferitele aranjamente de poziții și de viteze ale particulelor individuale care sunt consistente cu echilibrul termic. Acest volum uriaș este unul dintre compartimentele din spațiul fazelor în mod evident cel mai mare și care practic ocupă tot spațiul disponibil din spațiul fazelor! Să considerăm o altă stare posibilă a gazului în care, să zicem, întregul gaz este strâns într-un colț al incintei. Și în acest caz va exista o multitudine de stări individuale diferite, toate descriind faptul că acum gazul este strâns într-un colț al incintei. Toate aceste stări sunt imposibil de a fi deosebite una de alta la nivel macroscopic, iar punctele din spațiul fazelor care reprezintă această situație alcătuiesc un alt compartiment al spațiului fazelor. Dar volumul acestui ultim compartiment descris se dovedește a fi cu mult mai mic în comparație cu cel al compartimentului care cuprinde stările de echilibru termic, printr-un factor de ordinul a $10^{10^{25}}$, dacă considerăm incinta ca fiind de un metru cub ce conține aer în echilibru termic la presiune și temperatură normală și dacă regiunii din colțul incintei îi corespunde un volum de un centimetru cub!

Pentru a ne face o idee privind diferența dintre aceste volume în spațiul fazelor, să ne imaginăm un caz simplificat în care un număr de bile trebuie să fie distribuite între celulele unei incinte date. Să presupunem că fiecare celulă poate să fie sau goală sau să conțină doar o bilă. Bilele vor reprezenta moleculele gazului, iar celulele, diferitele poziții din incintă pe care moleculele le pot ocupa. Să izolăm o parte din celulele din incintă pe care să le considerăm ca un caz *special*; acestea vor reprezenta pozițiile moleculelor de gaz ce corespund regiunii din colțul incintei. Pentru a concretiza, să preupunem că doar o zecime din celule sunt speciale, adică dacă există n celule speciale, atunci restul îl formează cele $9n$ celule (vezi figura 7.4.).

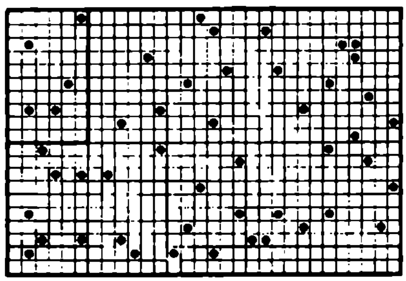


Fig. 7.4. Un model pentru gazul dintr-o incintă: un număr de bile mici sunt distribuite într-un număr foarte mare de celule. O zecime din celule sunt considerate ca fiind *speciale*. Acestea ocupă coțul din stânga sus al incintei.

Dorim să distribuim m bile la întâmplare, printre celule și dorim să aflăm care este șansa ca toate să se găsească în celulele speciale.

Dacă avem doar o bilă și zece celule (și deci avem doar o celulă specială) acestă șansă este evident de unu la zece. La fel se întâmplă dacă avem o bilă și un număr de $10n$ celule (deci n celule speciale). Astfel, pentru un "gaz" ce conține doar *un* atom, compartimentul special, care corespunde gazului "strâns în colț", va avea un volum de doar o *zecime* din întregul volum al "spațiului fazelor".

Dacă creștem numărul de bile, șansa ca ele *toate* să se afle în celulele speciale, scade drastic. Pentru *doua* bile, și să zicem 20 de celule (dintre care două sunt acum speciale) (m=2, n=2)[#], șansa este de 1/190, pentru 100 de celule (ce conțin 10 speciale) (m=2, n=10), această șansă este de 1/110; pentru un mare număr de celule această șansă devine 1/100. Prin urmare, pentru un "gaz"

[#] Pentru un caz general m, n șansa este $\left[{}^{10n}C_m / {}^{n}C_m\right] = (10n)!(n-m)!/\,n!(10n-m)!$

format din *doi* atomi, volumul compartimentului special este doar *o sutime* din întregul volum al "spațiului fazelor". Pentru *trei* bile și 30 de celule (m=3, n=3), acesta este de 1/4060; iar pentru un număr foarte mare de celule el devine 1/1000 – astfel că, pentru un "gaz" format din *trei* atomi, volumul compartimentului special este acum doar *o miime* din volumul "spațiului fazelor". Pentru patru bile și un număr foarte mare de celule disponibile, șansa devine 1/10000. Pentru cinci bile și un număr foarte mare de celule șansa devine 1/100000, ș.a.m.d. Pentru m bile și un număr foarte mare de celule, șansa devine $1/10^m$, deoarece pentru un "gaz" format din m atomi, volumul compartimentului special este $1/10^m$ din cel al "spațiului fazelor". (Aceste calcule rămân valabile dacă se include și "impulsul".)

• Putem utiliza considerentele de mai sus la cazul unui gaz real aflat într-o incintă, dar în acest caz regiunea specială ocupă o milionime din volumul total (1/1000000, adică avem un centimetru cub dintr-un metru cub) și nu o sutime, ca înainte. Acest lucru face ca acum șansa în loc să fie de $1/10^m$, să fie de $1/(1000000)^m$, adică $1/10^{6m}$.

Pentru cazul aerului obișnuit, care conține cam 10^{25} molecule în incintă în total, avem $m=10^{25}$. Prin urmare, volumul compartimentului special din spațiului fazelor, care ar cuprinde toate moleculele de gaz strânse într-un colț, ar avea volumul de doar

$$1/10^{60\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$$

din cel al întregului spațiu al fazelor!

Entropia unei stări este o măsură a *volumului* V a compartimentului ce conține punctul din spațiul fazelor care reprezintă starea. Având în vedere enorma deosebire dintre aceste volume, este mai simplu ca entropia să se considere ca fiind proporțională nu cu acest volum ci cu *logaritmul* volumului:

$$\text{entropia} = k \log V.$$

Folosind logaritmii, aceste numere par a fi mai rezonabile. De exemplu, logaritmul lui 10 000 000 este doar aproximativ 16*. Mărimea k se numește *constanta lui Boltzmann*. Valoarea ei este de aproximativ 10^{-23} Joules/K. Motivul estențial al utilizării logaritmului este acela că face din entropie o marime *aditivă*, pentru sisteme independente. Astfel, pentru două sisteme fizice

* Aici se utilizează logaritmii *naturali*, adică cei care au baza e = 2,7182818285 . . . și nu baza 10, dar deosebirea dintre ei este neimportantă din punctul nostru de vedere. Logaritmul natural, $x = \log n$ a unui număr n este puterea la care trebuie să ridicăm e (baza) pentru a obține n, adică este soluția ecuației $e^x = n$ (vezi și nota de subsol de la paragraful despre numere complexe, din capitolul 2) (În literatura română de specialitate se obișnuiește ca logaritmul natural să se noteze cu "ln" spre deosebire de cel zecimal, notat cu "log". N.T.)

complet independente, entropia totală ale celor două sisteme combinate va fi *suma* entropiilor fiecărui sistem în parte. (Aceasta este o consecință a proprietății algebrice a funcției logarim: $\log(AB)=\log A+\log B$. Dacă două sisteme aparțin compartimentelor de volume A și respectiv B, în spațiile lor de fază, atunci volumul în spațiul fazelor a ansamblului celor două va fi produsul lor AB, deoarece fiecare posibilitate a unui sistem trebuie să fie luată separat cu fiecare posibilitate a celuilalt; ca urmare entropia sistemului combinat va fi în adevăr suma entropiilor individuale a fiecărui sistem.)

Diferența enormă dintre dimensiunile compartimentelor în spațiul fazelor devine mai rezonabil de sesizat în termeni de entropie. Entropia incintei de un metru cub de gaz, descris anterior, va avea doar o valoare de aproximativ 1400 J/K ($= 14k\ 10^{25}$) mai mare ca entropia aceluiași gaz concentrat într-un centimetru cub, adică în regiunea speială considerată (deoarece $\log(10^{6\times10^{25}})$ este aproximativ 14×10^{25}).

Pentru a obnține valorile *reale* ale entropiei gazului din aceste compartimente va trebui să fim puțini mai atenți și cu unitățile de măsură alese (metru, Joule, kilogram, Kelvin etc.). Dar pentru ceea ce ne trebuie nouă problema unităților nu este una esențială. Totuși, pentru a fi mai concret (și mai ales pentru cei cunoscători) voi alege o convenție utilizată și în mecanica cuantică, și anume voi alege un sitem de unități natural, în care constanta lui Boltzmann să fie luată ca *unitate:*

$$k = 1.$$

Aplicații ale legii a doua

Să presupunem, acum, că un sistem începe să evolueze pornind dintr-o stare foarte specială, cum ar fi cea în care gazul s-ar afla într-un colț al incintei. În momentele următoare, gazul se va extinde, și va ocupa rapid un volum din ce în ce mai mare. După un timp va ajunge în echilibru termic. Cum va apare acest proces în spațiul fazelor? În fiecare moment al procesului, starea completă, detaliată, a pozițiilor și a mișcărilor tuturor particulelor gazului va fi descrisă de un punct unic în spațiul fazelor. Pe măsură ce procesul se desfășoară, punctul acesta va începe să se miște în spațiul fazelor, iar traiectoria lui va descrie cu precizie, întreaga istorie a tuturor particulelor gazului. Punctul pornește dintr-o zonă foarte mică, care reprezintă colecția tuturor stărilor inițiale posibile compatibile cu poziția gazului într-un colț al incintei. Pe măsură ce gazul începe să se extindă, punctul nostru mobil se va deplasa în alte compartimente, mai mari, din spațiul fazelor, ce corespund stărilor puțin modificate ca urmare a expansiunii gazului. Punctul din spațiul fazelor va trece din compartiment în compartiment, ficare din ele având volume tot mai mari, pe măsură ce gazul se extinde. Fiecare volum nou în care punctul a pătruns este enorm de mare față de cel anterior, rapoartele acestor volume succesive fiind date de numere incredibil de mari! (vezi figura 7.5).

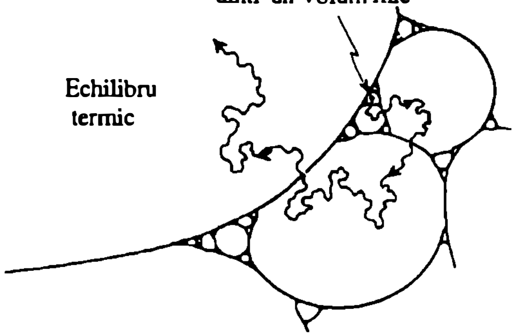


Fig. 7.5 Aplicarea legii a doua: pe măsura trecerii timpului, punctul din spațiul fazelor intră în compartimente cu un volum din ce în ce mai mare. În consecință, entropia continuă să crească.

De fiecare dată când punctul intră într-un nou volum, enorm de mare față de cel de la care a plecat, șansa ca el să revină în volumul anterior devine practic infinitezimal de mică (practic nu rămâne nici o șansă pentru un astfel de eveniment viitor). În final punctul se va afla într-un compartiment imens din spațiul fazelor, cel mai mare dintre toate, care va corespunde echilibrului termic. Practic acest ultim compartiment umple complet întreg volumul din spațiul fazelor. Putem fi complet siguri că în mișcarea lui total întâmplătoare prin spațiul fazelor, punctul nostru nu va avea nici o șansă să reintre într-unul din acele volume foarte mici (prin care a trecut), în orice interval de timp rezonabil am lua în considerație. Odată ce starea de echilibru termic a fost atinsă, pentru toate momentele ulterioare, starea va rămâne la indefinit aceeași. Vedem astfel că entropia sistemului, care ne dă pur și simplu o măsură logaritmică a volumului compartimentului corespunzător din spațiul fazelor, va avea această tendință inexorabilă de a crește pe măsura trecerii timpului.*

---

* Desigur nu este adevărat că punctul nostru din spațiul fazelor nu va putea să regăsească *niciodată* unul din compartimentele mai mici. Dacă vom aștepta suficient de mult, punctul va putea să reintre până la urmă în aceste compartimente oricât de mici ar fi ele. (Aceasta se numește o *recurență Poincaré.)* Dar intervalul de timp de așteptare ar fi, în majoritatea cazurilor, extrem de lung; cam de ordinul a $10^{10^{25}}$ de ani pentru cazul în care gazul ar trebui să revină în colțul de volum de un centimetru cub. Acest interval de timp este de departe cu mult mai lung decât cel care s-a scurs de la formarea universului nostru! În cele ce urmează eu voi neglija această posibilitate deoarece nu este relevantă pentru problema discutată aici.

Se pare că se profilează astfel o *explicație* a principiului al doilea! Putem presupune că punctul din spațiul fazelor nu se va mișca oricum, ci că dacă el pornește dintr-un volum mic al spațiului fazelor, care corespunde unei entropii *scăzute*, pe măsura trecerii timpului, va avea practic șansa să intre în volume tot mai mari din spațiul fazelor, care vor corespunde unei entropii în contiună creștere.

Se pare însă, că această concluzie cuprinde și ceva ce este puțin mai straniu. Am dedus de aici o concluzie *de asimetrie temporală*. Entropia *crește* în sensul *pozitiv* al curgerii timpului și prin urmare va trebui să *descrescă* în *sensul invers* al curgerii timpului. De unde vine această asimetrie a timpului? Este evident că noi nu am introdus cu această ocazie nici o lege fizică asimetrică temporal. Asimetria temporală provine doar din faptul că sistemul a *pornit* dintr-o stare foarte specială (adică de joasă entropie). Pornind sistemul astfel, și lăsând-ul să evolueze în *viitor*, am văzut că entropia sa crește. Aceasta creștere de entropie este astfel în acord cu comportarea sistemelor din universul în care trăim. Dar am fi putut aplica la fel de bine acest raționament și pentru o curgere în sens invers a timpului. Am fi putut și de această dată să afirmăm că plecăm la un moment dat de la un sistem ce se află într-o stare de entropie scăzută, dar de data aceasta ne-am fi întrebat care este cea mai probabilă secvență de stări care să o fi *precedat*.

Să încercăm să raționăm în acest mod invers. Ca și mai înainte, să luăm starea de entropie scăzută ca fiind cea în care gazul se află tot într-un colț al incintei. Punctul din spațiului fazelor se află ca și în cazul anterior, în acest foarte mic volum din care am pornit anterior. Să încercăm de data aceasta să urmărim *inapoi in timp*, istoria acestui punct. Dacă acum lăsăm ca punctul să efectueze mișcările lui dezordonate de mai înainte, atunci ne așteptăm ca, pe măsură ce mergem mai în spate în timp, el să atingă în curând același volum din spațiul fazelor, considerabil de mare, corespunzător situației în care gazul a fost răspândit aproximativ în întregul volum al incintei, dar nu în echilibru termic. Apoi, să treacă treptat dintr-un volum în altul, de fiecare dată tot mai mare (enorm față de cel anterior) iar la momentul de început în timp, îl vom găsi în volumul cel mai mare, cel care reprezintă echilibrul termic. Se pare că *acum* am dedus că modul cel mai probabil în care acest gaz a putut să se fi strâns într-un colț al incintei, a fost ca el să pornească din echilibru termic și să înceapă să se concentreze treptat în el însuși, într-unul din colțurile incintei, ca în final să fie în totalitate restrâns în acel colț. În tot acest timp entropia a trebuit să *scadă*: ea a pornit de la o valoare mare, corespunzătoare echilibrului termic, și treptat a scăzut până ce a atins o valoare foarte mică corespunzătoare gazului strâns în micul colț al incintei!

Este clar că așa ceva nu se întâmplă în universul nostru! Entropia nu scade în acest mod; ea *crește*. Dacă s-ar ști că tot gazul era strâns într-un colț al incintei la un moment dat, atunci ar putea exista o desfășurare mult mai probabilă a fenomenelor *precedente* ce au avut loc, şi care, de exemplu, ar fi corespuns situaţiei în care gazul ar fi fost închis în acel loc printr-un perete despărţitor, iar apoi la un moment dat ar fi fost lăsat liber. Sau o altă variantă ar fi fost aceea a gazului prezent în colţ în stare solidă, prin răcire, sau lichefiată şi care la un moment dat ar fi fost brusc încălzit şi transformat în gaz. Pentru oricare din aceste cazuri posibile, entropia ar fi fost chiar mai *joasă* în stările anterioare. Legea a doua a fost valabilă tot timpul şi entropia trebuia să crească tot timpul, iar *inversând* direcţia timpului ea trebuia să *scadă*. *Acum* suntem convinşi că raţionamentul făcut ne-a dat un răspuns complet greşit! El ne-a condus la ideea că cel mai probabil mod de a ajunge să avem gazul strâns în colţul incintei este de a porni de la echilibru termic iar apoi, entropia scăzând treptat, gazul se va acumula în colt. În realitate, în lumea noastră, această variantă este extrem de *improbabilă*. În lumea noastră, gazul porneşte dintr-o stare chiar *mai puţin* probabilă (adică de entropie chiar mai joasă) şi va *creşte* treptat până la valoarea pe care a avut-o în cazul gazului strâns în colţ.

Raţionamentul nostru se pare că funcţionează doar aplicat la procesele ce evoluează spre viitor. Pentru direcţia spre *viitor* se anticipează corect faptul că de fiecare dată când gazul porneşte din colţ, lucrul cel mai probabil ce se va întâmpla în viitor este *atingerea* echilibrului termic şi *nu* faptul că brusc se va produce o separare a gazului sau că va suferi brusc un proces de îngheţare sau de lichefiere. Astfel de alternative neobişnuite ce corespund unei scăderi în timp a entropiei în direcţia viitorului sunt excluse, în mod corect, de raţionamentele făcute în spaţiul fazelor. Dar, pe de altă parte, în direcţia *spre trecut*, astfel de "alternative" neobişnuite sunt cele ce sunt probabil să se producă, dar care pentru noi în acest caz nu par deloc neobişnuite. Se vede astfel că raţionamentele pe care le facem în spaţiul fazelor ne dau răspunsuri complet eronate atunci când dorim să le utilizăm în direcţia inversă a timpului!

Este evident că acestea pun sub semnul întrebării raţionamentul nostru iniţial. De fapt, noi *nu* am dedus legea a doua. Ceea ce a scos, de fapt, în evidenţă raţionamentul este faptul că pentru o stare iniţială de entropie scăzută (să zicem pentru gazul constrâns să stea într-un colţ al unei incinte), ne aşteptăm ca *în absenţa oricăror factori de constrângere asupra sistemului,* entropia să crească în *ambele* direcţii ale timpului pornind de la starea dată (vezi figura 7.6). Raţionamentul nu a funţionat în direcţia spre trecut tocmai din cauză că *au existat* astfel de factori. A existat ceva care a constrâns sistemul în trecut, ceva care a *forţat* entropia să fie mai joasă în trecut.

Tendinţa de creştere a entropiei în viitor, nu este deloc o surpiză. Stările de entropie crescută sunt, într-un anume sens, stări "naturale", care nu necesită explicaţii suplimentare. Dar stările de entropie scăzută din trecut crează dificultăţi. Ce anume a obligat entropia universului nostru să aibă o valoare atât de scăzută în trecut? Existenţa în mod obişnuit a stărilor de entropie atât de scăzută în universul nostru este absolut de mirare, cu toate că din cauza

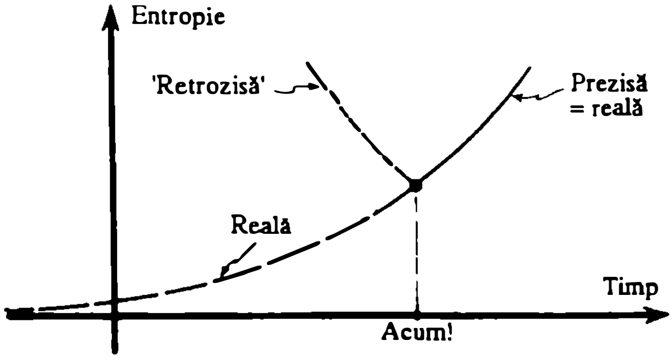


Fig. 7.6. Dacă folosim raționamentul prezentat în figura 7.5, dar în direcție contrară temporal, vom "prezice în trecut" (retrodicție) că entropia va trebui, de asemenea, să crească în *trecut* față de valoarea ei din prezent. Această concluzie este în totală contradicție cu experiența noastră curentă.

caracterului lor atât de bine cunoscut pentru noi, nu le percepem ca fiind neobișnuite. Noi, ca ființe umane suntem sisteme cu o incredibil de joasă valoare a entropiei! Discuția de mai sus ne arată că nu ar trebui să ne surprindă dacă o stare *dată* de joasă entropie, ar evolua în viitor către o stare de entropie mai înaltă. Ceea ce *ar trebui* să ne surprindă este faptul că pe masură ce meregem tot mai mult spre trecut, entropia devine din ce în ce mai scăzută!

Originea entropiei scăzute din univers

În cele ce urmează vom căuta să înțelegem de unde provine această "surprinzătoare" entropie scăzută a lumii în care trăim. Să începem discuția cu noi înșine. Dacă noi vom fi în stare să înțelegem de unde provine entropia noastră scăzută, atunci vom putea să înțelegem de unde provine entropia scăzută a gazului strâns într-un colț al incintei, sau a paharului cu apă de pe masă sau a oului ținut deasupra tigaiei sau a bucății de zahăr ținută deasupra ceștii cu cafea. În fiecare din aceste cazuri, a fost responsabilă direct sau indirect o persoană sau grupuri de persoane (sau posibil o găină!). De fiecare dată a fost implicată o mică parte din entropia noastră scăzută pentru a crea aceste stări de entropie scăzută altundeva. S-ar putea să fi intervenit și alți factori adiționali. Este posibil ca o pompă de vid să fi fost folosită pentru a suge gazul către colțul incintei în spatele peretelui despărțitor. Dacă pompa nu a fost pusă în funcțiune manual, ea a folosit cu siguranță arderea unui "combustibil fosil" oarecare (de exemplu benzină) pentru a produce starea de entropie scăzută pentru funcționare. Este posibil ca pompa să fi fost pusă în funcționare de un curent electric care să se fi bazat pe energia de joasă entropie stocată în combustibilul nuclear utilizat într-o centrală nuclearo-electrică. Voi reveni ulterior la această problemă a suselor de entropie scăzută, dar să continuăm discuția provind entropia noastră scăzută.

Oare *de unde* provine entropia noastră scăzută? Organizarea prezentă în organismul nostru provine de la mâncare și de la oxigenul pe care-l respirăm. Se obișnuiește să se spună că noi obținem *energie* de la hrană și de la oxigen. Dar într-un sens foarte precis, această afirmație nu este întru totul corectă. Este adevărat că hrana consumată împreună cu oxigenul inspirat, se combină și ne furnizează energie. Dar, marea parte a acestei energii părăsește corpul prin schimbul de căldură cu mediul exterior. Deoarece energia se conservă, și deoarece energia totală a corpului nostru rămâne aproximativ constantă pe întreaga perioadă de viață adultă, nu este nevoie doar de o simplă *adiție* de energie la cea existentă în corpul nostru. Noi, de fapt, nu *avem nevoie* de mai multă energie decât avem. De fapt adiția de energie se face atunci când ne îngrășăm, dar acesta nu este un lucru în general dorit! Desigur, pe perioada de creștere de la copil la adult, se produce o creștere considerabilă de enrgie în corpul nostru, dar nu despre acest aspect doresc să discut aici. Problema ce se pune este cum de reușim să rămânem *in viață* pe perioada normală de existență (în majoritate adultă). Dar pentru acest scop noi *nu* avem nevoie de un supliment de energie.

Totuși noi avem nevoie să completăm pierderea continuă de energie prin căldură. Într-adevăr, cu cât suntem mai "energetici", cu atât pierdem mai multă energie sub această formă. Toată această energie pierdută trebuie să fie înlocuită. Pe de altă parte, "căldura" este forma cea mai *dezordonată* sub care se poate prezenta energia, adică forma de energie de maximă entropie. Noi primim energie sub o formă de *joasă* entropie (hrană și oxigen) și eliberăm energie de *înaltă* entropie (căldură, dioxid de carbon, excreții). Noi nu avem nevoie să acumulăm energie din mediul înconjurător, deoarece energia se *conservă*. Noi luptăm încontinuu împotriva principiului al doilea al termodinamicii. Entropia *nu* se conservă; ea *crește* continuu în timp. Pentru a ne menține în viață noi trebuie încontinuu să ne scădem entropia. Noi realizăm acest lucru prin faptul că luăm hrană și oxigen din atmosferă sub o formă scăzută de entropie, le combinăm în organism și eliminăm energia suplimentară (ne-necesară) sub o formă de înaltă entropie. În acest fel putem împiedica entropia din organismul nostru să crească, și putem menține (și chiar crește) organizarea noastră internă (Vezi Schrödinger 1967).

De unde provine aecastă sursă de joasă entropie? Dacă hrana pe care o mâncăm se întâmplă să fie carne (sau ciuperci!), atunci *ea*, la fel ca și noi, își bazează existența tot pe surse externe de joasă entropie care îi furnizează și menține structura de joasă entropie. Prin aceasta am transferat problema sursei externe de joasă entropie altundeva. Să presupunem că noi (sau animalele sau ciupercile) consumăm *plante*. Noi trebuie să fim extrem de recunoscători plantelor verzi – fie direct, fie indirect – pentru capacitățile lor: preluând dioxidul de carbon atmosferic ele separă oxigenul de carbon, și folosesc carbonul pentru a produce propria lor substanță. Aceast procedeu, denumit *fotosinteză*, realizează o mare reducere de entropie. Noi înșine facem uz de această separare de joasă entropie prin recombinarea oxigenului și carbonului in corpul nostru. Cum de reușesc plantele verzi să realizeze această magie de reducere a entropiei? Ele reușesc acest lucru folosind *radiația solară*. Soarele trimite energie pe Pământ sub o formă de entropie relativ *joasă*, și anume sub formă de fotoni de lumină vizibilă. Pământul, ca și toți locuitorii lui, nu *rețin* această energie, ci (după un timp) o re-radiază toată înapoi în spațiu. Pe de altă parte, energia re-radiată este într-o formă de entropie *ridicată*, denumită "radiație termică", formată din fotoni în infraroșu.

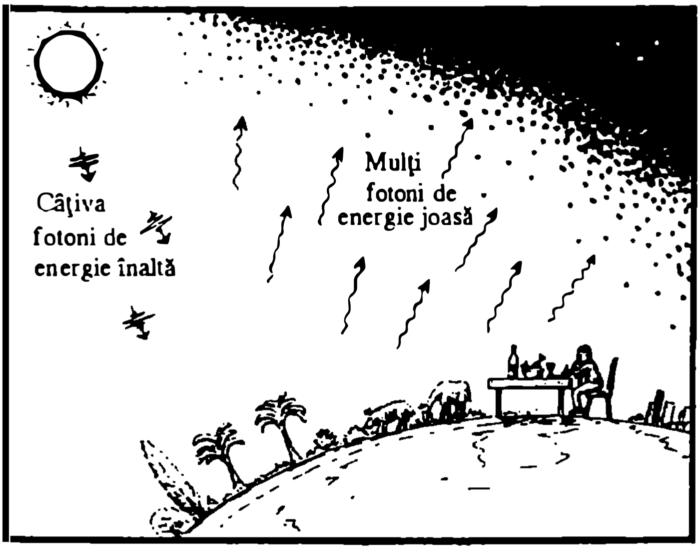


Fig. 7.7. Modul in care noi utilizăm faptul că Soarele este un punct fierbinte pe intinderea intunecată spațiului.

Contrar părerii generale, Pământul (impreună cu toți locuitorii lui) *nu* reține energie de la Soare! Ceea ce face Pământul este să preia de la Soare energie sub formă de joasă entropie și apoi să o arunce toată din nou în spațiu, dar sub formă de energie de înaltă entropie (figura 7.7).

Ceea ce face într-adevăr Soarele pentru noi este să ne furnizeze o cantitate imensă de energie de joasă entropie. Noi (prin intermediul capacităților deosebite ale plantelor), utilizăm aceasta, extrăgând în ultimă instanță o mică parte din această energie sub formă de entropie scăzută și transfomând-o în structura remarcabilă și cu o organizare deosebit de complexă, aceea a organismului nostru.

Să analizăm, dintr-un punct de vedere global cu privire la Soare și Pământ, ce se întâmplă cu energia și cu entropia. Soarele emite energie sub forma unor fotoni din vizibil. O parte dintre aceștia sunt absorbiți de Pământ, energia lor fiind re-radiată sub forma unor fotoni în infraroșu. Principala diferență, care este esențială dintre fotonii din vizibil și fotonii din infraroșu, este aceea că fotonii din vizibil au fiecare o energie mai mare ca cei din domeniul infraroșu. (Să ne amintim de formula lui Planck $E = h\nu$, dată în capitolul 6, paragraful, despre începuturile mecanicii cuantice. Aceasta ne spune că energia unui foton va fi cu atât mai mare cu cât va fi mai mare frecvența lui.) Deoarece fotonii din vizibil au o energie mai mare decât cei din domeniul infraroșu, rezultă că pe Pământ trebuie să ajungă *mai puțini* fotoni din vizibil decât sunt cei din infraroșu re-radiați, astfel ca *energia* primită de Pământ să fie egală cu cea cedată. Energia pe care Pământul o radiază în spațiu se întinde pe un domeniu mai mare de grade de libertate decât aceea corespunzătoare energiei primite de la Soare. Deoarece la re-radiarea energiei sunt inplicate mult mai multe grade de libertate, volumul corespunzător din spațiul fazelor este mult mai mare, și deci *entropia* crește enorm în acest proces. Plantele verzi preluând o energie de entropie mai joasă (respectiv, un număr *mai mic* de fotoni din vizibil), și re-radiind-o sub formă de entropie mai ridicată (comparativ, un număr *mai mare* de fotoni în infraroșu) sunt capabile să ne furnizeze această forma de entropie mai joasă și să ne asigure această separare oxigen – carbon de care noi avem nevoie.

Toate acestea sunt posibile deoarece Soarele este *un punct fierbinte* în spațiu! Spațiul cosmic este într-o stare de dezechilibru termic: într-o mică parte din spațiu, și anume în regiunea ocupată de Soare, există o temperatură mult mai mare decât în rest. Acest fapt ne asigură sursa necesară de entropie scăzută. Pământul primește energie de la această regiune fierbinte sub formă de entropie scăzută (puțini fotoni), și o re-radiază către zonele mai reci sub formă de entropie mai înaltă (mai muți fotoni).

Cum de este Soarele o astfel de zonă fierbinte? Cum a putut el să ajungă în această stare de dezechilibru termic, și astfel să ne poată furniza o stare de joasă entropie? Răspunsul este că el s-a format prin contracție gravitațională dintr-o masă gazoasă inițială uniform distribuită (în principal constituită din hidrogen). Pe măsură ce masa gazoasă s-a contractat, în etapele inițiale ale formării lui, Soarele s-a încălzit. El s-ar fi încălzit și contractat în continuare dacă nu ar fi intervenit, la o anumită temperatură și presiune, un alt fenomen care produce energie, suplimentară față de cea din contracția gravitațională, și anume *reacțiile termonucleare*. Aceasta corespunde fuziunii nucleelor de hidrogen cu formare de nuclee de heliu și cu producere de energie. În lipsa reacțiilor termonucleare, Soarele ar fi devenit mult *mai fierbinte* și mai mic decât este el astăzi, până când în final s-ar fi stins. Reacțiile termonucleare au împiedecat Soarele să devină *prea* fierbinte, prin oprirea contracției și stabilizarea Soarelui la o temperatură convenabilă nouă, care să-i permită să strălucească pe o perioadă mult mai lungă decât s-ar fi întâmplat în caz contrar.

Este important să reținem că deși reacțiile termonucleare sunt evident cele care determină semnificativ natura și cantitatea de energie radiată de Soare, rolul crucial îl are *gravitația*. (De fapt prezența reacțiilor termonucleare *dă* o contribuție semnificativă la entropia scăzută a Soarelui, dar problemele legate de entropia implicată de reacțiile de fuziune sunt delicate și o discuție mai completă pe această temă nu ar face altceva decât să complice lucrurile, fără a aduce o modificare esențială a concluziilor pe care le prezentăm.)[2] Fără gravitație Soarele nici nu ar exista! Fără reacții termonucleare Soarele totuși ar radia – deși este adevărat că nu într-un mod folositor pentru noi – dar *nu* ar exista un Soare strălucitor dacă gravitația nu ar menține materia strânsă la un loc și nu ar determina temperatura și presiunea corespunzătoare. Fără gravitație, tot ceea ce ar fi existat ar fi fost un gaz rece, difuz, în locul Soarelui nostru fierbinte de pe cer!

Nu am discutat încă despre sursa de entropie scăzută prezentă în "sursele fosile" de energie de pe Pamânt, dar considerentele sunt practic la fel. Conform teoriei convenționale, petrolul (și gazele naturale) de pe Pământ provin din plantele preistorice. Vedem că din nou plantele sunt cele responsabile de sursele de entropie scăzută. Plantele preistorice și-au realizat starea de joasă entropie utilizând Soarele – adică până la urmă, ne întoarcem tot la forțele gravitaționale care sunt cele implicate în formarea Soarelui din gazul difuz. Există o interesantă teorie alternativă, "necomformistă" a originii petrolului pe Pământ, datorată lui Thomas Gold, care sugerează că ar există mult mai mult petrol decât cel care s-ar fi putut forma din plantele preistorice. Gold presupune că petrolul a fost prins în interiorul Pământului la formarea lui și că există o continuă scurgere foarte înceată din interior și captat în pungi subterane.[3] Conform teoriei lui Gold petrolul a fost sintetizat cu ajutorul radiației solare, dar în spațiu, înaintea formării Pământului. Din nou responsabil de acest proces este Soarele format din cauze gravitaționale.

Ce se poate spune despre energia nucleară de joasă entropie prezentă în izotopul 235 al uraniului și care se utilizează în centralele nucleare? Acesta nu-și are originea în Soare (cu toate că ar fi putut să treacă prin Soare la un anumit moment dat), ci este rezultat al unei explozii de supernovă ce a avut loc acum multe mii de milioane de ani, undeva, într-o stea! De fapt, materialul a fost colectat din *multe* astfel de stele care au explodat. Materialul din aceste stele a fost expulzat în spațiu de explozie și o parte din el a fost în cele din urmă colectat și strâns la un loc (cu ajutorul Soarelui) formându-se astfel elementele grele de pe Pământ, incluzând tot uraniul-235. Fiecare nucleu, ce a stocat energie de entropie scăzută, provine de la procese nulceare violente care au avut loc în exploziile de supernovă. Explozia s-a petrecut ca urmare a colapsului gravitațional[4] a unei stele prea masive ca să se mențină în echilibru prin forțele generate de presiunea termică. Ca urmare a colapsului și a exploziei ce a urmat, s-a mai păstrat din stea un miez mic – probabil sub forma pe care o denumim *stea neutronică* (despre care vom discuta mai târziu!). La început steaua s-a format prin contracția gravitațională a unui nor difuz de gaz și mult din materialul original, incluzând și uraniul nostru 235, a fost aruncat din nou în spațiu. Cu toate acestea, a rezultat un enorm câștig entropic datorat contracției gravitaționale, determinat de miezul de stea neutronică ce a rămas. Din nou, *gravitația* este până la urmă responsabilă – în acest ultim caz determinând condesarea a gazului difuz (printr-un final violent) într-o stea neutronică.

Se pare că am ajuns astfel la concluzia că remarcabila valoare scăzută a entropiei pe care am găsit-o pentru lumea noastră – și care se referă la cel mai dificil aspect al celei de a doua legi a termodinamicii – trebuie să fie atribuită faptului că prin intermediul contracției gravitaționale a gazului difuz, la formarea stelelor, poate fi obținută o enormă cantitate de entropie. Dar de unde provine tot acest gaz difuz? Faptul că acest gaz pornește de la o stare *difuză* este ceea ce a permis o acumulare enormă de entropie joasă. De fapt, noi și acum trăim de pe urma acestei acumulări de entropie scăzută și vom mai trăi încă mult pe seama ei. Este plauzibil ca îngrămădirea gravitațională a acestui gaz să determine legea a doua. Mai mult, această îngrămădire gravitațională a determinat nu numai legea a doua, ci ceva mult mai detaliat și mai precis, decât simpla afirmație că: "entropia lumii a fost la început foarte mică". Entropia ar fi putut să ne fie dată ca fiind "joasă" de la început în neumărate *alte* feluri; adică în universul timpuriu ar fi putut să existe o mare "ordine manifestată clar", dar care să fi fost complet diferită de "ordinea" pe care noi ne-o închipuim. (Putem să ne imaginăm că universul timpuriu ar fi fost de forma unui dodecaedru regulat – lucru care l-ar fi încântat pe Platon – sau poate o altă formă geometrică improbabilă. Aceasta ar fi fost într-adevăr o "ordine manifestată clar", dar în nici un caz de forma pe care ne-am aștepta noi să fi existat în *adevăratul* univers timpuriu!) Va trebui să înțelegem de unde a provenit tot acest gaz difuz și pentru aceasta va trebui să ne îndreptăm atenția către teoriile cosmologice.

Cosmologia și big bang-ul

Tot ce putem spune despre univers, la scară mare, din ce am aflat utilizând cele mai puternice telescoape – atât optice cât și radio – este că el pare a fi relativ uniform. Dar s-a observat ceva mult mai remarcabil și anume că universul este *în expansiune*. Se constată că, cu cât galaxiile și cuasarii observați sunt mai îndepărtați de noi, cu atât se îndepărtează mai rapid. Este ca și cum universul în întregime s-ar fi născut dintr-o expozie gigantică – denumită *big bang* – care a avut loc acum aproximativ zece mii de milioane de ani.* Un important element ca suport pentru această uniformitate și pentru ipoteza big bang-ului provine de la așa numita *radiație termică de fond* (sau *radiație de fond* N.T.). Aceasta este o radiație termică – compusă din fotoni care se mișcă absolut haotic, fără a li se putea defini o sursă precisă – ce corespunde unei temperaturi de aproximativ 2,7 K, adică –270,3°C, sau 454,5° grade Farenheit sub zero. Această temperatură care pare *extrem* de scăzută – precum și este în adevăr! – este o adevărată rămășiță a exploziei primordiale! Din cauza timpului lung scurs de la big bang, universul a avut timp să se extindă foarte mult și în aceeași măsură s-a dispersat și "globul de foc" inițial. Temperatura pe care a avut-o globul de foc depășește orice valoare care ar putea fi întâlnită în prezent, dar având în vedere această expansiune, temperatura radiației de fond a ajuns la valoarea măsurată de noi azi. Existența radiației de fond a fost *prezisă* de fizicianul și astronomul american de origine rusă, George Gamow în 1948, pe baza unei teorii de big bang care a devenit acum standard. Ea a fost observată pentru prima dată (accidental) de către Penzias și Wilson în 1965.

Mă voi referi acum la o problemă care în general este mai dificil de înțeles. Dacă toate galaxiile îndepărtate din univers se îndepartează de noi, oare nu înseamnă aceasta că noi ocupăm o poziție cu totul privilegiată, centrală, în acest univers? Răspunsul este nu! Aceeași recesiune a galaxiilor îndepărtate se va putea observa din *orice* punct al universului în care am fi localizați. Expansiunea este uniformă la scară mare și nu există nici o poziție privilegiată în univers. Aceasta este uneori imaginată printr-un model al unui balon care se umflă (figura 7.8). Să presupunem că pe balon avem niște desene care reprezintă diferite galaxii, și să considerăm suprafața bidimensională a balonului ca fiind întregul univers tridimensional. Este evident acum că din *oricare* punct de pe balon se va vedea același lucru: *toate* celelalte puncte se îndepărtează de el. Nici unul dintre punctele de pe balon nu este mai special, toate sunt în aceeași situație. În mod asemănător, din fiecare galaxie din univers se vede că celelalte par a se îndepărta de ea, în mod egal, în toate direcțiile.

Balonul care se umflă ne dă o foarte bună imagine a unuia dintre cele trei modele standard ale universului și anume acela denumit *Friedmann-Robertson-Walker* (FRW) și anume modelul FRW de spațiu închis *de curbură pozitivă*. În celelalte două modele FRW (de curbură zero sau negativă), universul prezintă o expansiune de același fel, dar în loc să avem un univers finit spațial, precum o

* În prezent există încă o dispută privind valoarea acestui interval de timp de la formare, care este apreciat a fi cuprins între 6×10^9 și $1,5 \times 10^{10}$ ani. Aceste valori sunt considerabil mai mari decât valoarea de 10^9 ani care s-a presupus a fi cea corectă, în jurul anului 1930, când Edwin Hubble a făcut primele observații care au sugerat că universul este în expansiune. (În literatura românească, termenul de *big bang* este tradus uneori prin *explozie primordială sau marea explozie.* N.T.)

indică suprafeţa balonului, avem un univers *infinit* cu un număr infinit de galaxii.

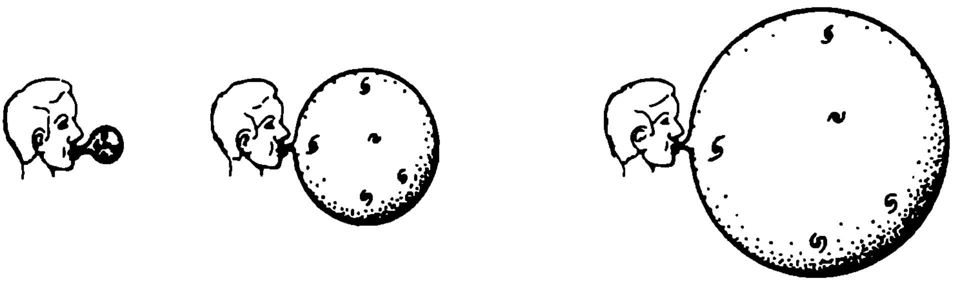


Fig. 7.8. Expansiunea universului poate fi asemuită cu suprafaţa unui balon care se umflă. Toate galaxiile se îndepărtează una de cealaltă.

În modelul mai uşor de înţeles din aceste ultime două modele infinite, geometria spaţiului este *euclidiană*, adică are curbură *zero*. Să ne imaginăm că întregul univers spaţial este reprezentat printr-un plan obişnuit plat, pe care galaxiile sunt marcate prin puncte. Pe măsura trecerii timpului, galaxiile se îndepărtează uniform unele de altele.

Să încercăm să reprezentăm aceasta în termenii de *spaţiu-timp*. În mod corespunzător, vom avea câte un plan euclidian diferit pentru fiecare "moment de timp", iar toate aceste plane se pot imagina că se află unul peste altul, astfel încât putem vedea dintr-o privire întregul spaţiu-timp (figura 7.9). Galaxiile apar acum ca fiind reprezentate prin *curbe*, ce reprezintă *liniile de univers* ale istoriilor galaxiilor – curbele îndepărtându-se una de cealaltă în direcţia viitorului. Din nou, nici una din aceste linii de univers ale galaxiilor nu este preferenţială.

Pentru celălalt model FRW, cel de curbură *negativă*, geometria spaţială este *neeuclidiană* şi anume este o geometrie *Lobacevsky* care a fost descrisă în capitolul 5 şi ilustrată de către Escher prin imaginea din figura 5.2. Pentru o descriere spţio-temporală avem nevoie de un astfel de spaţiu lobacevskian pentru fiecare "moment de timp" şi le aşezăm unul deasupra altuia pentru a obţine o imagine a întregului spaţiu-timp (figura 7.10).[5]
Din nou liniile de univers ale galaxiilor se îndepărtează unele de altele în mersul lor pe direcţia viitorului şi din nou nici una dintre galaxii nu are o poziţie preferanţiată.

Desigur că în fiecare din aceste descrieri am suprimat una din cele trei dimensiuni spaţiale (la fel ca şi în capitolul 5, paragraful despre relativitatea restrânsă a lui Einstein şi Poincaré) cu scopul de a da o imagine mai simplă şi mai clară a spaţiului-timp în patru dimensiuni. Chiar şi aşa este greu de vizualizat spaţiul-timp de curbură pozitivă fără a mai lăsa de o parte una din dimensiunile spaţiale! Să facem această simplificare şi să reprezentăm universul

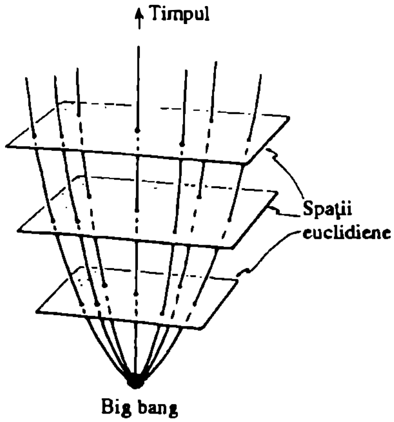


Fig. 7.9. Imaginea spațio-temporală a unui univers în expansiune cu secțiuni spațiale euclidiane (se prezintă doar două dimensiuni spațiale).

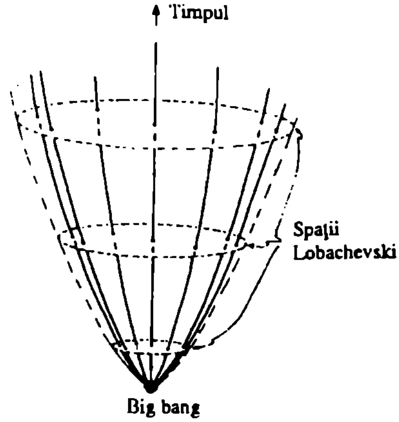


Fig. 7.10. Imaginea spațio-temporală a unui univers în expansiune cu secțiuni spațiale lobacevskiane (se prezintă doar două dimensiuni spațiale).

spațial închis, de curbură pozitivă, printr-un *cerc* (unidimensional) și nu printr-o sferă (bidimensională), care fusese reprezentată de suprafața balonului. Pe măsură ce universul se extinde, cercul crește în diametru, iar noi putem să reprezentăm spațiul-timp prin suprapunerea acestor cercuri (câte un cerc pentru fiecare "moment de timp") unul deasupra altuia, obținând un fel de con "curbiliniu" (figura 7.11(a)). Din ecuațiile lui Einstein ale relativității generale rezultă că un univers închis, de curbură pozitivă, nu se poate extinde la infinit. După ce se atinge un stadiu de maximă expansiune, el începe să se contracte (să colapseze) tinzând în final către un punct (de dimensiune zero), un fel de big bang inversat (figura 7.11(b)). Acest big bang inversat în timp este uneori denumit *big crunch* ("marea implozie"). Modelele FRW de univers de curbură negativă sau nulă nu prezintă un astfel de colaps. Ele nu ajung să sufere o implozie căci au o expansiune continuă și nelimitată.

Desigur aceasta este situația pentru reltivitatea generală *standard*, în care așa numita *constantă cosmologică* este zero. Pentru anumite valori nenule ale acestei constante cosmologice este posibil să avem un model de univers infinit spațial care poate recolapsa într-un "big crunch", sau modele de univers finit, de curbură pozitivă, care să se extind continuu, la infinit.

Prezența constantei cosmologice nenule ar complica puțin discuția, dar nu în mod semnificativ, pentru scopul nostru. De aceea, pentru simplificare, voi lua această constantă egală cu zero.* În momentul scrierii acestei cărți, din datele

* Einstein a introdus constanta cosmologică în 1917, dar a retractat-o în 1931, considerând această introducere ca fiind "cea mai mare greșeală a lui"!

de observaţie rezultă că ea este foarte mică, şi că o valoare a ai nulă ar fi corectă. (Pentru alte informaţii privind modelele cosmologice, vezi Ridler 1977.)**

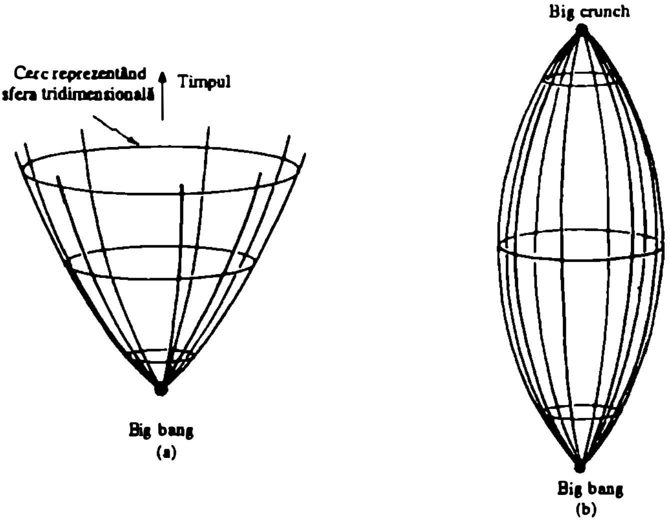


Fig. 7.11. (a) Imaginea spaţiu-timpului într-un univers în expansiune cu secţiuni spaţiale sferice (este desenată doar o dimensiune spaţială). (b) În cele din urmă acest univers recolapsează într-un big crunch final.

Din păcate datele de care dispunem nu sunt suficient de precise pentru a da un răspuns pro sau contra pentru unul sau altul dintre modelele cosmologice prezentate (şi nici dacă valoarea extrem de scăzută a constantei cosmologice ar avea vreun efect notabil). Cu aceste date, s-ar părea că universul are o curbură spaţială negativă (deci cu o geometrie Lobacevsky la scară mare) şi că el va continua să se extindă nelimitat. Concluzia aceasta este în mare parte rezultatul observaţiilor privind densitatea materiei reale din universul vizibil. Totuşi ar putea să existe cantităţi enorme de materie invizibilă, împrăştiată în spaţiu, în care caz universul ar putea avea o curbură pozitivă şi ar putea să recolapseze în final într-un big crunch, dar după un interval de timp cu mult mai mare decât 10^{10} ani, sau cam aşa, intervalul de la formarea lui. Pentru ca această concluzie a recolapsului să fie posibilă ar trebui ca densitatea de materie invizibilă – presupusa "materie întunecată" ("dark matter") – care este răspândită în spaţiu să fie mai mare de aproximativ 30 de ori faţă de cea observată azi direct, cu telescoapele. Există indicaţii indirecte, suficient de sigure, că ar există o cantitate remarcabil de mare de materie întunecată în univers, dar dacă este ea

** Pentru o discuţie mai extinsă cititorul român poate să consulte şi excelenta lucrare "Relativitate generală şi cosmologie" de Nicolae Ionescu-Pallas, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1980. (N.T.)

suficientă "ca să închidă universul" (sau să-l facă plat din punct de vedere spațial) și să recolapseze în final, este o încă o problemă deschisă.

Sfera de foc primordială

Să revenim la problema originii celei de a doua legi a termodinamicii. Am urmărit problema până la nivelul prezenței gazului difuz din condensarea căruia au rezultat stelele. Ce reprezintă acest gaz? De unde provine el? El constă în principal din hidrogen, dar conține și aproximativ 23 procente (masice) de heliu și mici cantități de alte materiale. Conform teoriei standard, această materie a fost expulzată ca rezultat al exploziei ce a creat universul: big bang-ul. Dar este important să nu considerăm că aceasta a fost o expozie în sensul comun al lucrurilor, și anume, în care materia este ejectată dintr-un punct central, într-un spațiu preexistent. În acest caz, spațiul însuși este *creat* de către explozie și nu există, sau mai exact nu a existat, un punct central! Probabil că cel mai simplu de vizualizat această situație este în cazul curburii pozitive. Să privim din nou fie figura 7.11, sau pe cea cu balonul care este umflat din figura 7.8. În ambele cazuri nu "preexistă un spațiu liber" în care să se extindă materia produsă la explozie. Spațiul în sine, adică "suprafața balonului" este creat prin explozie. Trebuie să se înțeleagă că doar din motive de vizualizare, în figura 7.8, pentru cazul curburii pozitive, s-a utilizat un "spațiu ambiental" – spațiul euclidian în care se află balonul, sau spațiul tridimensional în care este reprezentat spațiul-timp din figura 7.11 – aceste spații ambientale nu trebuiesc considerate ca având o semnificație fizică reală. Spațiul din exteriorul sau din interiorul balonului este prezent doar pentru a ne ușura vizualizarea suprafeței balonului. În realitate, *doar* suprafața balonului reprezintă cu adevărat spațiul fizic al universului. Vedem astfel că nu există un punct central din care să emane materia la momentul big bang-ului. "Punctul" ce pare să fie în centrul balonului nu face parte din univers, ci este doar un ajutor pentru noi la vizualizarea modelului. Materia ce este aruncată la big bang este pur și simplu împrăștiată uniform în *întregul* univers spațial.

Situația este asemănătoare pentru celelate două modele standard (dar poate puțin mai greu de vizualizat). Materia nu a fost niciodată concentrată în vreun punct al spațiului. Ea a umplut uniform *întregul* spațiu – chiar de la început!

Această imagine pe care am prezentat-o stă la baza așa numitului *model standard* ce exprimă teoria *big bang-ului fierbinte*. În această teorie, universul, în primele lui momente după creație, a fost într-o stare extrem de fierbinte – *sfera de foc primordială*. S-au făcut calcule detaliate cu privire la natura și proporția constituenților din această sferă de foc, și la modul în care această proporție s-a schimbat pe măsură ce această sfera de foc (care a fost întregul univers) s-a extins si s-a răcit. Este cu totul remarcabil că au putut fi făcute astfel de calcule, care descriu o stare a universului total diferită de cea din prezent. Fizica pe care s-au bazat aceste calcule este sigur corectă, dacă ne referim doar la ceea ce s-a întâmplat *după* aproximativ 10^{-4} dintr-o secundă de la creaţie! Din acest moment, a zecea mia parte dintr-o secundă după momentul creaţiei, până la aproximativ 3 minute mai târziu, comportarea universului a fost calculată în detaliu (vezi Weinberg 1977) şi se constată că teoriile noastre fizice deduse din datele experimentale din universul de acum ce se află într-o stare foarte diferită, sunt remarcabil de corecte.[6] Din aceste calcule a rezultat că s-au împrăştiat uniform în tot universul, mulţi fotoni (adică lumină), electroni şi protoni (cei doi constituenţi ai atomului de hidrogen), ceva particule alfa (nulcee de heliu), ceva mai puţini deuteroni (nuclee ale deuteriului, unul din izotopii grei ai hidrogenului) şi urme de alte tipuri de nuclee şi, de asemenea, mari cantităţi de particule "invizibile" cum ar fi neutrinii, care cu greu îşi dezvăluie prezenţa. Constituenţii *materiali* (în principal protonii şi electronii) se vor combina şi vor produce gazul din care s-au format stelele (în mare parte hidrogenul) după aproximativ 10^8 ani de la big bang.

Desigur, stelele nu sau format imediat. După un timp de expansiune şi de răcire a gazului, în unele regiuni concentraţia gazului a ajuns mai mare, şi astfel local, efectele gravitaţionale au putut începe să depăşască expansiunea globală. De aici în colo ajungem într-o zonă controversată şi nerezolvată complet, legată de modul în care s-au format în realitate galaxiile şi ce neomogenităţi iniţiale ar fi trebuit fi prezente atunci pentru a fi posibilă formarea galaxiilor. Nu doresc să deschid această problemă aici. Să acceptăm că trebuie să se fi produs un anume tip de neomogenitate în distribuţia iniţială a gazului şi că s-a putut iniţia cumva o grupare corespunzătoare gravitaţională care să permită formarea galaxiilor, cu sutele lor de mii de milioane de stele constituente!

Am văzut de unde a apărut gazul difuz. El a apărut chiar din sfera de foc care a fost însăşi big bang-ul. Faptul că acest gaz a fost distribuit în univers remarcabil de uniform este ceea ce ne-a dat nouă legea a doua – sub forma ei detaliată pe care o avem – după ce procesul de creştere al entropiei pentru aglomerarea gravitaţională a devenit posibil. Oare cât de uniform distribuită *este* materia în universul nostru actual? Am văzut că stelele sunt strânse în îngrămădirile galactice. Galaxiile, la rândul lor, sunt strânse în aşa numitele supergalaxii; acestea la rândul lor sunt strânse în aşa numitele superclustere. Există unele dovezi că aceste superclustere sunt la rândul lor strânse în mari grupuri denumite complexe de superclustere. Totuşi este important de observat că toate aceste îngrămădiri şi neomogenităţi sunt "mici accidente" faţă de impresionanta uniformitate a structurii universului în totalitate. Cu cât privim mai înapoi în timp şi cu cât scrutăm mai adânc universul, cu atât apare mai uniform. Radiaţia termică de fond este cel mai bun argument pentru aceasta. Ea ne spune că, în particular, atunci când universul avea doar un milion de ani, universul, şi toţi componenţii lui materiali, era *uniform* distribuit cu o precizie de unu la o sută de mii (vezi Davies 1987) pe o întindere care acum a ajuns la aproximativ 10^{23} kilometri – care reprezintă o regiune ce ar putea cuprinde cam 10^{10} galaxii. Universul, cu toată originea lui violentă, a fost extrem de uniform în stadiile lui inițiale.

Prin urmare, globul de foc inițial este cel care a împrăștiat acest gaz atât de uniform în spațiu. Iată unde ne-a condus căutarea noastră.

Oare big bang-ul explică legea a doua?

Cercetarea noastră a ajuns oare la final? Se poate, oare, spune că problema înțelegerii valorii scăzute a entropiei la formarea universului – fapt ce ne-a condus la existența legii a doua a termodinamicii – se poate "explica" acceptând pur și simplu că universul a început cu un big bang? Dacă ne gândim puțin vedem că totuși există ceva paradoxal în această idee. Totuși nu acesta poate fi răspunsul. Să ne reamintim că acest glob de foc primordial a fost o stare *termică* – un gaz aflat într-un proces de expansiune termică de echilibru. Să ne reamintim, de asemenea, că termenul de "echilibru termic" se referă la o stare de entropie *maximă*. (Acesta a fost termenul folosit pentru starea de maximă entropie a unui gaz dintr-o incintă.) Pe de altă parte, legea a doua cere ca în starea sa inițială, entropia universului nostru să fi fost într-un fel de *minim* și nu de maxim!

Oare ce anume nu a fost corect în raționamentul nostru? Există pentru aceasta un răspuns "standard" care ar fi cam de felul următor:

Este adevărat că inițial globul de foc a fost efectiv în echilibru termic, dar universul la acel moment era extrem de mic. Globul de foc a reprezentat starea de maximă entropie ce putea fi permisă pentru un univers de o *astfel* de dimensiune extrem de mică, dar această entropie permisă este foarte mică în comparație aceea acceptată pentru un univers de dimensiunea pe care constatăm că o are azi. Pe măsură ce universul a suferit expansiunea, entropia permisă maximă a crescut odată cu dimensiunea universului, dar entropia din prezent din univers este cu mult mai mică decât acest maxim permis. Principiul al doilea își păstrează valabilitatea deoarece entropia are tendința să urce la valoarea acestui maxim permis.

Totuși, o privire mai atentă ne permite să afirmăm că nu aceasta poate fi explicația corectă. Dacă ar fi corectă, atunci, în cazul unui model de univers (spațial închis) care recolapsează în final în starea de big crunch, raționamentul s-ar aplica din nou – însă în sens *invers* în timp. Când universul în final ar ajunge la o dimensiune extrem de mică, va exista din nou o limită superioară joasă, pentru valorile posibile ale entropiei. Același raționamente care ne-a condus la valori scăzute pentru entropia în fazele inițiale ale universului în expansiune ar trebui să fie aplicabil din nou pentru stările finale ale universului în contracție. Această impunere a unei valori scăzute pentru entropie la "începutul timpului" a fost cea care ne-a condus la legea a doua, conform căreia entropia universului trebuie să crească în timp. Dacă s-ar impune aceeaşi valoare scăzută pentru entropie şi pentru "sfârşitul timpului", atunci ea va trebui să fie în totală discordanţă cu legea a doua a termodinamicii!

Desigur, s-ar putea ca universul nostru *actual* să nu recolapseze niciodată în acest fel. Este posibil ca noi să trăim într-un univers de curbură spaţială generală nulă (caz euclidian) sau de curbură negativă (caz lobacevskian). Sau este posibil ca noi *să trăim* într-un univers ce va recolapsa cândva (deci de curbură pozitivă), dar recolapsul va avea loc la un moment atât de îndepărtat în timp încât el să nu producă o violare perceptibilă pentru noi a legii a doua în epoca noastră actuală. Desigur că noi ştim că în acest caz, cândva, se va produce o inversare a evoluţiei entropiei *globale* a universului, şi ea va scădea către o valoare foarte scăzută, cu o violare grosolană a celei de a doua legi aşa cum o înţelegem noi azi.

De fapt, există argumente suficient de solide care să ne facă să ne îndoim că ar putea avea loc o asemenea inversare a entropiei într-un univers în colaps. Unele dintre cele mai puternice argumente în acest sens sunt legate de acele obiecte misterioase cunoscute sub numele de *găuri negre* (*black holes*). O gaură neagră este un microcosmos al unui univers în colaps; astfel, dacă s-ar produce într-adevăr o inversare a entropiei într-un univers în colaps, atunci, ar trebui să se observe o violare puternică a legii a doua în vecinătatea unei găuri negre. Totuşi, există toate motivele să credem că legea a doua se aplică în totalitate în cazul găurilor negre. Deoarece teoria găurilor negre va fi extrem de importantă pentru discuţia noastră relativ la entropie, va fi necesar să discutăm mai în detaliu despre aceste obiecte stranii.

Găuri negre

Să vedem pentru început ce ne spune teoria despre soarta Soarelui nostru. Soarele există de aproximativ cinci mii de miloane de ani. În următorii 5-6 mii de miloane de ani, el va continua să se mărească în dimensiuni extinzându-se cam până la o dimensiune care va cuprinde şi orbita Pământului. El va deveni astfel o stea de tipul de stea denumit *gigantă roşie*. Multe astfel de gigante roşii pot fi văzute pe cer, dintre cele mai cunoscute fiind Aldebaran din constelaţia Taurului şi Betelgeuse din Orion. Pe toată durata expansiunii suprafeţei stelei, va exista în mijlocul ei, o mică concentrare de materie excepţional de densă, care creşte treptat. Acest miez dens va avea natura unei stele *pitice albe* (vezi figura 7.12).

Stelele piticele albe, atunci cand sunt de sine stătătoare, sunt stele cu densitate extrem de ridicată, astfel încât o minge de ping-pong umplută cu material dintr-o astfel de stea ar avea masa de câteva sute de tone! Astfel de stele se observă în mare număr în univers, cam zece procente din stelel luminoase din galaxia Calea Lactee sunt pitice albe. Una dintre cele ma cunoscute pitice albe este companionul lui Sirius, a cărui densitate alarmant d mare a creat una din cele mai dificile dileme observaționale pentru astronomi de la începutul secolului nostru. Pe de altă parte, ulterior, aceeași stea a permi o foarte frumoasă confirmare a teoriei fizice (dată de către R. H. Fowler, î jurul anului 1926) – conform căreia unele stele ar putea să aibă într-adevă astfel de densități enorme și sunt împiedicate să colapseze datorită "presiun electronilor degenerați". Acesta este o consecință a principiului cuantic d excluziune al lui Pauli (vezi paragraful despre sisteme multiparticulă di capitolul 6), pe care electronii trebuie să-l respecte și care împiedică steaua s colapseze gravitațional.

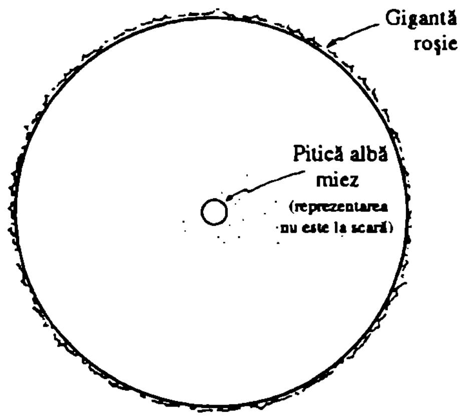


Fig.7.12. O gigantă roșie ce are ca miez o pitică albă.

Fiecare stea gigantă roșie trebuie să aibă ca miez o pitică albă, iar acest mi va colecta continuu material din corpul stelei. Este posibil ca giganta roșie fie complet consumată de acest miez vorace și în final să rămână numai o piti albă, aproximativ de dimensiunile Pământului. Se pare că Soarele nostru exista ca gigantă roșie "doar" câteva mii de milioane de ani. În continuare, ultima parte a existenței lui "vizibile" – de pitică albă ce se răcește lent ca chihlimbar tot mai puțin strălucitor* – Soarele va mai dăinui pentru încă câte mii de milioane de ani, sfârșindu-se într-o totală obscuritate ca o *pitică neag* invizibilă.

Nu toate stelele vor avea viitorul Soarelui nostru. Unele vor avea un dest considerabil mai violent, iar destinul lor este ascuns în ceea ce se nume

---

* De fapt, în aceste stadii finale, pitica va ilumina slab ca o stea roșie – dar ceea ce se întel prin "pitică roșie" este de fapt o stea de un tip total diferit!

limită Chandrasekhar: valoarea maximă posibilă a masei unei pitice albe. Conform calculelor efectuate în 1929 de către Subrahmanyan Chandrasekhar, o pitică albă nu poate să existe dacă are o masă ce depăşeşte aproximativ 1,3 mase solare. (El era un tânăr indian aflat pe vaporul care-l ducea din India spre Anglia unde urma să devină un student cercetător, când a făcut aceste calcule.) Calculele au fost făcute independent, în 1930, şi de către rusul Lev Landau. În prezent valoarea acceptată pentru limita Chandrasekhar este de aproximativ

$$1{,}4 \times M_{\odot}$$

unde $M_{\odot}$ este masa Soarelui, adică $M_{\odot}$ = o *masă solară.*

De observat că limita Chandrasekhar nu este mult mai mare ca masa Soarelui, pe când se cunosc multe stele normale ce au masa considerabil mai mare decât această limită. Care ar fi soarta finala a unei stele ce are, de exemplu, masa de $2 \times M_{\odot}$? Din nou, conform teoriei, se va mări devenind o gigantă roşie a cărui miez de pitică albă va capta materie crescând în masă, ca în cazul anterior. Totuşi, la un moment dat, într-un stadiu critic, miezul va atinge limita Chadrasekhar, şi atunci principiul de excluziune al lui Pauli nu va mai putea să susţină miezul de la un colaps gravitaţional datorită presiunilor enorme, induse gravitaţional, din miez.[7] În acest moment, sau cam în acest moment, miezul va colapsa catastrofic şi atât temperatura cât şi presiunea vor creşte la valori enorme. Se vor iniţia reacţii nucleare violente, şi din miez vor fi expulzaţi neutrini care vor prelua o enormă cantitate de energie. Aceştia vor încălzi zonele exterioare ale stelei, care la rândul lor vor colapsa, şi se va produce o explozie colosală. Steaua va devini o supernovă!

Ce se va întâmpla mai departe cu miezul aflat în colaps? Teoria ne spune că el va atinge densităţi uriaşe care vor ajunge la valori mai mari chiar decât şi cele alarmant de mari atinse în interiorul unei pitice albe. Miezul se poate stabiliza ca o *stea neutronică* (vezi paragraful din acest capitol despre originea entropiei scăzute din univers) pentru care *presiunea neutronilor degeneraţi* este cea care o susţine de la a colapsa – adică principiul lui Pauli aplicat acum la neutroni. Densitatea materiei stelei neutronice va avea acum o asemenea valoare încât mingea noastră de ping-pong umplută cu material din steaua neutronică va cântări cât asteroidul Hermes (sau poate satelitul lui Marte, Deimos). Valoarea acestei densităţii este apropiată de cea a materiei din nucleul atomic! (O stea neutronică poate fi considerată ca un nucleu atomic gigant, cu rază de ordinul a zece kilometri, care este totuşi neglijabil de mică la scară astronomică!) Dar acum se atinge o *nouă* limită, analoagă limitei Chandrasekhar (care poartă numele de limita Landau-Oppenheimer-Volkov), a cărei valoare este astăzi (revizuită) de aproximativ

$$2{,}5 \times M_{\odot}$$

peste care steaua neutronică nu se poate autosusţine.

Ce se întamplă cu miezul care colapsează dacă masa stelei originale depășește chiar și *această* limită? Se cunosc multe stele care au masa cuprinsă, spre exemplu, între $10\times M_{\odot}$ și $100\times M_{\odot}$. Pare a fi puțin probabil ca în mod invariabil ele să expulzeze atât de multă materie încât miezul rămas să ajungă cu necesitate sub limita acestei stele neutronice. Mai degrabă ne așteptăm să rezulte o *gaură neagră*.

Ce este o gaură neagră? Este o regiune din spațiu – sau din spațiu-timp – în care câmpul gravitațional a devenit atât de intens încât nici chiar lumina nu mai poate să scape de acolo. Să ne amintim din relativitate că viteza luminii este viteză limită: nici un obiect material sau semnal nu poate să depășească viteza locală a luminii (vezi paragrafele privind teoria relativității restrânse a lui Einstein și Poincaré și despre teoria relativității generale a lui Einstein, din capitolul 5). Prin urmare, dacă lumina nu poate scăpa dintr-o gaură neagră, atunci *nimic* nu poate scăpa.

Sper că cititorul este familiarizat cu noțiunea de *viteză de evadare (de scăpare)*. Aceasta este viteza (minimă) pe care un obiect trebuie să o atingă pentru a putea să scape de sub influența unui corp masiv. Să presupunem că acest corp este Pământul; în acest caz viteza de evadare este de aproximativ 40.000 km pe oră. O piatră care este aruncată de pe suprafața Pământului, pe orice direcție, cu o viteză ce depășește această viteză se va desprinde complet de Pământ (presupunând că neglijăm frecarea cu aerul). Aruncată cu o viteză mai mică decât această viteză, piatra va recădea pe Pămant. (Prin urmare, *nu este adevărat* că "orice obiect aruncat în sus trebuie să recadă pe Pământ"; revenirea pe Pământ se petrece doar dacă obiectul a fost aruncat cu o viteză *mai mică* ca cea de evadare!) Viteza de evadare pentru Jupiter este de 220.000 km pe oră, iar pentru Soare este de 2.200.000 km pe oră. Să ne imaginăm acum că masa Soarelui ar fi concentrată într-o sferă de rază egală cu o pătrime din cea reală: vom obține în acest caz o viteză de evadare de *două ori mai mare* ca cea normală; dacă Soarele ar fi și mai redus în dimensiuni, să zicem cu o rază egală cu *o sutime* din cea prezentă, viteza de evadare ar fi de *zece ori mai mare*. Ne imaginăm că pentru un corp și mai concentrat și suficient de masiv, viteza de evadare ar putea să depășească viteza luminii! Când se petrece acest lucru, atunci avem de-a face cu o gaură neagră.[8]

În figura 7.13 am schițat o diagramă spațiu-timp ce prezintă colapsul unui corp pentru a forma o gaură neagră (în care am presupus că procesul de colaps se produce cu păstrarea unei simetrii aproximativ sferice, și în care am renunțat la una din dimensiunile spațiale). S-au desenat și conurile de lumină, și așa cum am discutat în cadrul capitoului 5 privind relativitatea generală a lui Einstein, ele indică limitele absolute ale mișcării obiectelor materiale și ale semnalelor. Observați că aceste conuri încep să țintească cu vârful spre centru, și că această tendință crește tot mai mult pe măsură ce ne apropiem de zona centrală.

Există o distanţă critică de la centru, denumită *rază Scwartzschild*, la care limita exterioară a conurilor de lumină devine *verticală* pe diagramă. La această distanţă, lumina (care trebuie să urmeze conul de lumină) se poate doar învârti în jurul obiectului colapsat.

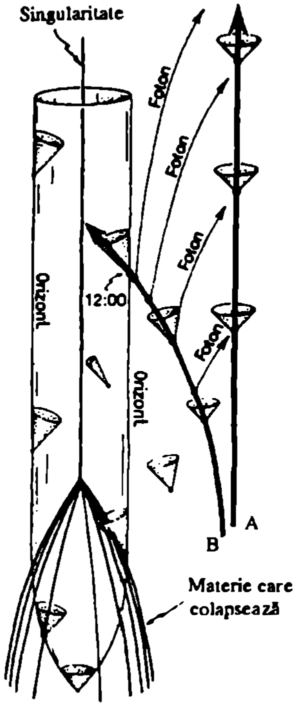


Fig. 7.13. O diagramă spaţiu-timp care ilustrează colapsul către o gaură neagră. Raza Schwartzschild este indicată prin denumirea de "orizont".

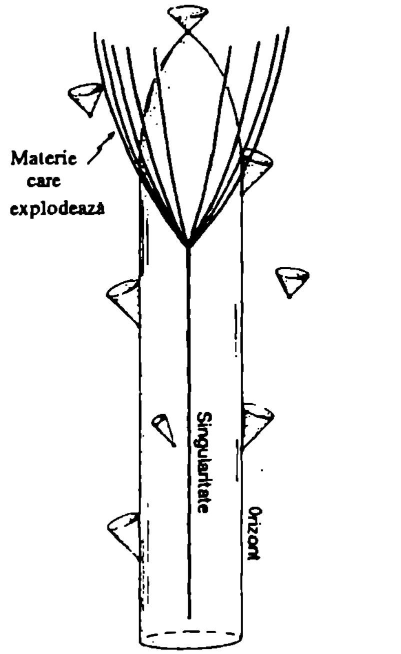


Fig. 7.14. O configuraţie spaţiu-timp ipotetică: o gaură albă, care în final explodează în materie (derularea inversă în timp a spaţilui-timp din figura 7.13).

Componenta radială a vitezei luminii nu face altceva decât să contracareze revenirea ei pe corp, datorită enormei forţe gravitaţionale. (3)-suprafaţa în spaţiu-timp descrisă de lumina ce se învârte în jurul corpului, la raza Schwarzschild (şi care descrie întreaga istorie a luminii), se numeşte *orizontul (absolut) evenimentelor* pentru gaura neagră. Orice se găseşte în interiorul orizontului de evenimente nu va fi capabil să scape sau măcar să comunice cu lumea exterioară. Aceasta se vede din înclinarea conurilor şi din faptul fundamental că toate mişcările şi semnalele sunt constrânse să se propage în interiorul conurilor (sau pe suprafaţa lor).

Pentru o gaură neagră formată prin colapsul unei stele de masă egală cu câteva mase solare, raza orizontului ar fi de câţiva kilometri. Se presupune că în centrul galaxiilor se găsesc găuri negre mult mai mari. Propria noastră galaxie, Calea Lactee, ar putea să conțină o gaură neagră de aproximativ un milion de mase solare, iar raza găurii ar fi atunci de câteva milioane de kilometri.*

Corpul material care colapsează pentru a forma o gaură neagră va sfârși prin a fi prins în întregime în interiorul orizontului; ca urmare el nu va mai putea comunica cu exteriorul. Viitorul probabil al acestui corp îl vom discuta ceva mai târziu. Pentru moment ne vom opri asupra geometriei spațiu-timpului creat prin colaps – un spațiu-timp cu o geometrie cu implicații neașteptate și profunde.

Să ne imaginăm un astronaut **B**, curajos (sau doar aventurier?) care hotărăște să călătorească într-o gaură neagră mare, în timp ce colegul său mult mai timid **A**, (sau mai precaut?) rămâne în siguranță în afara orizontului de evenimente. Să presupunem că **A** se hotărăște să-l țină sub observație pe **B** cât mai mult timp posibil. Ce va vedea **A**? Se poate spune din figura 7.13 că porțiunea din istoria lui **B** (adică linia de univers a lui **B**) care se află *în interiorul* orizontului nu va fi văzută nicodată de **A**, pe când porțiunea *din afara* orizontului va fi toată până la urmă vizibilă pentru **A** – cu toate că momentele anterioare pătrunderii lui **B** prin orizont vor fi văzute de **A** doar după intervale de timp de așteptare tot mai lungi și mai lungi. Să presupunem că **B** traversează orizontul atunci când ceasul lui arată ora 12. Această valoare nu va fi niciodată observată de **A**, ci momentele pe care **A** le va citi pe ceas vor fi succesiv 11:30; 11:45; 11:52; 11:56; 11:58; 11;59; 11:59,5; 11:59,75; 11:59,875 etc. (din punctul de vedere a lui **A** la intervale aproximativ egale). În principiu, **B** va rămâne continuu vizibil pentru **A** și va fi perceput că se rotește încontinuu exact deasupra orizontului, ceasul lui mergând încet către ora fatală 12:00, dar neatingând-o niciodată. Dar, în realitate imaginea lui **B** văzută de **A** va deveni rapid tot mai ștearsă până când nu va mai fi vizibilă deloc. Aceasta din cauză că lumina care provine de la mica porțiune a linei de univers a lui **B** de deasupra orizontului trebuie să țină loc de restul timpului pe care **A** îl observă. De fapt, **B** va dispare din privirile lui **A** – și același lucru va fi valabil pentru întregul corp care inițial a colapsat. Tot ce poate să vadă **A** va fi într-adevăr o "gaură neagră"!

Dar ce se va întâmpla cu sărmanul **B**? Care va fi soarta *lui*? De la început trebuie să spunem că pentru el momentul când va traversa orizontul nu va fi cu nimic deosebit. El va privi ceasul în jurul orei 12 și va vedea cum marchează minutele care trec regulat : 11:57; 11:58; 11:59; 12:00; 12:01; 12:02; 12:03; . . . Nimic nu va părea neobișnit la momentul 12:00. El se poate uita înapoi la **A** și-l va vedea încontinuu pe **A** în fața ochilor. El poate chiar să se uite la ceasul lui

* La momentul traducerii cărții această afirmație pare a fi dovedită; pot fi consultate lucrările: J.Kormendy, D.Richstone, "Invard Bound – The Search for Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei." *Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics* 33 (1995) 581; M.Begelman, M.Rees, "Gravity's Fatal Attraction: Black Holes in the Universe", New York: Scientific American Library, 1996 (N.T.)

A, care pentru **B** va indica un timp ce îşi continuă desfăşurarea înainte, în mod ordonat şi regulat. Dacă el nu a *calculat* că a trecut orizontul, nu va putea în nici un fel să constate acest lucru.[10] Orizontul a fost până la urmă insidios. Odată trecut, nu mai există scăpare pentru **B**. Universul lui local va colapsa în cele din urmă împreună cu el, şi el va fi destinat în scurt timp să-şi întâlnească propriul lui colaps personal ("big crunch")!

Sau poate că întreaga situaţie nu este atât de personală. Toată materia corpului colapsat care a format gaura neagră de la început, într-un anume sens, va suferi împreună cu el "acelaşi" colaps ca şi el. De fapt, dacă universul *din afara* găurii este închis spaţial, astfel că toată materia din afară va fi în final şi ea înghiţită în marele colaps final, atunci şi acest big cranch este de aşteptat să fie "acelaşi" cu cel "personal" al lui **B**!*

Cu toată soarta neplăcută a lui **B**, noi nu ne aşteptăm ca fizica pe care el o întâlneşte în acea regiune să difere esenţial de cea pe care noi am cunoscut-o şi înţeles-o până acum. În particular, nu ne aşteptăm ca el să observe o violare locală a legii a doua a termodinamicii, respectiv o completă inversare în comportarea normală de creştere a entropiei. Legea a doua se va regăsi cu aceeasi valabilitate într-o gaură neagră ca şi în orice altă parte. Entropia în vecinătatea lui **B** va rămâne crescătoare până în ultimul moment al colapsului final.

Pentru a înţelege cum de entropia în "marele colaps" ("big crunch" – fie el "personal" fie el "general") poate fi într-adevăr foarte mare, în timp ce entropia la big bang ar fi trebuit să fi fost mult mai mică, vom fi obligaţi să intrăm ceva mai mult în detaliile geometriei spaţiului-timp a unei găuri negre. Dar înainte de aceasta cititorul ar trebui să-şi arunce ochii peste figura 7.14 care ilustrază o ipotetică inversare temporală a unei găuri negre şi anume o *gaură albă*. Găurile albe *nu* există probabil în natură, dar posibilitatea lor teoretică va avea o deosebită importanţă pentru noi.

Structura singularităţilor spaţiu-timpului

Să ne amintim din capitolul 5 (paragraful despre relativitatea generală a lui Einstein) modul în care curbura spaţiu-timpului se face simţită prin *efectul de maree*. O suprafaţă sferică, constituită din particule care cad liber în câmpul gravitaţional al unui corp cu masă mare, se va alungi pe o direcţie (spre corpul

---

* Când am făcut această afirmaţie m-am bazat pe două presupuneri. Prima este aceea că dispariţia finală, posibilă, a găurii negre – datorată "evaporării" (extrem de lente) prin radiaţie Hawking, despre care vom discuta în paragraful despre cât de special a fost big bang-ul – se va încheia prin recolapsarea universului; a doua este presupunerea (foarte plauzibilă) denumită "cenzură cosmică", (vezi capitolul 5, paragraful despre cauzalitate relativistă şi detrminism).

masiv) și se va turti pe o direcție perpendiculară. Acest efect de maree va crește în intensitate pe măsură ce corpul care gravitează este mai aproape de corpul masiv (vezi figura 7.15), variind în intensitate proporțional cu inversul cubului distanței care le separă. Un astfel de efect de maree, crescător ca intensitate, va fi simțit de astronautul **B** pe măsură ce va cădea mai adânc în gaura neagră. Pentru o gaură neagră de masă egală cu câteva mase solare, acest efect de maree va fi enorm – mult prea mare pentru ca astronautul să supraviețuiască apropierii de gaură, chiar înainte de a trece orizontul. Pentru o gaură neagră de dimensiuni mai mari, efectul de maree la trecerea orizontului ar fi în realitate mai puțin intens. Pentru o gaură neagră de un milion de mase solare de tipul celei pe care mulți astronomi cred că există în centrul Căii Lactee, efectul de maree la trecerea orizontului ar putea fi destul de mic, dar probabil suficient ca el să nu se simtă prea bine. Efectul de maree va crește treptat pe măsura căderii în gaură, iar după un timp scurt de numai câteva secunde va crește către infinit! Nu numai corpul sărmanului astronaut va fi făcut bucățele, dar în contiuare, într-o succesiune rapidă, același lucru se va întâmpla cu fiecare din moleculele din care este compus, cu atomii lor constituenți, apoi cu nucleele lor, și în final, chiar și cu toate particulele subatomice! În acest fel "colapsul" își va desăvârși prăpădul final.

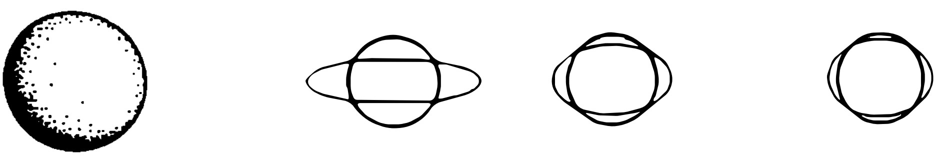


Fig. 7.15. Efectul de maree produs de un corp sferic ce gravitează crește pe măsură ce acesta se aproapie, după o lege invers proporțională cu puterea a treia a distanței de la centrul corpului.

Nu numai întreaga materie își are sfarșitul în acest fel, ci însăși spațiul-timp trebuie să-și găsească sfârșitul! O astfel de catastrofă finală poartă numele de *singularitate spațio-temporală*. Cititorul este cu totul îndreptățit să se întrebe: cum de noi știm că astfel de catastrofe trebuie să aibă loc, și care sunt condițiile în care materia și spațiul-timp ajung să aibă un astfel de destin. Acestea sunt concluziile care decurg din ecuațiile clasice ale relativității generale, oricând se formează o gaură neagră. Modelul original al unei găuri negre dat de Oppenheimer și Snyder (1939) prezintă o astfel de comportare. Cu toate acestea, mult timp astrofizicienii au trăit cu nădejdea că această comportare singulară este un artefact al simetriei speciale pe care a trebuit să se bazeze modelul. S-ar fi putut poate, ca într-o situație reală (asimetrică) materia care colapsează să se găsească într-o mișcare complexă de rotație care să-i permită să scape din nou în afară. Dar aceste speranțe au fost șterse atunci când s-au găsit argumente matematice generale, care sunt cunoscute ca *teoremele singularităţii* (vezi Penrose 1965, Hawking şi Penrose 1970). Aceste teoreme stabilesc, în cadrul teoriei clasice a relativităţii generale, că singularităţile spaţio-temporale sfârşesc *inevitabil* printr-un colaps gravitaţional.

În mod asemănător, mergând în sens invers în timp, vom găsi inevitabil o singularitate corespunzătoare spaţio-temporală *iniţială* care reprezintă acum big bang-ul, în cadrul unei teorii (corespunzătoare) de univers în expansiune. În acest caz, singularitatea nu reprezintă *distrugerea* finală a întregii materii şi a spaţiu-timpului, ci *crearea* spaţiu-timpului şi a materiei. S-ar părea că există o simetrie temporală exactă între aceste două tipuri de singularităţi: tipul *iniţial* prin care spaţiul-timp şi materia au fost create, şi cel *final* prin care materia şi spaţiu-timpul sunt distruse. Există într-adevăr o puternică analogie între aceste două, dar vom vedea că ele *nu* reprezintă o inversie temporală exactă a uneia faţă de cealaltă. Este important să înţelegem deosebirile geometrice deoarece ele conţin cheia originii celei de a doua legi a termodinamicii!

Să revenim la experienţele pe care le-a avut astronautul **B** ce s-a autosacrificat. El a resimţit o forţă mareică care a crescut rapid către infinit. Deoarece el s-a deplasat într-un spaţiu vid, efectele pe care le-a simţit au fost de *distorsionare* cu conservarea volumului, determinate de tensorul de curbură spaţio-temporal pe care l-am notat cu **WEYL** (vezi capitolul 5, paragraful despre relativitatea generală a lui Einstein). Partea care mai rămâne din tensorul de curbură spţio-temporal şi anume tensorul care reprezintă o compresie uniformă şi care este denumit prin **RICCI**, este nul în spaţiul liber. S-ar putea ca astronautul **B** să întâlnească materie la un moment dat (de fapt şi el este constituit din materie), dar chiar şi în acest caz el va constata că mărimea lui **WEYL** este cu *mult mai mare* decât mărimea lui **RICCI**. Într-adevăr, ne aşteptăm să găsim în apropierea singularităţii *finale* o curbură care să fie complet dominată de tensorul **WEYL**. Acest tensor tinde în general spre *infinit*:

$$\mathbf{WEYL} \to \infty,$$

(chiar dacă acest lucru s-ar putea produce într-un mod oscilant). Aceasta este o comportare considerată ca *generică* pentru o singularitate spaţio-temporală.[10] O astfel de comportare este asociată cu o singularitate de *entropie ridicată*.

Cu toate acestea situaţia în cazul big bang-ului pare a fi coplet diferită. Modelele standard de big bang, după cum am văzut anterior, sunt obţinute folosind un spaţiu-timp extrem de simetric de tip Friedmann-Robertson-Walker. În acest caz efectele distorsiunilor mareice date de tensorul **WEYL** sunt total *inexistente*. În schimb este prezentă o acceleraţie simetrică spre interior ce acţionează asupra oricărei suprafaţe sferice formate din particule de probă (vezi figura 5.26). Aceasta este un efect al tensorului **RICCI** şi nu a tensorului **WEYL**. Pentru orice model de tip FRW este întotdeauna valabilă ecuația

$$\mathbf{WEYL} = 0.$$

Pe măsură ce ne apropiem tot mai mult de singularitatea inițială, vom observa că **RICCI** devine infinit, și nu **WEYL**, de unde rezultă că la singularitatea inițială domină **RICCI** și nu **WEYL**. Se obține astfel o singularitate de ***joasă entropie***.

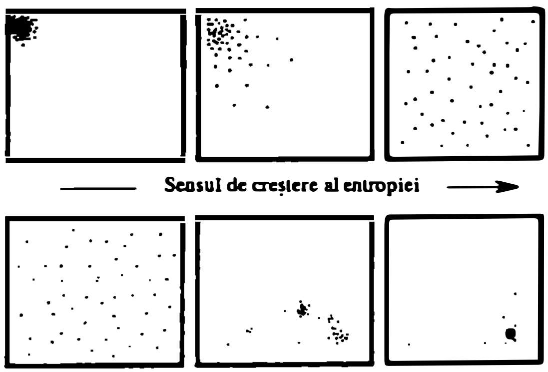


Fig. 7.16. Pentru un gaz obișnit, creșterea entropiei duce la o uniformizare a gazului. Pentru un sistem de corpuri sub influența gravitației situația este exact inversă. Prin atracție gravitațională se crește entropia – iar valoarea ei maximă se obține atunci când prin colaps se formează o gaură neagră.

Dacă examinăm acum singularitatea în *big crunch*, considerând modele *exacte* de recolapsare în cadrul FRW, vom găsi că **WEYL** = 0 la colaps, și că **RICCI** tinde spre infinit. Aceasta este totuși o situație cu totul specială și *nu este* ceea ce noi ne așteptăm de la un model complet realist în care atracția gravitațională este luată în considerație. Pe măsura trecerii timpului, materia, inițial sub formă de gaz difuz, se va strânge în galaxii de stele. În acest proces, multe din aceste stele se vor contracta gravitațional: în pitice albe, în stele neutronice și în găuri negre, și se vor putea forma și imense găuri negre în centrul unor galaxii. Această strângere – și în mod particular în cazul găurilor negre – reprezintă o creștere enormă a entropiei (vezi figura 7.16). S-ar putea ca la prima vedere să pară neobișnuită, această valoare *mare* a entropiei pentru stările puternic aglomerate, și valoarea mai mică a entropiei pentru o aglomerare mai puțin densă atunci când o comparăm cu situația întâlnită pentru gazul dintr-o incintă. Să ne reamintim că în acest caz, starea mai aglomerată (aceea în care tot gazul este strâns într-un colț al incintei) era de *joasă* entropie pe când starea *uniformă* de echilibru termodinamic era de entropie *înaltă*. Atunci când luăm în considerație gravitația, lucrurile se petrec *invers*, și aceasta din cauza caracterului universal atractiv al câmpului gravitațional.) Aglomerarea devine tot mai mare pe măsura trecerii timpului, și în final, nenumărate găuri negre se reunesc, iar singularitățile lor se contopesc în finalul dat de marele colaps (big crunch), într-o singularitate foarte complicată.

Fig.7.17. Întreaga istorie a unui univers închis ce pornește de la un big bang uniform, de joasă entropie, cu **WEYL** = 0 și sfârșește într-un big crunch de entropie înaltă – ce reprezintă convergența a nenumărate găuri negre – cu **WEYL** $\rightarrow \infty$.

Singularitatea finală este total diferită de marele colaps final (big crunch) idealizat dedus din modelul FRW, cu constrângerea **WEYL** = 0. Pe măsură ce aglomerarea crește tot mai mult, există o tendință continuă ca tensorul Weyl să devină din ce în ce mai mare[11], și, în general, **WEYL** $\rightarrow \infty$ la orice singularitate finală. În figura 7.17 se poate vedea o imagine spațio temporală ce reprezintă întreaga istorie a unui univers închis, în concordanță cu această descriere generală.

Vedem astfel de ce un univers recolapsat *nu* trebuie să aibă o entropie mică. Valoarea "scăzută" a entropiei la big bang – care a condus la legea a doua – *nu* a fost numai o consecință a "micimii" universului la momentul big bang-ului! Dacă am inversa sensul timpului în evoluția spre big crunch descrisă mai sus, atunci ar trebui să obținem un "big bang" ce ar avea o entropie *enorm de mare*, și evident nu ar mai fi existat legea a doua! Din anumite motive universul nostru a fost creat într-o stare foarte specială (cu entropie joasă), cu o constrângere de felul **WEYL** = 0 specifică unui model de tip FRW.

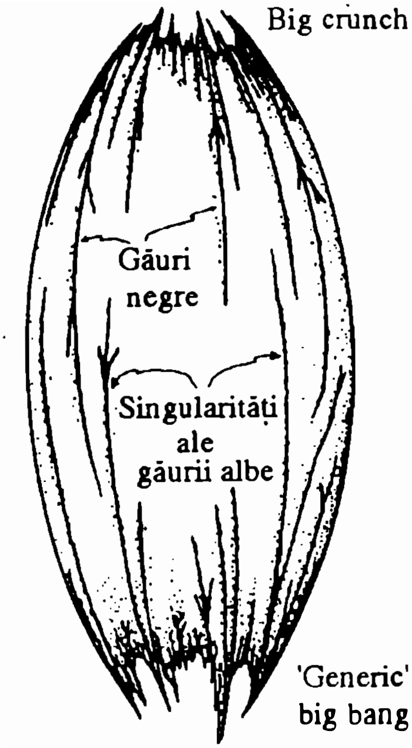


Fig.7.18. Dacă constrângerea WEYL = 0 ar fi eliminată, am avea și un big bang de entropie înaltă, cu WEYL → ∞. Un astfel de univers ar fi presărat cu găuri albe, iar legea a doua a termodinamicii nu ar exista, în contradicție flagrantă cu experiența.

Dacă această constrângere nu ar fi existat, atunci ar fi fost "mult mai probabil" de a avea o situație în care *ambele* singularități, ce inițială și cea finală, să fie de entropie înaltă de tipul WEYL → ∞ (vezi figura 7.18). Într-un astfel de univers "probabil" *nu* ar fi existat, într-adevăr, o lege a doua a termodinamicii!

Cât de special a fost big bang-ul?

Să încercăm să înțelegem cât de mare a fost constrângerea impusă de WEYL = 0 la momentul big bang-ului. Pentru simplificare vom presupune că universul este închis (ca și în cele discutate anterior). Vom mai presupune, în continuare, în scopul de a putea face unele estimări numerice, că numărul B de barioni – adică, numărul de protoni și de neutroni, luați împreună – în univers este de aproximativ:

$$B = 10^{80}.$$

(Nu avem nici un motiv special pentru care am ales această valoare, dar putem adăuga că datele bazate pe observație indică că B trebuie să fie *cel puțin* de acest ordin de mărime; Edington, mai demult, a pretins că a calculat B *exact*, valoarea obținută fiind apropiată de cea dată mai sus! Nimeni nu mai crede astăzi în acele calcule, dar valoarea de 10^{80} a rămas ca referință.) Dacă s-ar alege o valoare *mai mare* ca aceasta (este posibil ca în realitate să avem $B = \infty$) atunci valorile pe care le-am obține ar fi și *mai* surprinzătoare decât cele la care vom ajunge imediat!

Să încercăm să ne imaginăm spațiul fazelor (vezi capitolul 5, paragraful despre mecanica hamiltoniană) pentru *întregul* univers! Fiecare punct din acest spațiu al fazelor reprezintă un mod posibil diferit din care universul ar fi putut să pornească. Ne putem imagina Creatorul ca având în mână un "ac" – pe care să-l plaseze undeva într-un punct în spațiul fazelor (vezi figura 7.19). Fiecare poziție posibilă a acului va conduce la un univers diferit. Precizia care îi trebuie Creatorului depinde de entropia universului pe care dorește să-l creeze. Un univers de entropie ridicată se poate realiza relativ "ușor", deoarece în acest caz va avea la dispoziție un volum mare din spațiul fazelor în care să țintească cu acil. (Să ne reamintim că entropia este proporțională cu logaritmul volumului considerat din spațiul fazelor.) Dar pentru a începe un univers dintr-o stare de entropie mică – astfel încat să existe o lege a doua a termodinamicii – Creatorul va trebui să aleagă un volum mult mai mic din spațiul fazelor. Oare cât de mic ar trebui să fie acest volum pentru a obține un univers care să semene cu cel în

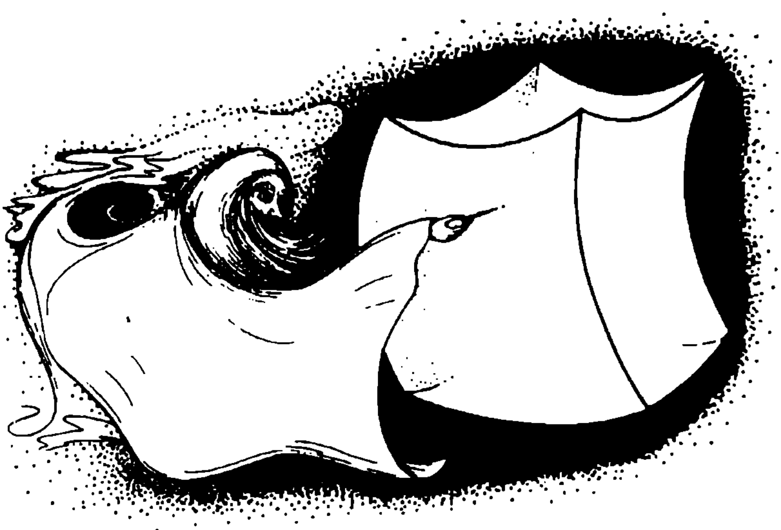


Fig. 7.19. Pentru a crea un univers asemănător aceluia în care trăim. Creatorul va trebui să țintească un volum absurd de mic din spațiul fazelor al universurilor posibile – cam de $1/10^{10^{123}}$ din întregul volum, pentru situația în discuție. (Acul, și punctul țintit nu sunt desenate la scară!)

care trăim noi acum? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să ne fixăm atenția, pentru început, asupra unei formule remarcabile, datorată lui Jacob Bekenstein (1972) și Stephen Hawking (1975), care ne dă valoarea pe care o are entropia unei *găuri negre*.

Să considerăm o gaură neagră și să presupunem că aria suprafeței orizontului ei este A. Formula Bekenstein-Hawking pentru entropia unei găuri negre este atunci:

$$S_{gn} = A/4 \times \left(2\pi k c^3/(Gh)\right),$$

unde k este constanta lui Boltzmann, c este viteza luminii, G este constanta gravitațională a lui Newton, iar h este constanta lui Planck. Partea esențială a acestei relații este $A/4$.
Partea din paranteză este formată doar din constante fizice universale. Astfel, entropia unei găuri negre este proporțională cu aria suprafeței ei. Pe de altă parte, aria unei găuri negre sferice este proporțională cu pătratul masei găurii:

$$A = m^2 \times 8\pi(G^2/c^4).$$

Punând la un loc toate aceste relații, găsim că entropia unei găuri negre este proporțională cu pătratul masei sale:

$$S_{gn} = m^2 \times 4\pi^2(kG/hc).$$

Astfel, *entropia pe unitate de masă* (S_{gn}/m) a unei găuri negre este proporțională cu masa ei și devine tot mai mare pentru găuri negre din ce în ce mai mari. Astfel, pentru o masă dată – sau în mod echivalent, pentru o *energie* dată, exprimată prin relația lui Einstein $E=mc^2$ – cea mai mare valoare a entropiei se obține atunci când întreaga materie colapsează într-o gaură neagră! Mai mult, două găuri negre își cresc (enorm) entropia atunci când se unesc producând o singură gaură neagră! Găuri negre mari, ca cele care s-ar putea găsi în centrul unei galaxii, ar avea o entropie cu o valoare enormă – de departe mai mare decât tot ce am putea găsi în oricare altă situație fizică.

Există o mică corecție la cele spuse anterior privind valoarea cea mai mare a entropiei obținută atunci când întreaga masă este concentrată într-o gaură neagră. Analiza lui Hawking privind termodinamica unei găuri negre arată că de fapt unei găuri negre îi corespunde o *temperatură* nenulă. Una din implicațiile acestui fapt este că nu întreaga masă-energie poate fi cuprinsă în gaura neagră, în starea de maximă entropie, entropia maximă obținându-se atunci când gaura neagră se află în echilibru cu un "rezervor de radiație". Temperatura acestei radiații este extrem de scăzută pentru o gaură neagră de dimensiuni rezonabile. De exemplu, pentru o gaură neagră de aproximativ o masă solară, această temperatură ar fi de ordinul a 10^{-7}K, o valoare care este ceva mai mică decât cea mai mică temperatură măsurată în laboratoarele din zilele noastre și mult mai mică decât temperatura de 2,7K a spațiului intergalactic. Pentru găuri negre mai mari, această termperatură Hawking este chiar mai mică!

Temperatura Hawking devine semnificativă pentru discuția noastră doar dacă (i) în universul nostru ar putea exista multe găuri negre mult mai mici, denumite *mini-găuri negre*, sau dacă (ii) universul nu recolapsează înainte de *timpul de evaporare Hawking* – durata necesară pentru ca o gaură neagră să se evapore complet. Referindu-ne la (i) putem spune că mini-găuri negre pot fi produse doar în cazul unui big bang suficient de haotic. Astfel de găuri negre nu pot fi prea numeroase în universul nostru prezent, căci altfel efectele lor s-ar fi observat până acum; și mai mult, din punctul meu de vedere pe care-l susțin aici, astfel de de găuri negre ar trebui să lipsească cu desăvârșire. Referindu-ne la (ii), pentru o gaură neagră de o masă solară, timpul de evaporare Hawking este de aproximativ 10^{54} de ori mai lung decât vârsta prezentă a universului, iar pentru găuri negre mai mari, el ar fi considerabil mai lung. Rezultă de aici că aceste efecte nu pot să modifice substanțial discuțiile de mai sus.

Pentru a avea cât de cât o imagine asupra enormei valori a entropiei unei găuri negre, să vedem care a fost contribuția considerată anterior a fi cea mai mare la entropia universului și anume, radiația de corp negru de fond, de 2,7K. Astrofizicienii au fost complet uimiți de imensitatea valorii entropiei pe care această radiație o posedă, valoarea care este enormă în comparație cu valoarea entropiei pe care o putem găsi în alte procese (de exemplu în Soare). Entropia radiației de fond este de ordinul a 10^8 pentru fiecare barion (aici am exprimat în "unități naturale", în care constanta lui Boltzmann este egală cu unitatea). (De fapt, aceasta înseamnă că există 10^8 fotoni în radiația de fond pentru fiecare barion.) Asfel pentru cei 10^{80} barioni în total, vom avea o entropie totală de

$$10^{88}$$

pentru entropia radiației de fond din univers.

Într-adevăr, dacă nu am lua în considerare și găurile negre, această valoare ar reprezenta entropia *totală* a universului, deoarece entropia prezentă în radiația de fond ar surclasa pe aceea din toate celelalte procese normale. De exemplu, entropia per barion din Soare este de ordinul unității. Pe de altă parte, luând ca standard *gaura neagră*, entropia radiației de fond reprezintă doar un "mărunțiș". Deoarece formula Bekenstein-Hawking ne spune că entropia per barion într-o gaură neagră de masa Soarelui este de aproximativ 10^{20}, în unități naturale, dacă universul ar fi alcătuit în întregime din găuri negre de o masă solară fiecare, valoarea entropiei totale ar fi mult mai mare ca cea dată anterior și anume de

$$10^{100}.$$

Desigur, universul nu este construit în acest mod, dar această valoare ne dă o măsură a cât de "mică" trebuie să fie considerată entropia radiației de fond atunci când efectele implacabile ale gravitației încep să fie luate în considerație.

Să încercăm să fim ceva mai aproape de realitate. În loc să populăm în întregime galaxiile noastre cu găuri negre, să considerăm că sunt formate în cea mai mare parte din stele obișnuite – să zicem cam 10^{11} din ele – și să admitem că fiecare are câte o gaură neagră în centrul ei de o masă egală cu un milion de mase solare (adică 10^6, ceea ce ar putea fi rezonabil și pentru galaxia noastră, Calea Lactee). Calculele arată că entropia per barion ar fi acum în realitate ceva mai mare chiar decât valoarea enormă anterioară, de ordinul a 10^{21}, ceea ce va da, în unități naturale, o entropie totală de

$$10^{101}$$

Putem chiar să anticipăm că, după un timp suficient de lung, o fracțiune majoră din masa galaxiilor va fi încorporată în gaura neagră din centrul lor. Când se va întampla aceasta, entropia per barion va deveni 10^{31}, ceea ce va da o valaore totală monstruos de mare

$$10^{111}.$$

De altfel, noi considerăm un univers închis care ar trebui în cele din urmă să recolapseze. De aceea nu este nerezonabil să estimăm entropia colapsului final utilizând formula Bekenstein-Hawking gândind că întregul univers ar forma o gaură neagră. Acest calcul ne coduce la o entropie per barion de 10^{43} și la o valoare totală absolut neverosimilă pentru întregul big crunch de

$$10^{123}.$$

Această valoare ne va da o estimare a volumului **V** total al spațiului fazelor aflat la dispoziția Creatorului, deoarece această entropie trebuie să reprezinte logaritmul volumului celui mai mare compartiment. Deoarece 10^{123} este *logaritmul* volumului, volumul trebuie să fie *10 la acest exponent*, adică (în unități naturale):

$$V = 10^{10^{123}}.$$

(Unii cititori și-au dat seama că ar fi trebuit să scriu e la puterea 10^{123} și nu 10 la această putere, dar pentru numere de această valoare diferența nu mai contează!) Oare cât de mare a fost volumul inițial din spațiului fazelor **W** pe care Creatorul a trebuit să-l țintească pentru a produce un univers compatibil cu a doua lege a termodinamicii și cu cel pe care îl observăm noi acum? Nu contează prea mult dacă alegem valoarea dată de găurile negre galactice sau de radiația de fond, respectiv:

$$W = 10^{10^{101}} \quad \text{sau} \quad W = 10^{10^{88}}$$

sau o valoare ceva mai mică (și, de fapt, mai corectă) care ar fi valoarea mai aproape de *realitate* la big bang. Oricare ar fi aceasta, raportul **V** către **W** ar fi în jurul a

$$V/W = 10^{10^{123}}.$$

(Încercați să verificați: $10^{10^{123}} \div 10^{10^{101}} = 10^{(10^{123}-10^{101})} = 10^{10^{123}}$ rezultat aproximativ, dar destul de exact.)

Această valoare ne arată cât de precis a trebuit Creatorul să țintească, și anume cu o precizie de

$$\text{o parte din } 10^{10^{123}}.$$

Aceasta este o valoare extraordinar de mare. Nu putem nici măcar *scrie în întregime acest număr*, în baza zece: ar fi "1" urmat de 10^{123} de zero-uri succesive! Chiar dacă am vrea să scriem câte un "0" pe fiecare proton și pe fiecare neutron din întregul univers – de fapt am putea să luăm la rând și toate celelalte particule – nu vom putem scrie întregul număr din lipsă de particule. Precizia cu care trebuie pornit acest univers încă de la început în cursa sa nu este cu nimic inferioară preciziei extraordinare pe care ne-am obișnit să o întâlnim în superbele ecuații dinamice (ale lui Newton, Maxwell, Einstein) care guvernează comportarea lucrurilor în fiecare clipă.

Dar, oare, *de ce* a fost big bang-ul atât de precis organizat, în timp ce big crunch-ul (sau singularitățile din găurile negre) ne așteptăm să fie total haotic? S-ar părea că această problemă poate fi discutată în termenii comportării părții **WEYL** a curburii spațiu-timpului, la singularitățile spațio-temporale. Ceea ce pare să rezulte este că există o constrângere

$$\mathbf{WEYL} = 0$$

(sau ceva foarte asemănător) la singularitățile *inițiale* ale spațiu-timpului – dar nu și la cele finale – și se pare că acesta a fost motivul care a limitat alegerea Creatorului la această foarte mică regiune din spațiul fazelor. Presupunerea că această constrângere se aplică oricărei singularități spațio-temporale inițiale – dar nu și finale – eu am denumit-o *ipoteza curburii Weyl*. Astfel, se pare că va trebui să înțelegem de ce este necesară o astfel ipoteză temporal asimetrică pentru a înțelege de unde apare legea a doua a termodinamicii.[12]

Cum puteam oare obține și alte elemente care să ne permită înțelegerea originii legii a doua? Se pare că am intrat într-un impas. Noi trebuie să înțelegem de ce *singularitățile spațio-temporale* posedă structura pe care o au;

dar singularitățile spațio-temporale sunt regiuni în care cunoștințele noastre de fizică și-au atins limitele. Impasul pe care-l provoacă existența singularităților spațio-temporale este uneori comparat cu un altul: cel în care s-au aflat fizicienii la începutul secolului și care se referea la stabilitatea atomilor (vezi și paragraful despre problemele fizicii clasice din capitolul 6). În ambele cazuri, teoriile bine stabilite ale fizicii clasice au condus la răspunsul "infinit" și prin aceasta s-au dovedit inutilizabile. Comportarea neobișnuită prezentată de colapsul electromagnetic al atomilor a fost rezolvată cu ajutorul fizicii *cuatice.* În mod corespunzător s-ar putea ca teoria cuantică să fie cea care să conducă la o teorie finită pentru "infinitul" prezis de teoria clasică a singularităților spațio-temporale în cazul colapsului gravitațional al stelelor. Dar aceasta nu poate fi o teorie cuantică obișnuită. Ea trebuie să fie o teorie cuantică a însăși structurii spațiu-timpului. O astfel de teorie, dacă ar exista, ar fi denumită *"gravitație cuantică"*. Lipsa unei teorii a gravitației cuantice nu este rezultatul unei lipse de efort, de cunoștiințe temeinice în această direcție, sau de ingeniozitate din partea fizicienilor. Multe minți eminente au încercat să construiască o astfel de teorie, dar fără succes. Acesta este impasul în care am fost conduși în final în încercările noastre de a înțelege direcționalitatea și curgerea timpului.

S-ar putea foarte bine ca cititorul să se întrebe la ce ne-a folosit atunci toată această călătorie pe care am făcut-o? În încercarea noastră de a înțelege de ce timpul pare să curgă doar într-o direcție, și nu și în cealaltă, a trebuit să călătorim chiar până la limitele timpului, acolo unde chiar noțiunea de spațiu se pierde. Ce am învățat din toate acestea? Am învățat că teoriile noastre nu sunt încă suficient de bune pentru a da un răspuns. Dar, oare, în ce fel putem folosi toate acestea pentru încercările noastre de a înțelege mintea omenească? În ciuda faptului că nu avem o teorie adecvată, eu cred că putem învăța multe din această calătorie pe care am efectuat-o până acum. Să revenim deci acasă. Călătoria de întoarcere va fi de data aceasta ceva mai speculativă, dar după părerea mea, nu există o cale mai bună spre fundamente!

1. Unii fizicieni mai "ortodocși" ar prefera poate să folosească termenul de con de lumină al observatorului în loc de spațiul lui simultan. Dar aceasta nu va modifica cu nimic rezultatele și concluziile noastre.
2. Se poate câștiga entropie combinând nuclee ușoare (de exemplu hidrogenul) din stele, pentru a forma nuclee mai grele (de exemplu, heliu sau, în final, fier). În mod asemănător, hidrogenul prezent pe Pământ este "mai puțin entropie", și o parte din el îl vom putea eventual folosi pentru a-l converti în heliu în reactorii de "fuziune". Posibilitatea de a produce entropie prin acest procedeu este rezultatul faptului că gravitația a permis ca nucleele să fie concentrate împreună, cu toate că foarte mulți fotoni au scăpat în spațiul cosmic alcătuind ceea ce acum formează radiația de fond de corp negru de 2,7 K (vezi capitolul 7 despre cosmologie si big bang). Această radiație are o entropie enorm de ridicată

în comparație cu cea prezentă în materia din stelele obișnuite. Dacă ar fi să o reintroducem din nou în materia stelară, ea ar servi la dezintegrarea majorității acestor nulcee grele în particulele lor constituente! Entropia care se obține prin fuziune este doar "temporară" și este facilitată de prezența efectului concentrator al gravitației. Vom vedea ulterior că deși entropia disponibilă ca urmare a reacțiilor de fuziune ale nucleelor este foarte mare în comparație cu cea obținută până acum pe cale gravitațională – iar entropia radiației de corp negru de fond este enorm de mare – aceasta este doar o situație temporară și pur locală. Resursele entropice ale gravitației sunt *enorme* în comparație fie cu reacțiile de fuziune fie cu radiația de 2,7 K (vezi finalul capitolului acesta)!

3. Date recente obținute prin foraje adânci în Suedia pot fi interpretate ca fiind un suport pentru teoria lui Gold, dar problemele sunt mult mai complicate, existând explicații alternative, convenționale.
4. În acest caz eu iau în considerare ceea ce se numește o supernovă de "tip II". Dacă ar fi fost o supernovă de "tip I", am avea din nou problema câștigului "temporar" de entropie pe care o dă fuziunea (vezi nota 2). Dar este puțin probabil ca supernovele de tip I să producă mult uraniu.
5. M-am referit la modele cu curbură spațială nulă sau negativă ca fiind modele *infinite*. Există totuși procedee prin care astfel de modele pot fi "împăturite" astfel încât ele să devină finite spațial. Această posibilitate – care pentru universul prezent pare a fi nerelevantă – nu influențează semnificativ discuția și eu propun să nu ne preocupe aceasta acum.
6. Bazele experimentale ale acestei siguranțe exprimate de mine, provin în principal de la două categorii de date. Primele se referă la datele privind comportarea particulelor care se ciocnesc între ele la viteze care sunt relevante; ele se ciocnesc, se fragmentează și se crează noi particule. Astfel de efecte se cunosc deoarece se produc în multe laboaratoare din lume unde există acceleratoare de particule de mare energie, dar se cunosc și din comportarea particulelor din radiațiile cosmice care ajung pe Pământ provenind din spațiul cosmic. A doua categorie de date se referă la faptul că parametrii care guvernează modul de interacțiune al particulelor nu s-au schimbat nici măcar cu o milionime în ultimii 10^{10} ani (vezi Barrow, 1988) astfel încât este foarte probabil ca ei să nu se fi schimbat în mod semnificativ (și probabil de loc) de la momentul sferei de foc primordiale.
7. Principiul lui Pauli nu interzice de fapt ca electronii să se găsească toți "în același loc", ci interzice ca doi electroni să se găsească în aceeași "stare" – ceea ce implică atât mișcarea cât și spinul lor. Demonstrația exactă este ceva mai delicată și a fost subiectul multor discuții, în particular din partea lui Eddington, la momentul în care ea a fost propusă pentru prima dată.
8. Un astfel de raționament a fost propus încă din 1784 de către astronomul englez John Michell și independent de către Laplace ceva mai târziu. Concluzia lor a fost aceea că cele mai masive și mai concentrate corpuri din univers ar putea fi total invizibile – ca și găurile negre – dar raționamentele lor (evident profetice) au fost bazate pe teoria newtoniană, din care cauză ele sunt discutabile. O tratare corectă folosind relativitatea generală a fost dată pentru prima dată de John Robert Oppenheimer și Hartland Snyder (1939).
9. De fapt localizarea *exactă* a orizontului, în cazul general al unei găuri negre generale, nestaționare, nu poate fi direct apreciată prin măsurători. În parte aceasta depinde de cunoașterea întregii materii care va cădea în gaura neagră în *viitorul* ei!
10. Vezi discuțiile lui Belinskii, Khalatnikov și Lifshitz (1970) și Penrose (1979b).
11. Este tentant să se caute să se identifice contribuția gravitațională la entropia unui sistem utilizând o măsură legată de curbura totală Weyl, dar până în prezent o astfel de măsură nu a fost găsită. (În orice caz, în general vorbind, această măsură ar avea niște proprietăți nelocale, incomode.) Din fericire pentru discuțiile de față, nu este necesară o astfel de măsură.

12. Există în prezent un punct de vedere destul de popular, denumit "scenariu inflaționist", ce își propune să explice dece, printre altele, universul este așa de uniform la scară mare. Conform acestui punct de vedere, universul a suferit o puternică expansiune într-un moment apropiat de cel inițial – la o scară mult mai mare decât expansiunea "obișnuită" propusă de modelul standard. Ideea constă în afirmația că această puternică expansiune șterege orice urmă de neregularitate. Dar, fără o cosntrângere inițială ceva mai tare, cum ar fi cea dată de ipoteza curburii Weyl, inflația nu poate să producă acest efect. Ea nu introduce nici o componentă asimetrică temporal care să poată explica diferența dintre singularitatea inițială și cea finală. (Mai mult, ea se bazează pe unele teorii ce nu sunt prea bine fundamentate – teorii *GUT* (Grand Unified Theories – teorii de mare unificare N.T.) – care au un statut doar *DE ÎNCERCARE*, în terminologia din capitolul 5. Pentru o evaluare critică a "inflației", în contextul discuției din acest capitol, vezi Penrose, 1989b.)

8

ÎN CĂUTAREA GRAVITAŢIEI CUANTICE

Este necesară gravitaţia cuantică?

Ce lucruri noi despre creierul omenesc sau despre gândire putem reţine din ceea ce am văzut în capitolul anterior? Cu toate că am reuşit să aruncăm o privire rapidă asupra unora dintre principiile fizice care stau la baza perceperii "trecerii timpului" într-un singur sens, se pare că nu am făcut nici un pas în înţelegerea motivului pentru care noi percepem trecerea timpului, sau chiar a motivului pentru care o percepem în general. Din puctul meu de vedere, sunt necesare aici idei mult mai radicale. Modul în care eu am discutat până acum problemele nu a fost deosebit de radical, deşi uneori am exprimat puţin diferit, lucruri cunoscute.

Ne-am familiarizat cu principiul al doilea al termodinamicii şi am încercat să conving cititorul că originea acestei legi – prezentate nouă de către Natură în forma particulară pe care ea a aleas-o – se află în enorma constrângere geometrică asupra big bang-ului ce a reprezentat originea universului, şi anume, în *ipoteza curburii Weyl*. O serie de cosmologi preferă să caracterizeze această constrângere iniţială într-un alt mod, dar o astfel de restricţie asupra singularităţii iniţiale este absolut necesară. *Consecinţele* pe care le voi deduce din această ipoteză vor fi mult mai puţin convenţionale decât ipoteza însăşi. Eu presupun că este necesară o schimbare chiar în structura de bază a teoriei cuantice!

Această schimbare îşi va evidenţia rolul atunci când mecanica cuantică se va uni în mod convenabil cu teoria generală a relativităţii, formând ceea ce se va numi teoria *gravitaţiei cuantice*. Majoritatea fizicienilor consideră că mecanica cuantică nu va trebui modificată atunci când va fi unificată cu teoria generală a relativităţii. Mai mult, ei consideră că, la o scară relevantă pentru creierul nostru, efectele fizice ale *oricărui* aspect al gravitaţiei cuantice vor trebui să fie complet nesemnificative! Ei afirmă (şi pe bună dreptate) că deşi astfel de efecte fizice ar putea fi într-adevăr importante la scara unei distanţe absurd de mici cunoscută sub numele de *lungime Planck*[*] – care are valoarea de 1×10^{-35} m, adică o lungime de 100.000.000.000.000.000.000 de ori mai mică decât dimensiunea celei mai mici particule subatomice – aceste efecte nu ar trebui să aibă un efect sesizabil la distanțe mult, mult mai mari, "normale" pentru scara atomică, de ordinul a 1×10^{-12} m, la care au loc procesele chimice și fizice importante pentru funcționarea creierului. Într-adevăr, aproape că nici gravitația *clasică* (adică cea necuantică) nu are efecte asupra acestor procese electrice și chimice. Dacă gravitația clasică nu are vreo influență, atunci cum s-ar putea ca o "corecție cuantică", infim de mică, la teoria clasică să producă vreun efect? Mai mult, deoarece nu au fost niciodată observate *abateri* de la teoria cuantică, ar fi și *mai* nerezonabil să ne imaginăm că astfel de presupuse deviații infinitezimale de la teoria cuantică standard ar fi capabile să joace vreun rol în fenomenele mentale!

Eu voi raționa însă în alt mod. Nu mă va interesa prea mult ce efecte ar putea avea mecanica cuantică asupra teoriei noastre (teoria relativității generale a lui Einstein) privind structura spațiu-timpului, ci *invers,* și anume, ce efecte ar putea avea teoria spațio-temporală a lui Einstein asupra structurii mecanicii cuantice. Trebuie să remarc că voi propune un punct de vedere *neconvențional.* Este total neconvențional să se presupună că relativitatea generală poate să aibă vreo influență asupra structurii mecanicii cuantice! Fizicienii, în general, nu cred că structura mecanicii cuantice trebuie modificată în vreun fel. Este adevărat, de asemenea, că s-au întâmpinat greutăți insurmontabile în aplicarea legilor mecanicii cuantice la teoria lui Einstein. Ca urmare, reacția fizicienilor a fost aceea de a folosi dificultatea menționată ca motivație pentru a modifica teoria lui *Einstein,* și nu pe cea cuantică.[1]

Punctul meu de vedere este aproape opus. Eu cred că problemele din interiorul teoriei cuantice au un caracter fundamental. Să ne reamintim de incompatibilitatea dintre cele două procedee de bază, **U** și **R** ale mecanicii cuantice (**U** – numită evoluție *unitară* – ce ascultă de *ecuațiile lui Schrödinger,* care sunt complet deterministe, și **R** care reprezintă *reducerea vectorului de stare,* ce are caracter probabilist, pe care trebuie să-l aplicăm ori de câte ori se consideră ca s-a efectuat o "observație").

Din punctul meu de vedere, această incompatibilitate este ceva ce *nu se poate* rezolva adecvat doar prin simpla adoptare a unei "interpretări" corespunzătoare a mecanicii cuantice (cu toate că se consideră că, într-un fel, aceasta trebuie să se poată face), ci doar printr-o teorie radical nouă, în care cele două procedee **U** și **R** vor fi privite ca aproximații diferite (dar foarte bune)

[*] Aceasta este distanța ($10^{-35}\text{m}=\sqrt{\hbar G c^{-3}}$) la care așa numitele "fluctuații cuantice" ce sunt caracteristice chiar metricii spațiu-timpului ar trebui să fie atât de mari încât ideea obișnuită de spațiu-timp neted și continuu încetează să mai fie valabilă. (Fluctuațiile cuantice sunt o consecință a principiului de incertitudine a lui Heisenberg, despre care am discutat în capitolul 6.)

ale unui *singur* procedeu mult mai cuprinzător și exact. În consecință, punctul meu de vedere este acela că va trebui schimbată chiar această extraordinar de precisă mecanică cuantică, și că "forța" acestei schimbări va proveni din teoria relativității generale a lui Einstein. Voi merge chiar mai departe, și voi spune că această căutată teorie a *gravitației cuantice* este aceea care trebuie să conțină, ca o componentă fundamentală, presupusul procedeu combinat **U/R**.

Pe de altă parte, din punct de vedere *convențional*, orice implicații directe ale gravitației cuantice ar fi de o natură mult mai ezoterică. Am menționat anterior posibilitatea modificării fundamentale a spațiu-timpului la dimensiunea ridicol de mică a lungimii Planck. Există, de asemenea, motive de a crede (justificate din punctul meu de vedere) că gravitația cuantică ar trebui să fie implicată în mod fundamental în determinarea în ultimă instanță a naturii menajeriei de "particule elementare" observate.

În prezent, nu există, de exemplu, o teorie capabilă să explice de ce masele particulelor trebuie să fie cele care sunt – dat fiind că "masa" este un concept intim legat de conceptul de gravitație. (Într-adevăr, masa este "sursa" unică de gravitație). De asemenea, se consideră (conform unei mai vechi teorii propuse în 1955 de către fizicianul suedez Oskar Klein) că o corectă teorie a graviației ar trebui să fie capabilă să elimine termenii "infiniți", care în prezent crează dificultăți teoriei cuantice a câmpului (vezi paragraful privind teoria cuantică a câmpului din capitolul 6). Fizica este un tot unitar, iar o teorie *adevarată* a gravitației cuantice, atunci când o vom avea în cele din urmă, va constitui cu siguranță o parte profundă a înțelegerii în amănunt a legilor universale ale Naturii.

Suntem însă departe de o astfel de înțelegere. De altfel, orice presupusă teorie a gravitației cuantice ar fi cu siguranță foarte departe de fenomenele care guvernează comportarea creierului. Activitatea creierului, în special, pare cu atât mai puțin legată de rolul (acceptat în general) pe care ar trebui să-l joace gravitația cuantică în rezolvarea impasului în care am ajuns în capitolul anterior, și anume, în problema *singularităților spațiu-timpului* – singularități din teoria clasică a lui Einstein, ce apar în tratarea problemei *big bang*-ului și a *găurilor negre* – și, de asemenea, a "imploziei finale" (*big crunch*), în cazul în care universul nostru va decide ca în final să colapseze. Într-adevăr, acest rol ar *părea* să fie destul de îndepărtat. Eu voi demonstra că totuși aici există un fir subțire, dar important, de conexiune logică. Să încercăm să vedem care este această conexiune.

Pe ce se bazează ipoteza curburii Weyl?

După cum am spus, chiar punctul de vedere convențional ne sugerează că gravitația cuantică ar trebui să fie aceea care va veni în ajutorul teoriei clasice a relativității generale pentru a rezolva enigma singularităților spațiu-timpului. Astfel, gravitația cuantică este aceea care ne va furniza o teorie ce are coerență, în locul unor răspunsuri fără sens de tipul termenilor "infiniți", dați de teoria clasică. Eu sunt întru totul de acord cu acest punct de vedere că, în acest domeniu, gravitația cuantică își poate arăta posibilitățile. Cu toate acestea, teoreticienii nu prea știu cum să se descurce, deoarece caracteristica principală a gravitației cuantice este asimetria ei temporală! În momentul big bang-ului – *singularitatea din trecut* - gravitația cuantică trebuie să ne spună că este necesar să existe o condiție de tipul

$$\mathbf{WEYL} = 0$$

din momentul în care are sens să vorbim în termenii unor concepte clasice ale geometriei spațiului-timp. Pe de altă parte, pentru singularitățile din interiorul găurilor negre, și eventual pentru cea de la momentul colapsului final, big crunch (posibil) – *singularități viitoare* – nu apar astfel de restricții și ne așteptăm ca tensorul Weyl să devină infinit:

$$\mathbf{WEYL} \rightarrow \infty,$$

odată cu apropierea de singularitate. Din punctul meu de vedere, aceasta este o indicație clară că teoria corectă pe care noi o căutam trebuie să fie asimetrică în timp:

gravitația cuantică căutată de noi trebuie să fie o teorie asimetrică în timp.

Aici cititorul trebuie avertizat asupra faptului că această concluzie, care pare a fi evidentă și necesară, din modul în care am prezentat lucrurile, *nu* este acceptată ca un lucru de la sine înțeles! Mulți dintre cercetătorii care lucreaza în acest domeniu nu sunt dispuși să adere la acest punct de vedere. Motivul pare a fi faptul că nu există o modalitate clară prin care metodele convenționale și bine cunoscute de cuantificare (în măsura în care se pot aplica) ar putea produce o teorie cuantică asimetrică temporal, de vreme ce teoria clasică corespunzătoare (relativitatea generală standard sau una din variantele ei) la care sunt aplicate aceste procedee este simetrică în timp. În mod corespunzător, acești teoreticieni porniți în căutarea gravitației cuantice (atunci când se ocupă de astfel de probleme, ceea ce se întâmplă destul de rar!), sunt obligați să caute în altă parte o "explicație" a valorii scăzute a entropiei la big bang.

Este posibil ca mulți fizicieni să susțină că o ipoteză, cum este cea a anulării inițiale a curburii Weyl, fiind o alegere a unei "condiții la frontieră" și nu o lege dinamică, nu este în sarcina și puterile fizicii să o explice. De fapt, ei susțin că avem de-a face cu o "alegere a Domnului", și că, deci, nu este sarcina noastră să înțelegem de ce a fost aleasă această condiție la frontieră și nu o alta. Cu toate acestea, după cum am văzut, constrângerea pe care această ipoteză a impus-o "acului Creatorului", nu este nici mai puțin extraordinară și nici mai puțin exactă decât toate celelate structuri și aranjamente precise și remarcabil de perfect organizate care constitue legile dinamice pe care am început să le înțelegem prin intermediul ecuațiilor lui Newton, Maxwell, Einstein, Schrödinger, Dirac și alții. Cu toate că s-ar putea considera că principiul al doilea al termodinamicii are un caracter vag și statistic, el provine totuși dintr-o constrângere geometrică extrem de precisă. Nu mi se pare înțelept să se renunțe la înțelegerea constrângerilor ce au acționat asupra "condiției la frontieră" care a fost big bang-ul, de vreme ce demersul științific, de până acum, s-a dovedit atât de valoros încât a permis înțelegerea ecuațiilor dinamice. După părerea mea, acest demers științific face parte din știință tot atât de mult ca și acela ce a permis înțelegerea ecuațiilor dinamice, chiar dacă face parte dintr-o parte a științei pe care nu o înțelegem, încă, cum se cuvine.

Istoria științei a arătat cât de valoroasă a fost această idee de a separa *ecuațiile dinamice* ale fizicii (legile lui Newton, ecuațiile lui Maxwell etc.) de așa numitele *condiții la limită,* condiții pe care trebuie să le punem pentru ca soluțiile fizice corespunzătoare ale acestor ecuații să poată fi despărțite de mulțimea celor necorespunzătoare. Din punct de vedere istoric, ecuațiile dinamice au fost primele care au avut forme simple. Mișcările particulelor satisfac unor legi simple, dar, de fapt, *ordonarea reală* a particulelor pe care noi o observăm în natură nu pare să corespundă prea des unor astfel de legi simple. Uneori, aceste ordonări par a fi simple la prima vedere – cum ar fi, de exemplu, mișcarea planetelor pe orbite eliptice, propusă de către Kepler – dar apoi se descoperă că simplitatea lor este o *consecință* a legilor dinamice. Înțelegerea în profunzime a venit întotdeauna prin intermediul legilor dinamice, iar pe parcurs s-a dovedit că această simplitate este doar o aproximație a unei situații mai puțin simple, cum ar fi mișcarea planetară perturbată (mișcare aproape eliptică) care este observată în realitate, și care poate fi, de asemenea, explicată cu ajutorul legilor dinamicii newtoniane. Condițiile la limită sunt cele care permit "pornirea" sistemului, legile dinamicii fiind cele care-l guvernează în continuare. Posibilitatea separării comportării dinamice de cea a structurii universului este una dintre cele mai mari realizări ale fizicii.

Am afirmat anterior că această separare în ecuații dinamice și în condiții la limită a fost, istoric vorbind, de o importanță vitală. Faptul că este posibilă o astfel de separare, în principiu, este o proprietate a tipului *particular* de ecuații (ecuații diferențiale) care apar întotdeauna în fizică. Dar, eu cred că această separare se va menține. După părerea mea, vom constata că această separare în ecuații dinamice și în condiții la limită va dispărea atunci când vom ajunge în final la înțelegerea legilor, sau a principiilor care guvernează *în realitate* comportarea universului nostru – și nu doar la înțelegerea minunatelor aproximații la care am ajuns până acum, și care constituie teoriile noastre SUPERBE. Va rămâne, în schimb, doar o schemă consistentă și comprehensivă de o deosebită frumusețe. Desigur, spunând aceasta, eu exprim un punct de vedere pur personal. Cu siguranță că mulți nu sunt de această părere. Dar acesta este punctul meu de vedere pe care îl am drept ghid în încercarea de explorare a implicaţiilor posibile ale unei teorii necunoscute a gravitaţiei cuantice. (Acest punct de vedere va fi şi cel care va conduce considerentele mele speculative din ultimul capitol).

Oare cum am putea explora implicaţiile unei teorii necunoscute? S-ar putea ca lucrurile să nu fie chiar atât de imposibile pe cât par. Cerinţa fundamentală este consistenţa! Pentru început, voi cere cititorului să accepte că propusa noastră teorie – pe care o voi denumi GCC ("gravitaţie cuantică corectă"!) – va da o explicaţie ipotezei curburii Weyl (ICW). Aceasta înseamnă că singularităţile *iniţiale* trebuiesc constrânse astfel încât să dea **WEYL** = 0 în viitorul imediat al singularităţii. Acestă constrângere trebuie să fie o consecinţă a legilor GCC, şi astfel trebuie să se aplice *oricărei* "singularităţi iniţiale", nu doar singularităţii particulare pe care o numim "big bang". Nu fac afirmaţia că în universul nostru ar *trebui* să fie şi alte singularităţi iniţiale în afara big bang-ului, dar important este că *dacă* ar fi, atunci aceste singularităţi ar trebui să fie supuse acestor constrângeri date de ICW. O singularitate iniţială ar putea fi, în principiu, una din care ar putea apărea particulele. Această singularitate este opusă celei de tip gaură neagră, în care particulele pot cădea – aceasta fiind o singularitate *finală*.

Un tip posibil de singularitate iniţială, alta decât big bang-ul, ar putea fi singularitatea de tip *gaură albă* ("white hole") – care, după cum am văzut în capitolul 7, este o inversie temporală a unei găuri negre (vezi figura 7.14). Dar, am văzut că singularităţile din interiorul găurilor negre trebuie să satisfacă **WEYL** $\rightarrow \infty$, astfel încât şi pentru o gaură albă ar trebui să avem, **WEYL**$\rightarrow\infty$. Dar această singularitate este acum una *iniţială*, pentru care ICW cere ca **WEYL** = 0. Astfel că ICW *elimină* posibilitatea existenţei găurilor albe în universul nostru! (Din fericire, această concluzie este nu numai de dorit din motive termodinamice – deoarece gaura albă ar reprezenta o puternică violare a principiului al doilea al termodinamicii – dar este confirmată şi de observaţii! Din timp în timp, diferiţi astrofizicieni au postulat existenţa găurilor albe pentru a încerca să explice unele fenomene, dar de fiecare dată aceasta a ridicat mai multe probleme decât a explicat). Observaţi că eu nu consider big bang-ul ca fiind o "gaură albă". O gaură albă ar avea o singularitate iniţială *localizată* care nu ar fi capabilă să satisfacă condiţia **WEYL** = 0; dar un big bang atotcuprinzător *poate* avea **WEYL** = 0, şi existenţa lui este permisă de ICW, dacă această constrângere acţionează asupra lui.

Există un alt tip posibil de "singularitate iniţială", şi anume, locul propriu-zis al *exploziei unei găuri negre* care în final a *dispărut* după (aproximativ) 10^{64} ani de la evaporarea Hawking (vezi ultimul paragraf al capitolului 7 şi paragraful despre cutia lui Hawking din acest capitol)! Există multe speculaţii (argumentate foarte plauzibil) privind natura acestui fenomen prezumtiv. Eu cred că este plauzibil să nu existe contradicţii cu ICW în acest caz. O astfel de explozie (localizată) poate fi efectiv instantanee și simetrică, și, în consecință, eu nu văd nici o contradicție cu ipoteza **WEYL** = 0. În orice caz, presupunând că nu există mini găuri negre (vezi același ultim paragraf din capitolul 7), este plauzibil ca prima explozie de acest fel să nu aibă loc până ce universul nu va fi depășit vârsta de 10^{54} ori intervalul de timp T de la formarea lui până acum! Pentru a putea aprecia cât de lung este intervalul de timp dat de $10^{54} \times T$, să ne imaginăm că putem comprima T până la cel mai mic interval pe care-l putem măsura – cel mai scurt timp de viață a unei particule instabile cunoscute – atunci vârsta reală a universului nostru în prezent ar fi mai mică decât $10^{54} \times T$ de un milion de milioane de ori!

Alți cercetători ar putea să atace problema din alt punct de vedere decât îl propun eu. Ei ar putea susține[2] că GCC nu ar trebui să fie neapărat asimetrică în timp, dar că, de fapt, ar trebui acceptată prezența a *doua tipuri* de structură singulară: una care cere **WEYL** = 0 și o alta care cere **WEYL** $\rightarrow \infty$. Este o întâmplare că există o singularitate de primul tip în universul nostru și că percepția noastră asupra curgerii timpului (ca o consecință a celui de al doi-lea principiu al termodinamicii) plasează această singularitate în ceea ce noi numim "trecut", și nu în ceea ce noi numim "viitor". Totusi, eu cred că acest raționament așa cum este el exprimat, nu este corespunzător. El nu explică de ce nu există și *alte* singularități inițiale de tipul **WEYL** $\rightarrow \infty$ (și nici altele de tipul **WEYL** = 0). De ce, conform acestui punct de vedere, universul nu este ciuruit de astfel de găuri albe? Deoarece este de presupus că este ciuruit de găuri negre, avem nevoie de o explicație privind lipsa găurilor albe.*

Un alt argument care se invocă uneori în acest context este așa numitul *principiu antropic* (vezi Barrow și Tipler 1986). Conform acestui principiu, universul particular în care noi observăm că existăm este selectat din totalitatea universurilor *posibile* prin faptul că *noi* (sau cel puțin un tip oarecare de creaturi gânditoare) trebuie să fim prezenți pentru a-l observa! (Voi reveni asupra principiului antropic în capitolul 10). Se afirmă, folosind acest principiu, că ființe inteligente ar putea exista doar într-un univers cu un tip de big bang foarte special – și prin urmare, ceva de genul ICW ar putea fi o consecință a acestui principiu. Totuși, acest principiu nu ne duce mai aproape față de cele $10^{10^{123}}$ variante care ne arată cât de "special" a fost big bang-ul, după cum am văzut în capitolul 7 (ultimul paragraf). După un calcul estimativ, întregul sistem solar împreună cu toți locuitorii lui pot fi creați prin simple ciocniri aleatoare ale particulelor, și ca să zicem așa, mai "ieftin" decât în modul descris anterior,

* Unii ar putea argumenta (corect) că datele observaționale nu sunt încă suficiente pentru a susține ideea mea că există găuri negre în univers, dar că nu există găuri albe. Argumentul meu este însă de natură teoretică. Găurile negre sunt în acord cu al doilea principiu al termodinamicii pe când găurile albe, nu! (Evident că putem pur și simplu *postula* principiul al doilea împreună cu absența găurilor albe; dar noi dorim să obținem ceva mai profund decât aceasta, cu privire la originile principiului al doilea).

și anume cu o "improbabilitate" (măsurată în termeni de volume în spațiul fazelor) de "doar" unu la $10^{10^{60}}$. Din păcate, atât poate să facă pentru noi principiul antropic, lipsindu-ne încă foarte mult din ceea ce este necesar. De altfel, nici principiul antropic nu ne ofera o explicație pentru lipsa găurilor albe.

Asimetria temporală la reducerea vectorului de stare

Se pare că într-adevăr noi suntem obligați să aderăm la concluzia că GCC trebuie să fie o teorie asimetrică în timp, iar ICW (sau ceva echivalent ei) devine una din consecințele teoriei. Cum vom putea oare obține o teorie temporal asimetrică din doua teorii simetrice în timp: teoria cuantică și relativitatea generală? Există se pare un număr de posibilități tehnice de a face acest lucru, dar nici una dintre acestea nu au fost duse prea departe (vezi Ashtekar și colaboratorii 1989). În orice caz, eu doresc să explorez o altă pistă. Am arătat că teoria cuantică este "simetrică în timp", dar aceasta se referă în realitate doar la partea **U** a teoriei (ecuația Schrödinger etc.). Când am discutat despre simetria temporală a legilor fizicii, la începutul capitolului 7, am neglijat în mod voit partea **R** (colapsul funcției de undă). Există o părere răspândită că și **R** ar trebui să fie simetric în timp. Este posibil ca această părere să provină parțial din faptul că se ezită în a se considera **R** ca fiind un proces "real", independent de **U**, astfel încât simetria temporală a lui U ar trebui să implice simetria temporală și a lui **R**. Aș dori să arăt că *nu este așa*: **R** este asimetric în timp – cel puțin dacă luăm în considerație faptul că "**R**" înseamnă procedeul pe care fizicienii îl adoptă de fapt atunci când calculează probabilitățile din mecanica cuantică.

Să ne reamintim, pentru început, de procedeul care este utilizat în mecanica cuantică și care este numit reducerea vectorului de stare (**R**) (vezi figura 6.23). În figura 8.1, am arătat schematic modul neobișnuit în care se descrie evoluția în timp a vectorului de stare $|\psi\rangle$ în mecanica cuantică. În cea mai mare parte a timpului această evoluție se realizează în concordanță cu evoluția *unitară U* (ecuația lui Schrodinger), dar la anumite momente, când se consideră că s-a efectuat o "observație" (sau o "măsurătoare"), se adoptă procedeul **R**, și vectorul de stare $|\psi\rangle$ efectuează un *salt* intr-un alt vector de stare, să zicem $|\chi\rangle$, unde $|\chi\rangle$ este una dintre două sau mai multe stări alternative, ortogonale, posibile $|\chi\rangle$, $|\varphi\rangle$, $|\theta\rangle$, . . . determinate de natura particulară a observației O care se efectuează. Probabilitatea p de a efectua saltul de la $|\psi\rangle$ la $|\chi\rangle$ este dată de valoarea cu care pătratul lungimii $|\psi|^2$ a lui $|\psi\rangle$ se micșorează prin proiectarea lui $|\psi\rangle$ pe direcția lui $|\chi\rangle$ (în spațiul Hilbert). (Matematic, acesta are aceeași valoare cu aceea cu care s-ar fi micșorat $|\chi|^2$, atunci când $|\chi\rangle$ ar fi fost proiectat pe direcția lui $|\psi\rangle$.) Așa cum se știe, aceast procedeu este asimetic temporal, deoarece imediat *după* ce observația O a fost efectuată, vectorul de stare este

unul din posibilele alternative ale *setului dat* |χ⟩, |φ⟩, |θ⟩, . . . *determinate de* O, în timp ce imediat *înainte de O,* vectorul de stare a fost |ψ⟩, care *nu* trebuia să fi fost una dintre aceste alternative date. Cu toate acestea, această asimetrie este doar aparentă și ea poate fi remediată exprimând altfel evoluția vectorului de stare. Să considerăm o evoluție cuantică *în sens invers temporal.* Acestă descriere ciudată este ilustrată în figura 8.2. Acum considerăm că starea imediat *înainte* de O este |χ⟩, și nu imediat după, și vom considera evoluția unitară ca aplicându-se *în sens invers temporal* înspre momentul observației *anterioare* O'
.

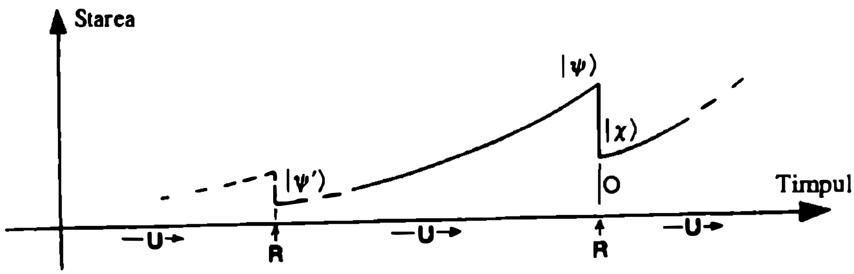


Fig. 8.1. Evoluția temporală a vectorului de stare: evoluția uniformă unitară **U** (dată de ecuația Schrödinger) punctată de momente de discontinuitate produse de reducerea vetorului de stare **R**

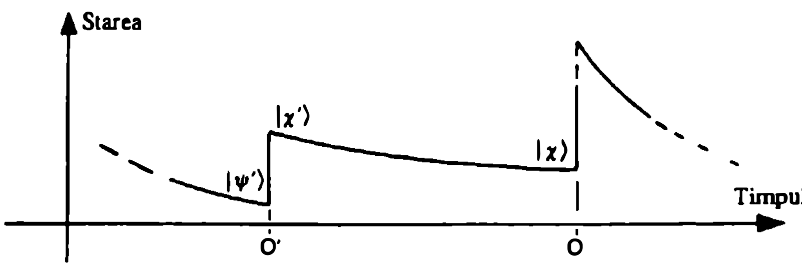


Fig.8.2. O imagine mai ciudată a evoluției vectorului de stare, în care se foloseste o descriere inversată în timp. Probabilitatea calculată care leagă observarea la O de cea de la O' este aceeași cu cea din figura 8.1; dar oare la ce anume se referă această valoare calculată?

Să presupunem că această stare spre care a evoluat înapoi în timp devine |χ'⟩ (imediat în viitorul observației O'). În descrierea normală, aceea în sensul crescător al timpului din figura 8.1, am avut o altă stare |ψ'⟩ către viitorul lui O' (rezultatul observației O', unde |ψ'⟩ va evolua către |ψ⟩ la O în descrierea normală). În descrierea noastră ce are loc în sens *invers* temporal, și vectorul de stare $|\psi'\rangle$ are un rol: el trebuie să reprezinte starea sistemului imediat către *trecutul* lui O'. Vectorul de stare $|\psi'\rangle$ reprezintă starea care a fost în realitate observată la O', astfel că din punctul nostru de vedere pentru evoluția în sens invers, acum interpretăm pe $|\psi'\rangle$ ca fiind starea care este "rezultatul", observației la O' în sensul *invers temporal*. Probabilitatea cuantică P' care leagă rezultatul observației la O' de acela de la O, este acum dată de mărimea cu care a descrescut $|\chi'|^2$ în proiecția lui $|\chi'\rangle$ după direcția lui $|\psi'\rangle$ (acesta fiind egală cu mărimea cu care a descrescut $|\psi'|^2$ atunci când $|\psi'\rangle$ este proiectată după direcția lui $|\chi'\rangle$). Aceasta este o proprietate fundamentală a modului de operare a lui **U**, și anume, este aceeași valoare ca cea avută anterior.[3]

Astfel, *s-ar părea* că noi am stabilit că *teoria cuantică este simetrică față de curgerea timpului*, chiar și în cazul în care luăm în considerație procesele discontinui descrise prin reducerea **R** a vectorului de stare, nu numai evoluția normală unitară **U**. În realitate *nu este* așa. Ceea ce descrie probabilitatea cuantică *p* – calculată în ambele feluri – este probabilitatea de a găsi rezultatul (și anume $|\chi\rangle$) la O *având* rezultatul (și anume $|\psi'\rangle$) la O'. Aceasta nu este cu necesitate aceeași ca și probabilitatea rezultatului la O' *având* rezultatul la O. Ultima[4] ar fi în realitate ceea ce ar da mecanica noastră cuantică în sens invers temporal. Este remarcabil cât de mulți fizicieni presupun în mod tacit că aceste două probabilități sunt egale. (Chiar eu, m-am făcut vinovat de această presupoziție, vezi Penrose 1979b, p. 584.) Totuși aceste două probabilități ar putea să fie mult diferite una de alta, de fapt, și doar ultima este cea corect dată de mecanica cuantică!

Să urmărim aceasta pe un caz particular, simplu. Să presupunem că avem o lampă L și o celulă fotoelectrică (adică un detector de fotoni) P. Între L și P punem o oglindă semitransparentă M, care este înclinată la 45° față de linia LP (vezi figura 8.3). Să presupunem că lampa emite la întâmplare (aleator), din când în când fotoni, iar lampa este făcută astfel încât să emită fotoni cu mare precizie doar spre P (de exemplu utilizând oglinzi parabolice). De fiecare dată când fotocelula recepționează un foton, actul se înregistrează, și presupunem că aceasta se realizează cu o eficiență de sută la sută. Se poate presupune, de asemenea, că de fiecare dată când este emis un foton, actul respectiv este *înregistrat* la L, din nou cu o eficiență de sută la sută. (Nu există nici o contradicție între aceste cerințe ideale, și principiile mecanicii cuantice, cu toate că ar putea exista dificultăți practice pentru a atinge asfel de eficiențe în practică.)

Oglinda semitransparentă M este construită astfel încât reflectă exact jumătate din numărul fotonilor pe care îi primește, și transmite în întregime cealaltă jumătate. Ar fi mai corect să gândim acest proces utilizând mecanica cuantică. Funcția de undă a fotonului ce atinge oglinda se desface în două. Amplitudinea undei reflectate este $1/\sqrt{2}$.

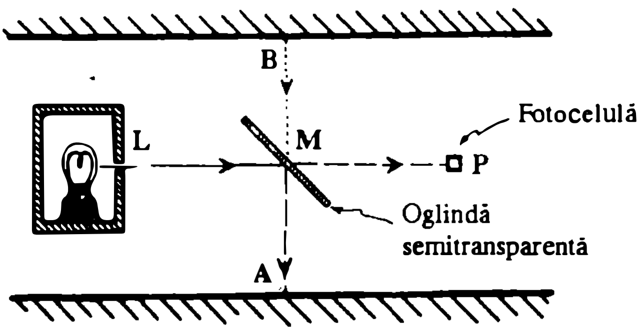


Fig. 8.3. Ireversibilitatea în timp a lui **R** ilustrată printr-un experiment cuantic simplu. Probabilitatea ca fotocelula să detecteze un foton *atunci când* sursa emite unul este exact cincizeci la sută; dar probabilitatea ca sursa să emită un foton *atunci când* fotocelula detectează unul este cu certitudine *diferită* de cincizeci la sută.

Amplitudinea undei transmise este, de asemenea, $1/\sqrt{2}$. Ambele părţi trebuie să "coexiste" în principiu, (în descrierea ce se desfăşoară în sens normal al curgerii timpului) până în momentul în care s-a considerat că s-a făcută o "observaţie" (măsurărătoare N.T.). La acest moment, din cele două alternative coexistente va rezulta alternativa *observată* (măsurată) – una *sau* alta dintre cele două – cu probabilităţile date de pătratele (modulului) acestor amplitudini, şi anume $(1/\sqrt{2})^2 = 1/2$, pentru fiecare caz. Măsurătoarea va scoate în evidenţă că într-adevăr, probabilitatea ca fotonul să fie reflectat sau transmis este de cincizeci la sută.

Să vedem cum se aplică aceasta la experimentul nostru. Să presupunem că se constată că L emite un foton. Funcţia de undă a fotonului se desface în două în momentul atingerii oglinzii şi va ajunge la P cu amplitudinea $1/\sqrt{2}$, astfel încât fotocelula fie va înregistra fie nu va înregistra fotonul, cu probabilitatea de cincizeci la sută în ambele cazuri. Cealaltă parte a funcţiei de undă a fotonului va ajunge în punctul A de pe *peretele laboratorului* (vezi figura 8.3), tot cu amplitudinea $1/\sqrt{2}$. Dacă P nu va înregistra nimic, înseamnă că fotonul a ajuns pe perete în punctul A. Aceasta deoarece, dacă am fi plasat o altă fotocelulă în punctul A, ea ar fi înregistrat întotdeauna atunci când P nu ar fi înregistrat – presupunând că L a înregistrat emisia unui foton – şi nu ar fi înregistrat atunci când P ar fi înregistrat. În acest sens, nu este necesar să se plaseze o fotocelulă în A. Putem presupune că, dacă fotocelula din A ar fi fost acolo, ar fi putut înregistra pur şi simplu uitându-se la L şi la P.

Ar trebui să fie clar cum decurge calculul cuantic. Punem întrebarea:

"Care este probabilitatea ca P să înregistreze dacă L a înregistrat?"

Pentru a răspunde, observăm că există o amplitudine de $1/\sqrt{2}$ pentru fotonul ce parcurge drumul LMP, şi o amplitudine $1/\sqrt{2}$ dacă parcurge drumul LMA.

Ridicând la pătrat găsim probabilitățile respective de 1/2, și 1/2 pentru ca fotonul să ajungă în P și, respectiv, să ajungă în A. Deci, răspunsul cuantic la întrebarea noastră este:

"cincizeci la sută."

Acesta este într-adevăr răspunsul ce se obține experimental.

Pentru a obține același răspuns am putea folosi, tot așa de bine, procedeul ciudat de "in sens invers temporal". Să presupunem că am notat că P a înregistrat. Presupunând că fotonul ajunge în final la P, să luăm pentru foton o funcție de undă înapoi în timp. Mergând înpoi în timp, fotonul va merge înapoi de la P până ce va ajunge la oglinda M. În acest punct, funcția de undă se va bifurca, și va exista o amplitudine de $1/\sqrt{2}$ de a ajunge la lampa L, și o amplitudine de $1/\sqrt{2}$ de a fi reflectată de M și de a ajunge *într-un alt* punct, pe peretele laboratorului, notat B în figura 8.3. Ridicând la pătrat, vom obține din nou câte cincizeci la sută pentru cele două probabilități. Dar trebuie să fim foarte atenți care sunt întrebările la care răspund aceste probabilități. Ele sunt două: "Care este probabilitatea ca P să înregistreze dacă L a înregistrat?", ca și mai înainte, și întrebarea mai ciudată, "Care este probabilitatea ca P să înregistreze dacă fotonul a ieșit din perete în punctul B?"

Putem considera că ambele răspunsuri sunt, într-un anumit sens, "corecte" din punct de vedere experimental, deși al doilea (ieșirea din perete) ar fi mai degrabă o concluzie decât un rezultat al unei serii de experimente *efective*! Totuși, nici una dintre aceste întrebări nu este formularea inversată temporal a întrebării pe care am pus-o mai înainte. Aceasta ar fi:

"Care este probabilitatea ca L să întregistreze dacă P a înregistrat?"

Observăm că răspunsul *corect* din punct de vedere experimental nu este nicidecum "cincizeci la sută", ci

"sută la sută."

Dacă fotocelula a înregistrat, este efectiv cert că fotonul a venit de la lampă și nu din peretele laboratorului! În cazul întrebării formulate invers temporal, calculul cuantic ne-a dat un *răspuns complet eronat*!

Aceasta deoarece regulile corespunzătoare părții **R** din mecanica cuantică nu pot fi folosite pentru astfel de întrebări ce folosesc inversarea în timp. Dacă dorim să calculăm probabilitatea unei stări *trecute* pe baza unei stări *viitoare* cunoscute, vom obține răspunsuri complet eronate dacă vom încerca să adoptăm procedeul **R** standard, de a lua pur și simplu amplitudinea cuantică și de a ridica la pătrat modulul său. Acest procedeu este corect doar pentru calculul probabilităților stărilor *viitoare* pe baza stărilor *trecute* – caz în care este deosebit de corect! După părerea mea, este clar că, din acest punct de vedere, procedeul **R** *nu poate fi simetric în timp* (și, deci, nu poate fi dedus din procedeul **U** ce este simetric în timp).

Mulți ar putea considera că motivul acestei neconcordanțe în simetria temporală este că principiul al doilea al termodinamicii s-a strecurat cumva în raționament, introducând o simetrie temporală suplimentară ce nu este descrisă de procedeul de efectuare a modulului pătrat al amplitudinii. Într-adevăr, pare adevărat că orice instrument fizic de măsură capabil să efectueze procedeul **R** trebuie să implice o "ireversibilitate termodinamică" – astfel că entropia va crește ori de câte ori se va efectua o măsurătoare. Eu cred că principiul al doilea *este* implicat în mod esențial în procesul de măsurare. De altfel, nu cred că vom obține nimic în plus dacă vom încerca să inversăm în timp *întreaga* desfășurare a unui experiment cuantic, ca acela (idealizat) descris mai sus, inclusiv înregistrarea tuturor măsurătorilor. Pe mine nu m-a preocupat problema a cât de departe putem merge cu inversarea în timp a unui experiment, ci doar aplicabilitatea acestui remarcabil procedeu cuantic de obținere a probabilităților corecte prin ridicarea la pătrat a modulelor amplitudinilor. Este uimitor faptul că acest procedeu simplu poate fi aplicat în direcția viitorului fără să fie nevoie de alte informații asupra sistemului. Faptul că aceste probabilități *nu pot fi* influențate face parte din teorie: probabilitățile teoretice cuantice sunt în întregime stohastice! Totuși, dacă se încearcă aplicarea acestor procedee în direcția spre trecut (adică pentru retrodicție și nu pentru predicție) rezultatele sunt întristător de eronate. S-au încercat tot felul de scuze, circumstanțe atenuante, sau alți factori pentru a explica *de ce* procedeul folosirii modulelor pătrate ale amplitudinilor nu se aplică în mod corect în direcția spre trecut, dar faptele rămân fapte. Iar în direcția spre viitor astfel de scuze nu sunt necesare! Concluzia clară este că procedeul **R**, *așa cum este el folosit acum*, nu este simetric în timp.

Cutia lui Hawking: o legătură cu ipoteza curburii Weyl?

S-ar putea să fie așa, se poate gândi, fără îndoială, cititorul, dar ce legătură pot avea toate acestea cu ICW sau cu GCC? Este adevărat, *legea a doua*, așa cum o cunoaștem noi astăzi, poate fi parte a operării lui **R**, dar unde se poate găsi măcar o urmă a rolului singularităților spațiului-timp sau al gravitației cuantice în această continuă și "zilnică" acțiune de reducere a vectorului de stare? Pentru a deschide această discuție, doresc să descriu un "experiment mental" neobișnuit, propus inițial de către Stephen Hawking, cu toate că scopul pentru care eu dau acest experiment nu este cel gândit original de Hawking.

Să ne imaginăm o cutie etanşă de proporții colosale. Presupunem, de asemenea, că pereții cutiei sunt total reflectători şi complet impermeabili la orice influență. Prin ei nu pot trece nici obiecte materiale, nici semnale electromagnetice, nici neutrini, nici nimic altceva. Toate acestea vor fi reflectate, fie că vin din afară, fie din interior. Nu există efectiv un material din care să se poată face un astfel de perete. Nimeni nu poate *efectua*, în realitate, "experimentul" pe care îl voi descrie. (Şi după cum vom vedea, nimeni nu va dori să efectueze un astfel de experiment!) Dar nu aceasta este ideea. Într-un experiment mental se doreşte să se descopere principii generale, doar pe baza unor judecăți mentale efectuate asupra unui experiment care *s-ar putea* face. Dificultățile tehnologice nu se iau în considerație, dacă ele nu încalcă principiile generale în discuție. (Să ne reamintim de discuția privind pisica lui Schrödinger, din capitolul 6.) În cazul de față, dificultățile întâmpinate la construirea pereților cutiei noastre se consideră a fi de natură pur "tehnologică" şi deci acestea vor fi ignorate.

În interiorul cutiei există o mare cantitate de substanță materială de un anumit tip. Nu contează prea mult ce fel de substanță este aceasta. Ne interesează doar că masa ei totală M este foarte mare şi că volumul cutiei V, la rândul lui, este foarte mare. Ce dorim să facem cu această cutie extrem de scump construită şi cu conținutul ei total neinteresant? Experimentul este cel mai banal posibil: vom lăsa sistemul neatins – pentru totdeauna!

Problema care ne interesează pe noi este soarta finală a conținutului cutiei. Conform legii a doua a termodinamicii, entropia lui va trebui să crească. Entropia va trebui să crească până ce va atinge valoarea maximă, materia atingând atunci "echilibrul termic". Din acest moment nu se va mai întâmpla nimic deosebit, ci doar mici "fluctuații", abateri momentane de (relativ) scurtă durată de la echilibrul termic. Pentru situația aleasă, am presupus că M este suficient de mare, iar V în mod corespunzător de mare (*foarte* mare dar nu prea mare), astfel încât atunci când s-a atins "echilibrul termic" majoritatea materialului a colapsat într-o *gaură neagră*, iar restul, o mică parte din materie şi radiație, o înconjoară – formând un aşa numit "termostat" (foarte rece!), în care este imersată gaura neagră. Pentru concretizare putem alege M ca fiind masa sistemului solar, iar V ca fiind de mărimea galaxiei Calea Lactee! Atunci temperatura "termostatului" va fi doar de aproximativ 10^{-7} grade deasupra lui zero absolut!

Pentru a înțelege natura acestui echilibru şi a acestor fluctuații, să ne reamintim conceptul de *spțiu al fazelor* pe care l-am întâlnit în capitolele 5 şi 7, şi în special în legătură cu definirea noțiunii de entropie. Figura 8.4 dă o descriere schematică a întregului spațiu al fazelor Π al conținutului cutiei lui Hawking. După cum ne reamintim, spațiul fazelor este un spațiu multidimensional, în care fiecare punct reprezintă o întreagă stare posibilă a sistemului considerat – aici conținutul cutiei.

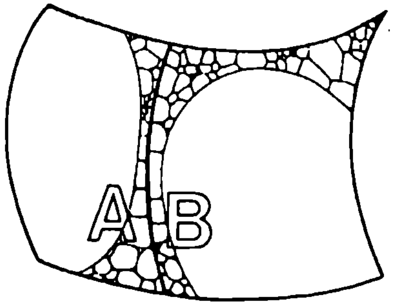


Fig.8.4. Spațiul fazelor Π al cutiei lui Hawking. Regiunea A corespunde situațiilor în care *nu* există nici o gaură neagră în cutie, iar B în care în cutie *există* o gaură neagră (sau mai multe).

Astfel, fiecare punct al lui Π codifică pozițiile și impulsurile tuturor particulelor prezente în cutie, împreună cu toate informațiile necesare despre *geometria spațiului-timp* din cutie. Subregiunea B (din Π) din dreapta pe figura 8.4 reprezintă în întregime totalitatea stărilor pentru care exitsă o *gaură neagră* în cutie (încluzând și toate cazurile în care există mai mult de o gaură neagră în cutic), în timp ce subregiunea A din stânga reprezintă în întregime totalitatea stărilor care nu au găuri negre. Trebuie, de asemenea, să presupunem că fiecare din regiunile A și B sunt în continuare subdivizate în compartimente mai mici (de "caroiere") care sunt necesare pentru a defini precis entropia (vezi figura 7.3), dar detaliile acestei compartimentări nu ne interesează aici.

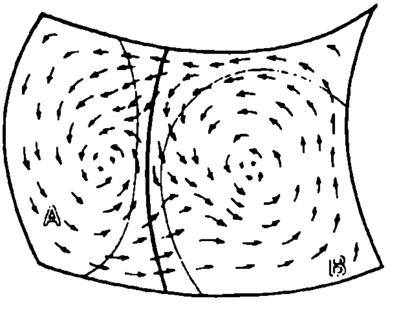


Fig. 8.5. "Curgerea hamiltoniană" a conținutului cutiei lui Hawking (compară cu figura 5.11). Liniile de curent ce trec din A în B reprezintă colapsul într-o gaură neagră; iar cele din B în A, reprezintă dispariția unei găuri negre prin evaporare Hawking.

Singurul lucru pe care trebuie să-l reținem în acest moment este că cel mai mare compartiment – și care corespunde echilibrului termic, cu o gaură neagră prezentă – este partea principală a lui B, în timp ce partea principală (dar ceva mai mică) a lui A este compartimentul ce reprezintă ceea ce *pare* a fi echilibru termic, dar fără a fi prezentă o nici o gaură neagră. Să ne reamintim că pentru orice spaţiu al fazelor există un câmp de săgeţi (câmp vectorial) ce prezintă evoluţia temporală a sitemului fizic (vezi capitolul 5 paragarful despre spaţiul fazelor şi, de asemenea, figura 5.11). Astfel, pentru a vedea ce se va întâmpla în continuare în sistemul nostru, pur şi simplu urmărim drumul în lungul săgeţilor din Π (vezi figura 8.5). Unele săgeţi vor trece din regiunea A în regiunea B. Aceasta va avea loc dacă gaura neagră se formează la început prin colapsul gravitaţional al materiei. Există, oare, săgeţi care vor trece înapoi din regiunea B în regiunea A? Da, există, doar în cazul în care luăm în consideraţie fenomenul de *evaporare Hawking* (vezi ultimul paragraf al capitolului 7) pe care mai devreme nu l-am luat în consideraţie (în paragraful anterior din acest capitol, despre ce se ascunde în spatele ipotezei curburii Weyl). În teoria strict *clasică* a relativităţii generale, găurile negre nu pot face altceva decât să acapareze materie; ele nu pot să emită nimic. Dar, luând în consideraţie efecte cuantice, Hawking (1975) a fost capabil să arate că totuşi găurile negre ar putea, la nivel cuantic, să emită conform procesului denumit *radiaţie Hawking*. (Aceasta are loc prin intermediul procesului cuantic de "producere de perechi virtuale", prin care particule şi antiparticule sunt create continuu din vid – pentru moment – anihilându-se reciproc în momentul următor, fără a lăsa vreo urmă. Dacă prin preajmă se află o gaură neagră, ea poate să "înghită" una dintre particulele acestei perechi înainte de a-i veni momentul de anihilare, partenerul ei putând eventual să scape din gaură. Aceste particule care scapă constitue radiaţia Hawking.) În condiţii normale, această radiaţie Hawking este într-adevăr extrem de slabă. Dar în starea de echilibru termic, energia pierdută de gaura neagră prin intermediul radiaţiei Hawking contrabalansează perfect energia pe care o primeşte prin "înghiţirea" altor "particule termice" ce întâmplător se mişcă prin apropiere în "termostatul" în care se află imersată gaura neagră. Uneori, printr-o "fluctuaţie", gaura neagră ar putea emite puţin mai mult sau înghiţi mai puţin, şi în acest fel ar putea pierde energie. Pierzând energie, ea pierde masă (conform cunoscutei relaţii a lui Einstein $E = mc^2$), şi conform regulilor ce guvernează radiaţia Hawking, gaura neagră va deveni puţin mai caldă. Foarte, *foarte* rar, când fluctuaţia este suficient de mare, este posibil chiar ca ea să ajungă într-o situaţie de creştere puternică datorită căreia gaura neagră va deveni din ce în ce mai caldă, pierzând din ce în ce mai multă energie, devenind din ce în ce mai mică, până ce în final va dispărea (probabil) complet într-o explozie violentă! Când aceasta se va întâmpla (şi presupunând că nu există alte găuri în cutie), vom avea situaţia în care trecem de la regiunea B la regiunea A, în spaţiul fazelor Π, astfel încât într-adevăr *există* săgeţi dinspre B către A!

Este momentul să explic ce se înţelege printr-o "fluctuaţie". Ne reamintim compartimentele de "caroiere" despre care am vorbit în capitolul anterior.

Punctele din spațiul fazelor ce aparțin unui compartiment trebuiesc considerate ca fiind "indiscernabile" (macroscopic) unul de altul. Entropia crește, deoarece urmărind săgețile, ajungem, pe măsura trecerii timpului, în compartimente din ce în ce mai uriașe. În cele din urmă, punctul din spațiul fazelor se pierde în cel mai mare dintre toate, și anume, în acela care corespunde echilibrului termic (entropie maximă). Totuși această imagine este valabilă numai până la un punct. Dacă se așteaptă suficient de mult, punctul din spațiul fazelor va găsi *în cele din urmă* un compartiment mai mic, iar entropia va scădea corespunzător. Dar în mod normal aceasta nu va dura mult (comparativ vorbind) și entropia va crește din nou atunci când punctul din spațiul fazelor va reintra în compartimentul cel mai mare. Aceasta este o *fluctuație*, cu scăderea sa momentană a entropiei. De obicei, entropia nu scade foarte mult, dar foarte, foarte rar poate apărea o fluctuație *enormă*, iar entropia va scădea substanțial – și poate va rămâne scăzută pentru o perioadă considerabilă de timp.

Aceasta trebuie să se întâmple pentru a se trece din regiunea B în regiunea A, via procesul de evaporare Hawking. Este necesară o fluctuație foarte mare, deoarece trebuie trecut printr-un compartiment minuscul atunci când săgețile traversează între B și A. În mod asemănător, dacă punctul nostru din spațiul fazelor se găsește în interiorul compartimentului principal din A (care reprezintă starea de echilibru termic fără găuri negre), se va scurge un interval foarte lung de timp până ce se va produce colapsul gravitațional și punctul se va deplasa în B. Și în acest caz este necesară o fluctuație mare. (Radiația termică nu suferă un colaps gravitațional!)

Sunt *mai multe* săgețile ce trec de la A la B, sau de la B la A, sau numărul de săgeți este *același* în fiecare caz? Aceasta va fi o problemă importantă pentru noi. Să formulăm întrebarea altfel: este "mai ușor" pentru Natură să producă o gaură neagră prin colapsul gravitațional al particulelor termice, sau să scape de o gaură neagră prin radiație Hawking, sau ambele sunt la fel de dificile? Strict vorbind, nu "numărul" de săgeți este important, ci viteza de curgere a volumului spațiului fazelor. Să considerăm că spațiul fazelor este plin cu un fel de fluid incompresibil (multidimensional!). Săgețile reprezintă curgerea acestui fluid. Să ne reamintim *teorema lui Liouville*, ce a fost descrisă în capitolul 5, (paragraful despre spațiul fazelor). Teorema lui Liouville spune că volumul din spațiul fazelor se conservă prin curgere, ceea ce înseamnă că fluidul din spațiul fazelor este într-adevăr incompresibil! Teorema lui Liouville pare să ne spună că această curgere din A către B trebuie să fie egală cu cea dinspre B către A, deoarece "fluidul" din spațiul fazelor fiind incompresibil, nu se poate acumula de o parte sau de alta. Se pare astfel că trebuie să fie exact la fel de "dificil" să se formeze o gaură neagră din radiație termică, pe cât este și să se distrugă una!

Aceasta a fost, într-adevăr, concluzia lui Hawking, deși el a ajuns aici pornind de la considerații diferite, într-o oarecare măsură. Principalul argument al lui Hawking a fost că toate principiile de bază ale fizicii implicate în problemă sunt *simetrice în timp* (relativitatea generelă, termodinamica, procedeele unitare standard din teoria cuantică), astfel că dacă am face ca ceasul să meargă spre înapoi, ar trebui să obținem același răspuns cu cel obținut dacă am face ca ceasul să meargă spre înainate. Aceasta ar însemna să inversăm sensul tuturor săgeților din Π. Într-adevăr, ar decurge, din *acest* raționament, că trebuie să fie exact la fel de multe săgeți dinspre A înspre B, câte sunt și dinspre B înspre A, *cu condiția ca* în sens invers în timp regiunea B să fie tot regiunea B (și, echivalent: în sens invers în timp, regiunea A să fie tot regiunea A). Această condiționare a dus la sugestia remarcabilă a lui Hawking: găurile negre și inversele lor în timp, adică găurile albe, sunt identice din punct de vedere fizic! Raționamentul său a fost acela că folosind o fizică simetrică în timp, și starea de echilibru termic la care se ajunge ar trebui să fie simetrică în timp. Nu doresc să intru aici într-o discuție detaliată asupra acestei surprinzătoare posibilități. Ideia lui Hawking a fost că radiația cuantică Hawking ar putea fi privită, cumva, ca inversarea în timp a "înghițirii" clasice a materialului de către gaura neagră. Deși ingenioasă, sugestia lui prezintă dificultăți teoretice serioase și eu nu cred că va avea viitor.

În orice caz, sugestia nu este chiar compatibilă cu ideile pe care le propun aici. Am susținut că în vreme ce găurile negre ar trebui să existe, găurile albe sunt *interzise* din cauza *ipotezei curburii Weyl*! ICW introduce în discuție o *asimetrie temporală* ce nu a fost luată în considerație de Hawking. Ar trebui subliniat că în afară de găurile negre și de singularitățile lor spațio-temporale ce fac parte într-adevăr din discuția despre ce se petrece în cutia lui Hawking, trebuie să luăm în considerație și fizica necunoscută ce trebuie să guverneze comportarea unor astfel de singularități. Hawking consideră că această fizică necunoscută ar trebui să fie teoria *simetrică în timp* a gravitației cuantice, pe când eu sunt de părere că ar trebui să fie GCC asimetrică în timp! Eu consider că una dintre implicațiile principale ale GCC ar trebui să fie ICW (și, în consecință, principiul al doilea al termodinamicii în forma pe care o cunoaștem), astfel că ar trebui să precizăm implicațiile ICW pentru problema noastră prezentă.

Să vedem cum va fi influențată discuția asupra curgerii "fluidului incompresibil" din Π, de introducerea ICW. În spațiu-timp, efectul unei singularități de tip gaură neagră este de a absorbi și de a distruge toată materia ce vine în contact cu ea. Pentru scopurile noastre prezente este mai important că *ea distruge informația*! În P efectul va fi că unele linii de curent se vor uni (vezi figura 8.6). Două stări ce au fost anterior diferite pot deveni aceeași stare, dacă informația ce le deosebea a fost distrusă. Dacă liniile de curent din Π se vor uni, vom avea o *violare* efectivă a teoremei lui Liouville. "Fluidul"nostru nu va mai fi incompresibil, ci va fi *anihilat continuu* în interiorul regiunii B! Se pare că am ajuns într-un impas. Dacă "fluidul" nostru este distrus continuu în regiunea B, atunci ar trebui să existe *mai multe* linii de curent dinspre A înspre

B decât în sens invers, și deci, se pare că este mai "ușor" să se creeze o gaură neagră decât să se distrugă!

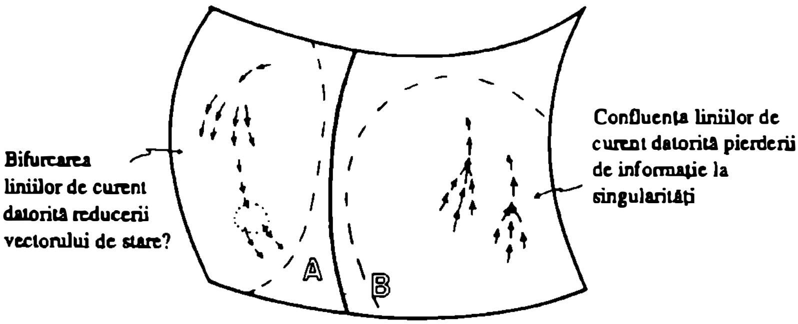


Fig. 8.6. Liniile de curent trebuie să se unească în regiunea B din cauza pierderii informației la singularitățile de tip gaură neagră. Este contrabalansat acest efect prin crearea unor linii de curent produse de procedeul **R** (în principal în regiunea A)?

Aceasta ar fi de înțeles, deoarece acum iese mai mult "fluid" din volumul A decât intră în el. Deoarece nu există găuri negre în regiunea A – iar găurile albe sunt excluse prin ICW – teorema Liouville ar trebui în mod sigur să se aplice în regiunea A! Se pare că avem nevoie acum de unele mecanisme prin care să se "producă fluid" în regiunea A, pentru a echilibra pierderea din regiunea B. Ce mecanism ar putea să existe acolo care să crească numărul de linii de curent? Se pare că este necesar un mecanism prin care uneori una și aceeași stare să dea naștere la mai multe stări posibile (de exemplu să apară linii de curent care se bifurcă). O astfel de incertitudine în evoluția viitoare a unui sistem fizic, "miroase" a teorie cuantică – și anume de acea parte legată de **R**. S-ar putea, oare, ca **R** să fie, într-un anume sens, "cealaltă față a monedei" pentru ICW? În timp ce ICW face ca liniile de curent să se unească în B, procedeul cuantic **R** face ca liniile de curent să se bifurce. Într- adevăr, eu susțin că acesta este un proces cuantic *obiectiv* de reducere a vectorului de stare (**R**) care produce bifurcarea liniilor de curent, astfel încât să conpenseze cu exactitate dispariția lor prin reunire, datorată ICW (vezi figura 8.6)!

Pentru ca o astfel de bifurcație să apară, terbuie ca **R** să fie asimetric temporal, după cum am văzut deja: reamintiți-vă de experimentul de mai sus cu lampa, fotocelula, și oglinda semitransparentă. Când un foton este emis de către lampă, există două alternative (egal de probabile) pentru starea finală: fie că fotonul ajunge la fotocelulă și ea dă un semnal, fie că fotonul atinge peretele în A și fotocelula nu emite nici un semnal. Liniile de curent din spațiul fazelor, pentru acest experiment, vor evidenția următoarele: linia de curent ce reprezintă emisia fotonului se va bifurca: una care descrie situația în care fotocelula dă un semnal, și alta, situația în care ea nu dă. Aceasta va reprezenta o bifurcație autentică, deoarece există doar o intrare permisă ce posedă două ieşiri posibile O altă situaţie de intrare ce ar fi putut fi luată în considerare ar fi fos posibilitatea ejectării unui foton din peretele laboratorului la B, în care caz ar f existat două intrări şi două ieşiri. Dar această alternativă de intrare a fos exclusă pe baza incompatibilității ei cu principiul al doilea al termodinamicii adică din punctul de vedere exprimat aici, şi în final cu ICW, atunci cân evoluţia este urmărită în sens invers, înspre trecut.

Doresc să scot, din nou, în evidenţă că punctul de vedere pe care îl exprir eu aici nu este unul "convenţional" – deşi nu-mi este clar ce vor spune fizicien "convenţionali" pentru a rezolva toate problemele ridicate aici (Eu bănui c puţini şi-au pus aceste probleme!) Evident că eu am auzit o serie de puncte d vedere diferite. De exemplu, se sugerează, din când în când, ideea că radiaţi Hawking nu va putea niciodata să facă să dispară *complet* o gaură neagră întotdeauna va rămâne un mic "miez". (Deci, în acest caz, *nu* există nici săgeată dinspre B spre A!) Aceasta nu va produce mari modificări asupı concluziei mele (ba chiar o va întări). Concluziile mele ar fi putut fi evitaı postulând că volumul total al spaţiului fazelor Π ar fi *infinit*, dar aceasta este i contradicţie cu anumite idei fundamentale, relativ mai vechi, privind entropi găurii negre şi natura spaţiului fazelor pentru un sistem (cuantic) închis. D asemenea, există şi alte variante de a ocoli concluziile mele, dar acestea su mai mult de natură tehnică şi nu mi se par deloc satisfăcătoare. O obiecţie mu mai serioasă este aceea că idealizările implicate de construcţia reală a unei cut a lui Hawking sunt mult prea mari, şi că deci, sunt violate unele probleme c principiu chiar în momentul presupunerii că ea poate fi construită. Personal eu sunt mai puţin sigur de acest punct, dar înclin să cred că idealizările necesa pot fi totuşi acceptate.

În final, există un punct serios pe care eu l-am trecut sub tăcere Am încep discuţia prin a face presupunerea că ne aflăm într-un spaţiu al fazelor *clasic* iar teorema lui Liouville este o teoremă ce se aplică fizicii clasice. Ulterior în a trebuit să luăm în consideraţie fenomenul cuantic al radiaţiei Hawking. (tratare cuantică este în realitate necesară şi din motivul că Π are un volum fir şi o *dimensionalitate finită*.) După cum am văzut în capitolul 6, versiun cuantică a spaţiului fazelor este *spaţiul Hilbert* şi, deci, ar fi trebuit ca peste 1 să fi utilizat acest spaţiu Hillbert şi nu spaţiul fazelor. În spaţiul Hilbert *exis* un analog al teoremei lui Liouville. El rezultă din ceea ce se numeşte natu "*unitară*" a evoluţiei temporale U. Probabil că întreaga mea discuţie trebı dusă în întregime în termeni de spaţiu Hilbert şi nu de spaţiu al fazelor, dar e: greu de văzut cum anume să discuţi fenomenele clasice implicate fenomenele ce apar în geometria spaţiului-timp al unei găuri negre. Eu cred pentru o teorie *corectă* nu este utilizabil nici spaţiul fazelor clasic şi nici spaţ Hilbert, ci trebuie folosită o structură oarecare, intermediară între cele două, spaţiu matematic, nedescoperit încă. Ca urmare, discuţia mea trebuie luată dı la un nivel euristic, și are mai mult un caracter de sugestie decât de concluzie. Cu toate acestea, eu cred că cele discutate dau argumente puternice pentru a gândi că ICW și **R** sunt profund legate, și, în consecință, **R** *trebuie să fie în adevăr un efect cuantic, gravitațional.*

Pentru a recapitula concluziile mele: eu sugerez că reducerea vectorului de stare cuantic este într-adevăr cealaltă față a monedei pentru ICW. Conform acestui punct de vedere, cele două implicații majore ale propunerii pentru o teorie "gravitațională cuantică corectă" (GCC) vor fi ICW și **R**. Efectul ICW este de a produce *confluența* liniilor de curent în spațiul fazelor, pe când efectul lui **R** ar fi de a produce *împrăștierea* exact compensatoare a liniilor de curent. Ambele procese sunt intim legate de cel de al doilea principiu al termodinamicii.

Să observăm că această confluență a liniilor de curent are loc în întregime în regiunea B, pe când împrăștierea liniilor de curent are loc, fie în A, fie în B. Să ne amintim că A reprezintă *absența* găurilor negre, astfel încât reducerea vectorului de stare are loc într-adevăr dacă găurile negre sunt absente. Este evident că nu este necesar să avem o gaură neagră în laborator pentru ca **R** să fie efectuat (ca în experimentul de mai sus cu fotonii). Pe noi ne interesează aici doar un bilanț general privind echilibrul dintre lucrurile care *ar putea* să se întâmple într-o situație dată. Punctul de vedere pe care l-am descris constă doar în *posibilitatea* ca găurile negre ce s-ar putea forma la o anumită etapă (și în consecință să distrugă apoi informația) să trebuiască să fie contrabalansate de lipsa de determinism din teoria cuantică!

Când se reduce vectorul de stare?

Să presupunem că acceptăm, bazându-ne pe discuțiile anterioare, că fenomenele gravitaționale ar fi cele care, în ultimă instanță, ar determina reducerea vectorului de stare. În acest caz, s-ar putea oare exprima mai explicit relația dintre **R** și gravitație? De asemenea, pe baza acestei scheme, s-ar putea spune când anume se va realiza în *realitate* colapsul vectorului de stare?

Totuși, aș dori să menționez, în primul rând, că și în cazul unor abordări mai "convenționale" ale teoriei gravitației cuantice există câteva dificultăți tehnice serioase atunci când se încearcă aplicarea regulilor cuantice la principiile relativității generale. Aceste reguli (și în principal modul în care este introdus impulsul în expresia ecuației lui Schrödinger, prin difirențiere în raport cu poziția, vezi capitolul 6 paragraful privind ecuația lui Schrödinger și a lui Dirac) nu se împacă de loc cu ideile geometriei spațiului-timp curb. Din punctul meu de vedere, din clipa în care se va introduce o curbură spațio-temporală cât de cât "semnificativă", regulile de superpoziție liniară, cuantică nu vor mai putea fi valabile. În acest caz, superpozițiile cu amplitudini exprimate prin numere complexe ale stărilor alternative potențial posibile vor fi înlocuite cu alternativele reale cu probabilități ponderate – astfel încât se va realiza *efectiv*-una dintre alternative.

Ce înțeleg eu printr-o curbură "semnificativă"? Eu consider că aceasta se atinge atunci când se ajunge la nivelul în care mărimea curburii introduse ajunge la scara de *un graviton*[5], sau mai mult. (Să ne reamintim, că în conformitate cu regulile teoriei cuantice, câmpul electromagnetic este "cuantificat" în unități individuale denumite "fotoni". Când acest câmp este descompus în frecvențele lui fundamentale, partea corespunzătoare frecvenței ν poate să apară numai într-un număr întreg de fotoni, fiecare de energie $h\nu$. Se presupune că reguli similare sunt valabile și pentru câmpul gravitațional.) Un graviton ar reprezenta cea mai scăzută valoare a curburii (unitatea) care ar fi permisă conform teoriei cuantice. Ideea este că atunci când se atinge acest nivel, regulile obișnuite de superpoziție liniară – ce se realizează prin porcedeul **U** – se vor modifica la aplicarea lor la graviton, și se va naște un tip de "instabilitate neliniară" asimetrică temporal. În loc să avem superpoziții liniare, de "alternative" care coexistă indefinit, cu coeficienți din numere complexe, una dintre aceste alternative va învinge la această etapă, iar sistemul va "bascula" intr-una sau alta dintre posibilități. Este posibil ca alegerea alternativei să se facă la întâmplare, sau s-ar putea să existe ceva mai adânc care să determine această alegere. Dar de această dată, una *sau* alta dintre posibilități a devenit *realitate*. Procedeul **R** a fost efectuat.

De observat că, în conformitate cu această idee, procedeul **R** se realizează spontan într-un mod cu totul obiectiv, independent de orice intervenție umană. Ideea este că nivelul de "un-graviton" ar trebui să-și găsească o poziție normală între "nivelul cuantic" al atomilor, moleculelor etc., unde legile liniare (**U**) ale teoriei cuantice obișnuite sunt valabile, și "nivelul clasic" al experienței zilnice. Cât de "mare" *este* acest nivel de un-graviton? Este important să înțelegem că nu este, în principal, o problemă legată de *dimensiunea* fizică, ci este mai mult o problemă legată de distribuția de masă și de energie. Am văzut că efectele interferenței cuantice pot să acționeze pe distanțe mari, cu condiția să nu implice prea multă energie. (Să ne reamintim de auto-interferența fotonilor descrisă în capitolul 6, paragraful în care se discută despre posibilitatea ca o particulă să se afle în două locuri diferite în același timp, și experimentele de tip EPR ale lui Clauser și Aspect din paragraful despre experimente cu fotoni.) Mărimea cuantică gravitațională caracteristică pentru masă este așa numita *masă Planck* de apoximativ

$$m_p = 10^{-5} \text{ grame.}$$

Această valoare este puțin cam mare pentru ceea ce am dori noi, deoarece obiecte cu mult *mai mici* decât această valoare, cum ar fi particulele de praf, pot fi studiate pe baze clasice. (Masa m_p este cu puțin mai mică ca aceea a unui purice.) Totuși, eu nu cred că acest criteriu de un-graviton trebuie să fie utilizat atât de strict. Voi încerca să fiu ceva mai explicit, dar la momentul scrierii acestei cărți mai sunt încă multe neclarități și ambiguități privind modul în care ar trebui utilizat acest criteriu.

Pentru început, să luăm în considerație un mod foarte direct în care o particulă poate fi observată, și anume, prin utilizarea *camerei cu ceață* Wilson. Aici avem de-a face cu o cameră umplută cu vapori, vapori care sunt aduși în preajma punctului de a se condensa în picături. Atunci când o particulă încărcată cu sarcină electrică (produsă, de exemplu, prin dezintegrarea unui atom radioactiv situat în afara camerei) care se mișcă rapid, intră în această cameră, trecerea ei prin atmosfera de vapori face ca unii atomi întâlniți în cale să se ionizeze (adică să se încarce electric prin dislocarea unui electron). Acești atomi ionizați vor acționa ca centri pe care se vor condensa picături mici de lichid din vaporii existenți în cameră. În felul acesta, se formează o urmă de picături fine pe care experimentatorul le poate observa direct (figura 8.7).

Cum putem descrie cuantic aceasta? În momentul în care atomul radioactiv se dezintegrează, el emite o particulă. Dar există nenumărate direcții pe care această particulă se va putea mișca. Va exista o amplitudine pentru o direcție, o amplitudine pentru o altă direcție, și câte o amplitudine pentru fiecare direcție, toate acestea fiind prezente simultan într-o superpoziție cuantică liniară. Ansamblul tuturor acestor posibile alternative suprapuse vor forma o undă sferică ce provine de la atomul care s-a dezintegrat, și va reprezenta *funcția de undă* a particulei emise.

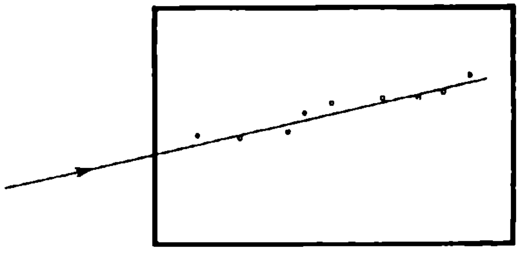


Fig. 8.7. Urmă de picături condensate lăsată de o particulă încărcată ce a pătruns într-o cameră cu ceață Wilson.

Fiecărei traiectorii posibile a particulei ce intră în camera cu ceață i se asociază un șir de atomi ionizați, capabili să acționeze ca centrii de condensare pentru vaporii din cameră. Toate aceste posibile șiruri de atomi ionizați trebuie să coexiste într-o superpoziție cuantică liniară, astfel încât avem acum o superpoziție liniară a unui număr mare de șiruri *diferite* de picături condensate. La o anumită etapă, această superpoziție cuantică liniară cu coeficienți formați din numere complexe devine o colecție reală de probabilități ponderate a alternativelor *concrete*, deoarece în conformitate cu procedeul **R**, s-a realizat modulul pătrat al ponderilor complexe ale amplitudinilor lor. Doar *una* dintre aceste alternative se va concretiza în lumea fizică reală, și anume, aceea care va fi observată de experimentator. În conformitate cu punctul meu de vedere propus, aceasta se va produce atunci când diferența dintre diferitele câmpuri gravitaționale ale acestor aternative diferite va atinge nivelul de un-graviton.

Când se va produce aceasta? În conformitate cu un calcul estimativ[6], dacă ar exista doar *o singură* picătură sferică complet uniformă, atunci stadiul de un-graviton s-ar atinge atunci când picătura ar atinge dimensiunea de aproximativ a suta parte din m_p, ceea ce înseamnă a zece milioana parte dintr-un gram. Există multe incertitudini în acest calcul (inclusiv și unele dificultăți de principiu) iar dimensiunea este puțin prea mare, dar rezultatul este destul de rezonabil. Este de așteptat ca, în timp, să fie obținute rezultate mai exacte, și că va fi posibil să se poată trata întregul șir de picături, nu numai o singură picătură. De asemenea, s-ar putea să rezulte unele diferențe semnificative dacă se va lua în considerație că picătura este formată dintr-un număr mare de atomi foarte mici, și că nu este de fapt omogenă. În plus, criteriul de "un-graviton" trebuie, la rândul, lui să fie mai precis formulat matematic.

În situația descrisă mai sus, am luat în considerație un caz real de observare a unui proces cuantic (dezintegrarea unui atom) pentru care efectele cuantice au fost amplificate astfel încât diferitele alternative cuantice să producă alternative observabile direct macrosopic. Punctul meu de vedere este că **R** se poate produce în mod obiectiv chiar dacă astfel de amplificări *manifestate clar* nu ar fi prezente. Să presupunem că în loc ca particula să intre în camera cu ceață, intră pur și simplu într-o incintă mare plină cu gaz (sau cu un fluid) ce are o astfel de densitate încât practic se va ciocni (sau va perturba) cu certitudine cu un număr mare de atomi de gaz. Să luăm în considerație doar două alternative posibile pentru particula care intră, alternative ce fac parte din superpoziția liniară inițială cu coeficienți complecși: posibilitatea de a nu intra deloc în incintă și posibilitatea de a intra în incintă, de a parcurge un anumit drum și de a se ciocni cu un atom de gaz înâlnit în cale. În cel de al doilea caz, acest atom de gaz ciocnit va fi poiectat cu viteză mare, viteză pe care nu ar fi avut-o dacă această ciocnire nu ar fi avut loc; în continuare acest atom, la rândul lui, va ciocni alt atom, care va ciocni la rândul lui. . . Acești atomi care s-au ciocnit se vor mișca într-un fel care nu ar fi fost posibil fără această ciocnire cu particula, iar în scurt timp în gaz se va produce o cascadă de atomi ciocniți, ceea ce nu s-ar fi întâmplat dacă particula inițială nu ar fi intrat în incintă (figura 8.8). În acest al doilea caz, nu după mult timp, întregul gaz va fi perturbat de această mișcare.

Să ne gândim acum cum anume am putea să descriem aceasta cuantic. Inițial, există doar particula, iar în funcția sa de undă intră doar superpoziția liniară complexă a tuturor pozițiilor inițiale diferite posibile ale sale. Dar după un timp orecare, în ea trebuie să fie luată în considerare totalitatea atomilor gazului. Să considerăm superpoziția complexă a două traiectorii pe care le poate avea particula: una în care intră și alta în care nu intră în incintă. Mecanica cuantică standard ne obligă să extindem această superpoziție la toți atomii de gaz. Trebuie să suprapunem două stări: cea inițială, și cea în care toți atomii din ea au fost deplasați din pozițiile lor, în cealaltă stare. Să considerăm acum *diferența* în câmpurile gravitaționale ale întregului ansamblu de atomi.

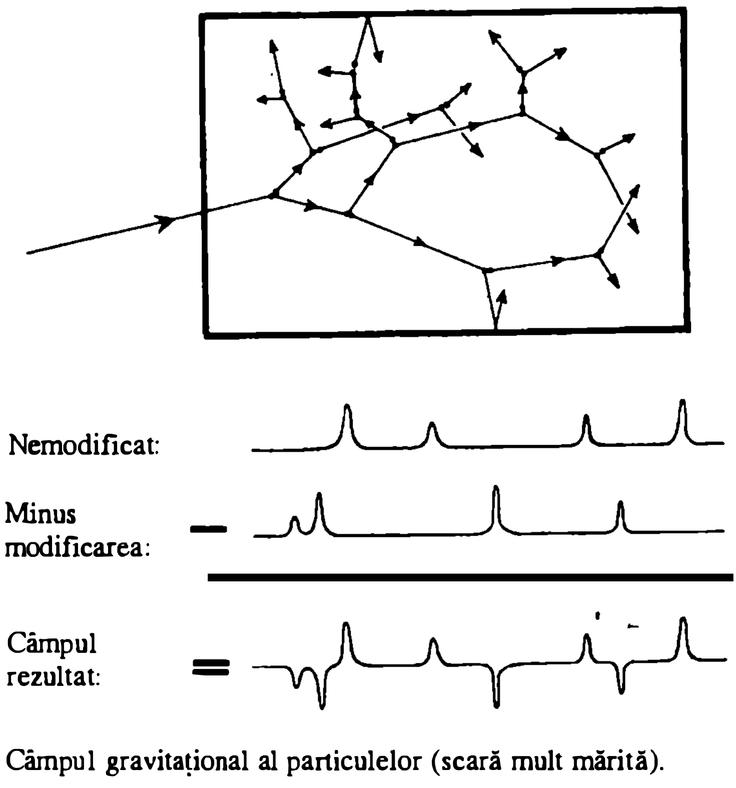


Fig. 8.8. Dacă o particulă intră într-o incintă mare plină cu gaz, după un timp nu prea lung, practic nu va exista nici un atom al gazului care să nu fi fost perturbat. O superpoziție cuantică liniară dintre situația în care particula intră și cea în care nu intră, va implica o superpoziție liniară a două geometrii diferite de spațiu-timp, ce descriu câmpurile gravitaționale ale celor două aranjamente posibile ale particulelor de gaz. Oare, când anume *diferența* dintre aceste geometrii va atinge nivelul de un-graviton?

Chiar dacă distribuția *globală* a gazului este virtual aceeași în cele două stări pe care trebuie să le suprapunem (iar câmpurile gravitaționale globale vor fi practic identice), dacă *scădem* un câmp din celălalt, vom obține un câmp *diferență* (puternic oscilant) care ar putea foarte bine să fie "semnificativ" în sensul pe care-l dau eu aici – în care nivelul de un-graviton poate fi ușor depășit de acest câmp diferență. Când acest nivel este atins, atunci are loc reducerea vectorului de stare la starea *reală* a sistemului, *fie* că particula a intrat în incintă, *fie* că nu. Superpoziția liniară cu coeficienți complecși s-a redus la alternative ponderate statistic, și doar *una* dintre acestea s-a realizat efectiv.

În exemplul de mai sus, am folosit camera cu ceață ca un mijloc de a efectua o observare cuantică. Eu consider că, probabil, și alte tipuri de astfel de observări (plăci fotografice, camere cu scântei etc.) pot fi tratate folosind "criteriul de un-graviton", în modul pe care l-am indicat în cazul incintei cu gaz, de mai sus. Mai este încă mult de făcut pentru a vedea cum se poate aplica în detaliu acest procedeu.

Ceea ce am expus până aici este doar germenele unei idei pe care eu cred că trebuie să se construiască noua teorie mult căutată.[7] Eu consider că orice schemă satisfăcătoare în întregime trebuie să cuprindă idei radical noi despre natura geometriei spațiu-timpului, geometrie care va implica probabil o descriere în esență nelocală.[8] Unul dintre motivele cele mai serioase care mă fac să cred cele afirmate provin din experimentele de tip EPR (vezi capitolul 6, paragraful despre "paradoxul" EPR, și cel despre experimente cu fotoni) unde o "observare" (aici, semnalul dat de fotocelulă) făcută într-o parte a camerei poate influența reducrea *simultană* a vectorului de stare în cealaltă parte. Construirea unei teorii total obiective a reducerii vectorului de stare care să fie consistentă cu spiritul relativității este o încercare foarte grea, deoarece "simultaneitatea" este un concept străin relativității, fiind dependent de starea de mișcare a observatorului. În opinia mea, imaginea realității fizice pe care o avem astăzi, în particular relativ la natura *timpului*, va trebui să sufere o puternică modificare – poate chiar mai mare decât aceea pe care a produs-o deja teoria relativității și mecanica cuantică.

Trebuie însă să revenim la întrebarea noastră inițială: cum anume intervin toate acestea în aspectele fizice care guvernează funcționare creierului nostru? Ce au acestea de-a face cu modul în care gândim sau cu simțurile noastre? Pentru a încerca să dăm un răspuns, este necesar, pentru început, să examinăm puțin modul în care este alcătuit creierul nostru. Ulterior voi reveni la ceea ce cred eu că este întrebarea fundamentală: pe ce fel de aspecte de un tip nou este plauzibil să se bazeze procesul de gândire sau de percepție conștientă?

1. Printre modificările cele mai cunsocute de acest fel sunt: (i) schimbarea ecuațiilor lui Einstein **RICCI = ENERGIE** (cu ajutorul unor "lagrangeieni de ordin superior"); (ii) schimbarea numărului de dimensiuni ale spațiului-timp de la patru la un număr mai mare de dimensiuni (cum ar fi in așa numitele "teorii de tip Kaluza-Klein"); (iii) introducerea "supersimetriei" (o idee împrumutată din comportarea cuantică a bosonilor si a fermionilor

aranjată intr-o schemă comprehensivă și aplicată, nu intru totul logic, coordonatelor spațiu-timpului); (iv) teoria stringurilor (o cunoscută schemă radicală în care "liniile de univers" sunt inlocuite cu "istoria stringurilor" – combinată de obicei cu idei din (ii) și (iii)). Toate aceste teorii propuse, datorită marii lor popularități și a prezentării lor sub o formă credibilă, fac parte cu siguranță din categoria teoriilor DE ÎNCERCARE, dacă folosim terminologia din capitolul 5.

2. În măsura în care eu pot să-mi dau seama, un punct de vedere de acest tip se găsește implicit in propunerea recentă a lui Hawking privind o explicare bazată pe gravitația cuantică (Hawking 1987, 1988). O propunere a lui Hartle și Hawking (1984) pentru o stare inițială de origine gravitațional cuantică este o posibilă variantă care *ar putea* da o consistență teoretică unei condiții inițiale de tip **WEYL** = 0, dar (din punctul meu de vedere) din aceste idei lipsește până în acest moment un element *esențial* asimetric temporal.
3. Acestea sunt puse în evidență folosind operația de *produs scalar* $\langle\psi|\chi\rangle$ dată în nota 6 din capitolul 6. Într-o descriere în sens direct al timpului calculăm probabilitatea p prin

$$p = |\langle\psi|\chi\rangle|^2 = |\langle\chi|\psi\rangle|^2$$

iar intr-o descriere în sens invers al timpului

$$p = |\langle\chi'|\psi'\rangle|^2 = |\langle\psi'|\chi'\rangle|^2$$

Faptul că acestea sunt la fel rezultă din $\langle\psi'|\chi'\rangle = \langle\psi|\chi\rangle$, care reprezintă în esență ceea ce se numește o "evoluție unitară".

4. S-ar putea ca unii dintre cititori să aibă dificultăți în a înțelege ce anume înseamnă găsirea probabilității unui eveniment trecut atunci când se cunoaște evenimentul viitor! Totuși aceasta nu cuprinde nici o problemă de esență. Ne putem imagina întreaga istorie a universului reprezentată în spațiu-timp. Pentru a găsi probabilitatea de a se produce p, dacă s-a realizat q, ne imaginăm că va trebui să examinăm toate cazurile în care a apărut q, și apoi să calculăm fracțiunea din acestea care a fost însoțită de p. Aceasta va reprezenta probabilitatea căutată. Nu contează dacă q este tipul de eveniment ce se produce în timp, în mod normal, inainte sau după p.
5. Aceștia ar trebui să fie așa numiții *gravitoni longitudinali* – "gravitoni virtuali", care compun câmpul gravitațional static. Din păcate, există probleme teoretice legate de definirea precisă și "invariantă" din punct de vedere matematic a unor astfel de obiecte.
6. Încercările mele aproxiative de a calcula această valoare au fost continuate cu foarte bune rezultate de Abhay Ashtekar, și eu folosesc aici valoarea lui (vezi Penrose, 1987a). Totuși, el a subliniat că în unele dintre presupunerile făcute a fost obligat să introducă o doză bună de arbitrar, astfel că adoptarea acestei valori exacte pentru masă trebuie făcută cu foarte multă grijă.
7. În literatură au apărut, din timp în timp, diferite alte încercări de elaborare a unei teorii obiective a reducerii vectorului de stare. Cele mai importante sunt: Károlyházy (1974), Károlyházy, Frenkel, și Lukás (1986), Komar (1969), Pearle (1985, 1988), Ghirardi, Rimini, și Weber (1986).
8. Și eu am încercat, în decursul anilor, să dezvolt o teorie nelocală a spațiu-timpului, dar în alte scopuri, cunoscută sub numele de "teoria twistor-ilor" (vezi Penrose și Rindler 1986, Huggett și Tod 1985, Ward și Wells 1989). Totuși, acestei teorii ii lipsesc, în cel mai bun caz, unele componente esențiale, și nu are rost să discutăm aici despre ea.

9

CREIERUL ŞI MODELE ALE LUI

Cum arată, de fapt, creierul?

În creierele noastre există o structură magnifică ce ne controlează acţiunile şi care ne face conştienţi de lumea înconjurătoare. Totuşi, după cum s-a exprimat odată Alan Turing,[1] nimic nu seamănă mai bine cu această structură decât un castron cu porridge* rece! Este greu de înţeles cum poate un obiect cu un aspect exterior atât de puţin promiţător să realizeze toate miracolele de care îl ştim capabil. Totuşi, la o examinare mai atentă, începe să se dezvăluie structura mult mai complexă şi organizarea sofisticată a creierului (figura 9.1). Porţiunea întinsă şi convolută de la partea superioară (care seamănă cel mai bine cu un castron de porridge) este *creierul mare*, creierul propriu zis. Creierul este împărţit foarte precis, pe mijloc, în *emisferele cerebrale*, dreaptă şi stângă, şi mult mai puţin precis în faţă şi în spate, în lobul frontal şi alţi trei lobi: parietal, temporal şi occipital. Mai jos, în spate, se află o porţiune a creierului mai mică şi aproximativ sferică – semănând într-un fel cu două gheme de lână – *cerebelul* (creierul mic). În profunzime, ascunse oarecum de cerebel, există câteva structuri diferite, curioase şi cu un aspect complicat: puntea şi măduva (inclusiv formaţiunea reticulară, la care ne vom referi mai târziu) care constituie trunchiul cerebral, talamusul, hipotalamusul, hipocampul, corpul calos şi multe alte formaţiuni ciudate şi cu nume stranii.

Partea de care fiinţele umane simt că trebuie să fie cel mai mândre este creierul mare – nu numai pentru că reprezintă partea cea mai mare a creierului uman, ci şi pentru că este mai mare (ca proporţie din întregul creier) la *om* faţă de celelalte animale. (Şi *cerebelul* deţine o pondere mai mare la om decât la celelalte animale.) *Creierul mare* şi *cerebelul* au un strat exterior subţire de *substanţă cenuşie* şi regiuni interioare mai vaste de *substanţă albă*. Aceste

* Porridge – terci de (fulgi) ovăz, mâncare englezească tradiţională.

regiuni de substanță cenușie se numesc, *cortexul cerebral* și *cortexul cerebelar*. Substanța cenușie este locul unde se pare că se realizează diverse tipuri de operațiuni, în timp ce substanța albă este formată din fibre nervoase lungi care transmit semnale de la o zonă la alta a creierului.

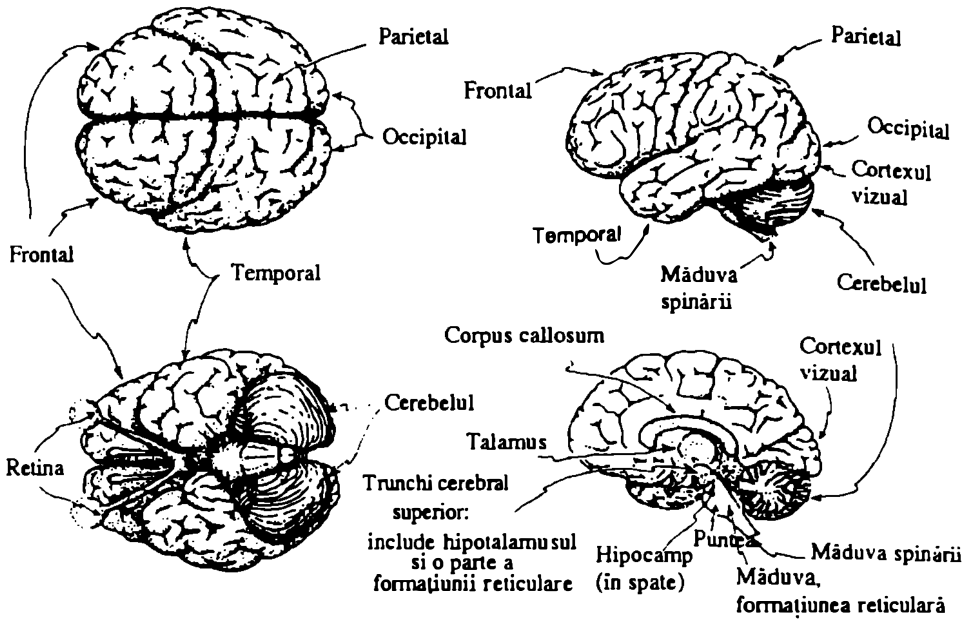


Fig. 9.1. Creierul uman: fața superioară, fața laterală, fața inferioară, secțiune.

Diferitele părți ale cortexului cerebral sunt asociate cu funcții foarte specializate. *Cortexul vizual* este o regiune a lobului occipital, aflată exact în spatele creierului, și care are ca atribuție receptarea și interpretarea semnalelor vizuale. Este curios că Natura a ales această regiune pentru interpretarea semnalelor ce vin de la ochi, regiune care, cel puțin la om, se află în partea *din față* a capului! Dar Natura se comportă chiar mai curios decât atât. Emisfera cerebrală *dreaptă* este asociată aproape în exclusivitate părții *stângi* a corpului, în timp ce emisfera cerebrală stângă este asociată părții drepte a corpului – astfel încât toți nervii de pe o parte și de pe cealaltă trebuie să se încrucișeze când intră sau când ies din creierul mare! În cazul cortexului vizual, partea dreaptă nu este asociată cu ochiul stâng, ci cu *câmpul vizual stâng* al *ambilor ochi*. Tot așa, partea stângă a cortexului vizual este asociată cu câmpul vizual drept al ambilor ochi. Aceasta înseamnă că nervii din partea dreaptă a retinei fiecărui ochi trebuie să ajungă în partea dreaptă a cortexului vizual (amintiți-vă că imaginea de pe retină este inversată) iar nervii din partea stângă a retinei fiecărui ochi trebuie să ajungă în stânga cortexului vizual (Vezi figura 9.2). Astfel, se formează o hartă bine definită a câmpului vizual stâng în dreapta cortexului vizual, şi o altă hartă a câmpului vizual drept în stânga cortexului vizual.

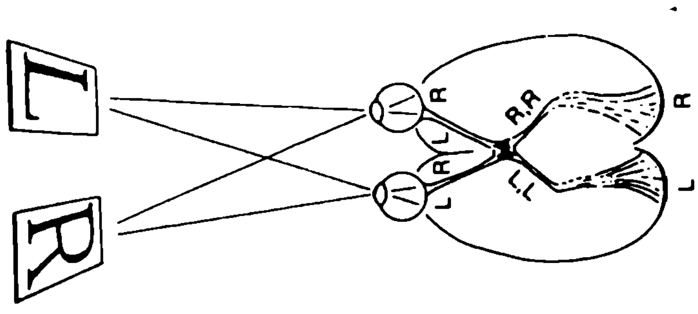


Fig.9.2. Câmpul vizual stâng al ambilor ochi se proiectează pe cortexul vizual drept, iar câmpul vizual drept – pe cortexul vizual stâng. (Vedere de jos; remarcaţi că imaginile de pe retină sunt inversate; notaţia folosită: L pentru stâng şi R pentru drept.)

Şi semnalele provenite de la urechi tind să se încrucişeze în acest fel curios. Cortexul auditiv drept (reprezentând o parte a lobului temporal drept) are de-a face în principal cu sunetul perceput pe partea stângă, iar cortexul auditiv stâng prelucrează în general sunetele percepute pe dreapta. Mirosul pare să facă excepţie de la aceste reguli generale. Cortexul olfactiv drept, situat în partea anterioară a creierului mare (în lobul frontal – care este el însuşi excepţional, ca zonă senzorială) este în mare parte în legătură cu nara dreaptă, iar cortexul olfactiv stâng – cu nara stângă.

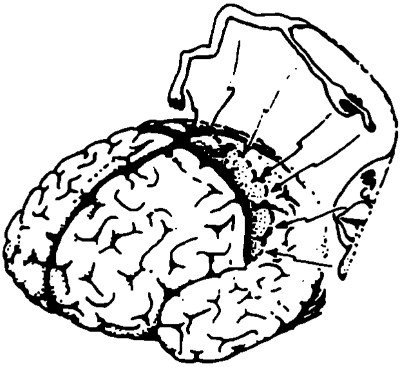


Fig. 9.3. "Homunculus-ul somatosenzitiv" ilustrează grafic relaţia de corespondenţă dintre porţiuni ale creierului mare – aflate chiar în spatele scizurii dintre lobul frontal şi cel parietal – legate de simţul tactil, şi diversele părţi ale corpului.

Senzaţia *tactilă* este asociată cu acea regiune a lobului parietal numită cortex *somatosenzitiv*. Această regiune se află exact în spatele scizurii care separă lobul frontal de cel parietal. Există o corespondenţă extrem de precisă între diversele părţi ale suprafeţei corpului şi regiunile din cortexul somatosenzitiv. Această corespondenţă este uneori ilustrată grafic prin ceea ce se numeşte "homunculus somatosenzitiv", adică imaginea unei fiinţe umane distorsionate, aşezată în desen în lungul cortexului somatosenzitiv, ca în figura 9.3. Cortexul somatosenzitiv drept prelucrează semnale provenite din partea stângă a trupului, iar cel stâng – semnale provenite din partea dreaptă. Există o regiune corespondentă în lobul *frontal*, aflată chiar *în faţa* scizurii dintre lobul frontal şi cel parietal, regiune cunoscută drept cortexul *motor*. Acesta este legat de punerea în *mişcare* a diferitelor părţi ale corpului, şi din nou există o corespondenţă foarte precisă între diverşi muşchi şi regiunile cortexului motor. Un "homunculus motor" pune în evidenţă această corespondenţă (figura 9.4). Cortexul motor drept controlează partea stângă a corpului, iar cel stâng – partea dreaptă.

Regiunile scoarţei cerebrale pe care tocmai le-am menţionat (cortexul vizual, auditiv, olfactiv, somatosenzitiv şi motor) sunt numite *primare*, fiindcă sunt legate în modul cel mai direct de informaţia primită şi transmisă de creier. În apropierea acestor regiuni primare se află regiunile *secundare* ale cortexului cerebral, asociate cu un nivel mai subtil şi mai complex de abstractizare. (Vezi figura 9.5.) Informaţia senzorială primită de cortexul vizual, auditiv sau somatosenzitiv este prelucrată de regiunile secundare asociate, iar regiunea secundară motoare este legată de conceperea planurilor de mişcare, care sunt traduse în comenzi mai specifice pentru anumite grupe de muşchi de către cortexul motor primar. (Să lăsăm cortexul olfactiv, pentru că se comportă diferit şi se pare că nu se cunosc prea multe despre el.)

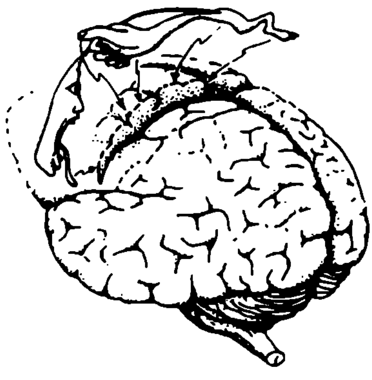


Fig. 9.4. "Homunculus-ul motor" ilustrează grafic relaţia de corespondenţă dintre porţiuni ale creierului mare – aflate chiar în faţa scizurii dintre lobul frontal şi cel parietal – şi diverse părţi ale corpului, în raport cu motricitatea.

Celelalte regiuni ale cortexului cerebral sunt numite *terţiare* (sau cortex *asociat*). În aceste regiuni terţiare se desfăşoară cea mai abstractă şi mai sofisticată activitate a creierului. În aceste regiuni – în legătură, până la un punct, cu periferia – sunt adunate și analizate, într-o manieră foarte complexă, informațiile provenite de la diverse regiuni senzitive, apar amintirile, se construiesc imagini ale lumii exterioare, sunt concepute și evaluate planuri generale, este formulată sau înțeleasă vorbirea.

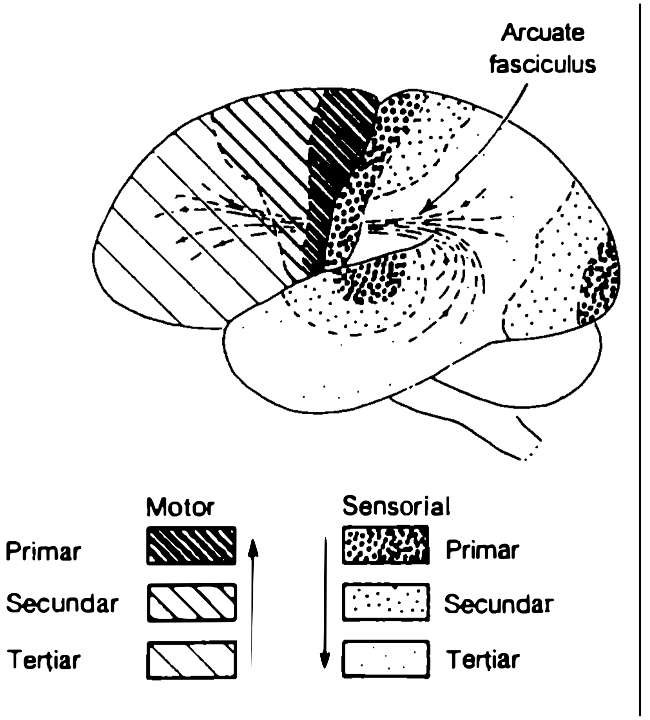


Fig. 9.5. Activitatea creierului mare, în linii generale. Informația senzorială externă intră în regiunile senzoriale primare, este prelucrată la un nivel din ce în ce mai sofisticat în regiunile secundare și terțiare, este transferată regiunii motoare terțiare, și în final, transformată în instrucțiuni specifice de mișcare, de către regiunile motoare primare.

Vorbirea prezintă un interes special, deoarece este privită în mod normal drept ceva propriu inteligenței umane. Este curios faptul că (cel puțin la marea majoritate a celor dreptaci, dar și la cei mai mulți stângaci), centrele *vorbirii* se află în principal numai pe partea *stângă* a creierului. Părțile esențiale sunt *zona lui Broca*, o regiune din partea posterioară inferioară a lobului frontal și *zona lui Wernicke*, aflată în interiorul și în jurul părții posterioare superioare a lobului temporal (figura 9.6). Zona lui Broca este legată de formularea propozițiilor, iar zona lui Wernicke – de înțelegerea limbajului. Deteriorarea zonei lui Broca împiedică vorbirea, dar lasă înțelegerea intactă, în timp ce la deteriorarea zonei lui Wernicke, vorbirea este fluentă, dar lipsită de conținut. Un ghem de nervi, numit *arcuate fasciculus* leagă cele două zone. Când acești nervi sunt distruşi, înţelegerea nu este influenţată şi vorbirea rămâne fluentă, dar înţelegerea nu poate fi exprimată verbal.

Putem să ne formăm de-acum o imagine brută asupra a ceea ce face creierul mare. *Informaţia primită* de creier este reprezentată de semnalele vizuale, auditive, tactile etc. care sunt înregistrate mai întâi în regiunile *primare* ale creierului mare, în special în lobii *posteriori* (parietal, temporal şi occipital). Informaţia *transmisă* de creier, sub formă de mişcări ale corpului, provine în principal de la regiunile primare ale lobilor *frontali* ai creierului. Între acestea, au loc procese de prelucrare. În general, există o deplasare a activităţii cerebrale, care începe în regiunile primare ale lobilor posteriori, trece la regiunile secundare, unde sunt analizate informaţiile primite, şi apoi la regiunile terţiare ale lobilor posteriori, unde acest informaţii sunt complet înţelese (de exemplu, situaţia înţelegerii vorbirii în zona Wernicke). Ghemul de fibre nervoase la care s-a făcut referire mai sus (arcuate fasciculus), dar acum pe ambele părţi ale creierului, transportă apoi informaţia prelucrată la lobul frontal, în ale cărui zone terţiare sunt formulate planurile generale de acţiune (de exemplu, formularea vorbirii în zona lui Broca). Aceste planuri generale de acţiune sunt traduse în concepţii mai specifice asupra mişcărilor corpului, în regiunile motoare secundare, şi în sfârşit, activitatea cerebrală se deplasează la nivelul cortexului motor primar, de unde, în final, sunt transmise semnalele la diverse grupe de muşchi ale corpului (deseori la mai multe deodată).

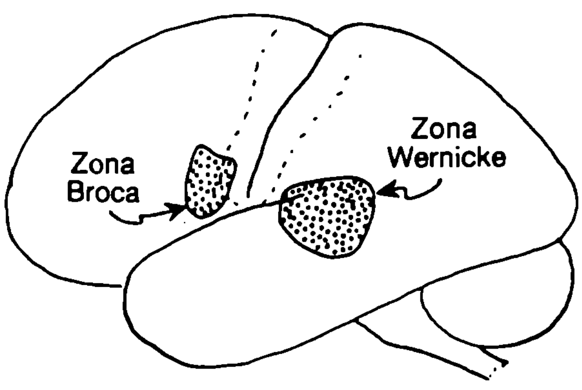


Fig. 9.6. Zona lui Wernicke, ce este situată în mod normal pe partea stângă, este legată de înţelegere, iar zona lui Broca – de formularea limbajului articulat.

S-ar părea că ni se prezintă imaginea unui superb dispozitiv de calcul. Susţinătorii inteligenţei artificiale tari (conform capitolului 1 etc.) ar spune că avem aici supremul exemplu de calculator algoritmic – o adevărată maşină Turing – unde există o intrare (ca banda de intrare, din stânga, a maşinii Turing) şi o ieşire (ca banda de ieşire, din dreapta), iar între acestea se desfăşoară tot felul de operaţii complicate. Desigur, activitatea creierului se poate desfăşura şi independent de informaţia senzorială. Acest lucru se întâmplă când cineva gândeşte, calculează sau meditează la amintiri din trecut. Pentru susţinătorii inteligenţei artificiale tari, aceste activităţi ale creierului ar constitui o continuare a activităţii algoritmice, şi ei ar putea sugera că fenomenul de "conştiinţă" apare ori de câte ori o astfel de activitate internă atinge un anumit nivel de complexitate.

Totuşi, nu trebuie să ne grăbim cu explicaţiile. Imaginea generală a activităţii cerebrale, prezentată mai sus, este extrem de simplificată. În primul rând, nici măcar recepţia imaginilor vizuale nu este atât de clară cum am prezentat-o. Se pare că există câteva regiuni diferite ale cortexului unde se formează hărţi ale câmpului vizual, aparent cu diverse alte scopuri. (Măsura în care controlăm *conştient* vederea se pare că diferă în raport cu acestea.) De asemenea, se pare că există şi alte regiuni subsidiare, senzoriale şi motorii, distribuite pe scoarţa cerebrală (de exemplu, mişcările ochilor pot fi activate din diverse puncte ale lobilor *posteriori*).

În prezentarea de mai sus, n-am menţionat rolul altor părţi ale creierului, în afară de creierul mare. Care este rolul *cerebelului*, de exemplu? Aparent, el este responsabil pentru controlul şi coordonarea precisă a corpului – percepţia timpului, echilibrul, fineţea mişcărilor. Imaginaţi-vă plutirea artistică a unui dansator, acurateţea unui jucător de tenis, reacţiile instantanee ale unui şofer de curse şi mişcările sigure ale mâinilor unui pictor sau ale unui muzician; imaginaţi-vă, de asemenea, salturile graţioase ale unei gazele şi mişcările furişe ale unei pisici. Fără cerebel, o asemenea precizie n-ar fi posibilă şi toate mişcările s-ar face pe dibuite şi ar fi stângace. Se pare că, atunci când cineva deprinde o nouă îndemânare, fie mersul sau conducerea unui automobil, iniţial fiecare acţiune trebuie gândită în detaliu şi procesul este coordonat de emisferele cerebrale; dar, atunci când îndemânarea este stăpânită – şi devine o "a doua natură" – cerebelul preia controlul. Mai mult, o experienţă obişnuită ne spune că dacă cineva *se gândeşte* la etapele unei astfel de acţiuni deja deprinse, atunci această uşurinţă a controlului poate fi temporar pierdută. *Gândirea* pare să implice reintroducerea controlului cerebral, şi deşi apare o flexibilitate a acţiunii, fluenţa şi precizia activităţii cerebelului se pierde. Fără îndoială, aceste descrieri sunt suprasimplificate, dar ele oferă o imagine justă a rolului cerebelului.*

De asemenea, a putut induce în eroare şi faptul că în descrierea anterioară a activităţii emisferelor cerebrale, am lăsat la o parte orice referire la alte părţi ale creierului. De exemplu, *hipocampul* joacă un rol vital în structurarea memoriei de durată (permanente), amintirile fiind însă depozitate undeva, în cortexu

* Este curios, dar comportarea aceasta de "încrucişare" prezentă la creierul mare nu se observă şi la cerebel, astfel că jumătatea dreaptă a cerebelului controlează în principal partea *dreaptă* corpului, iar jumătatea stângă pe cea *stângă* a corpului.

cerebral – probabil în mai multe locuri deodată. Creierul poate reţine imagini, pe termen *scurt*, şi în alte feluri; şi poate să le păstreze pentru câteva minute sau chiar ore (probabil "ţinându-le minte"). Dar pentru a putea evoca astfel de imagini după ce nu li s-a mai dat atenţie, este necesar ca ele să fie stocate într-un mod permanent, iar pentru aceasta, hipocampul este esenţial. (Deteriorarea hipocampului duce la o situaţie îngrozitoare, când nu mai este reţinută nici o amintire nouă, odată ce nu i s-a mai dat atenţie.) *Corpul calos* este regiunea prin care emisferele cerebrale comunică între ele. (Vom vedea mai târziu câteva dintre implicaţiile surprinzătoare ale deteriorării corpului calos.) *Hipotalamusul* este sediul emoţiei – plăcere, furie, frică, disperare, foame – şi mediază atât manifestările psihice, cât şi pe cele fizice ale emoţiilor. Există un flux continuu de semnale între hipotalamus şi diverse părţi ale creierului mare. *Talamusul* acţionează ca un important centru de prelucrare, şi releu de transmisie pentru o bună parte din informaţia provenită de la lumea exterioară, la scoarţa cerebrală. *Formaţiunea reticulară* este responsabilă pentru starea generală de veghe conştientă a creierului ca întreg, sau a diverselor părţi ale creierului. Există, de asemenea, numeroase regiuni prin care trec nervii ce unesc aceste zone şi multe alte regiuni de importanţă vitală.

În prezentarea de mai sus au fost selecţionate doar câteva dintre cele mai importante părţi ale creierului. Ar trebui să termin acest paragraf spunând ceva mai mult despre organizarea creierului ca un întreg. Părţile sale sunt clasificate în trei regiuni care, luate în ordine, de la măduva spinării, sunt numite: creierul posterior (romboencefal), creierul mijlociu (mezencefal) şi creierul anterior (prozencefal). La embrion, aceste trei regiuni apar, în această ordine, ca trei protuberanţe la capătul măduvei spinării. Din cea de la capătul distal – creierul anterior în dezvoltare – înmuguresc doi bulbi, câte unul pe fiecare parte, care devin emisferele cerebrale. Creierul anterior complet dezvoltat include multe părţi importante ale creierului – nu numai creierul mare, ci şi corpul calos, talamusul, hipotalamusul, hipocampul şi multe alte părţi. Cerebelul este o parte a creierului posterior. Formaţiunea reticulară are o parte în creierul mijlociu şi o alta în creierul posterior. Creierul anterior este "cel mai nou" in sensul dezvoltării evoluţioniste, iar creierul posterior este cel mai "vechi".

Sper că această scurtă trecere în revistă, deşi insuficientă din multe puncte de vedere, va da cititorului o idee asupra creierului uman şi asupra activităţii sale, în general. Până acum, nu am atins câtuşi de puţin ideea esenţială de *conştiinţă*. Să ne ocupăm în continuare de acest aspect.

Care este sediul conştiinţei?

Au fost exprimate multe păreri diferite legate de relaţia dintre starea creierului şi fenomenul de conştiinţă. Este remarcabilă lipsa consensului în privința acestui fenomen de evidentă importanță. Totuși, este clar că nu toate părțile creierului sunt implicate în mod egal în manifestarea acestuia. De exemplu, așa cum s-a arătat mai sus, cerebelul pare a fi, în mai mare măsură decât creierul mare, un "automat". Acțiunile care au loc sub controlul cerebelului par să se petreacă "de la sine", fără a fi necesar să fie "gândite". Când cineva hotărăște în mod conștient să meargă dintr-un loc în altul, nu i se întâmplă totuși prea des să-și dea seama de planul elaborat al mișcării detaliate a mușchilor, care ar fi necesar pentru o mișcare controlată. Același lucru poate fi spus despre acțiunile reflexe inconștiente, cum ar fi ridicarea mâinii de pe o sobă fierbinte, care poate fi ordonată nu de creier, ci de partea superioară a măduvei spinării. De aici, cel puțin, am putea fi înclinați să deducem că fenomenul de conștiință trebuie să aibă de-a face mai mult cu activitatea creierului mare decât cu cerebelul sau cu măduva spinării.

Pe de altă parte, nu este clar deloc faptul că însăși activitatea creierului mare trebuie *întotdeauna* să ne influențeze conștiința. De exemplu, așa cum am arătat mai sus, în mersul normal, când persoana *nu este* conștientă de detaliile activității mușchilor și a membrelor – controlul acestei acțiuni fiind în mare parte asigurat de cerebel (ajutat de alte părți ale creierului și de măduva spinării) – s-ar părea, *de asemenea,* că sunt implicate și regiuni motoare primare ale creierului mare. Mai mult, același lucru ar fi adevărat pentru regiunile senzitive primare: persoana poate să nu-și dea seama, în timp ce merge, de variațiile de presiune de pe tălpi, dar regiunile corespunzătoare ale cortexului somatosenzitiv vor fi activate în continuare.

Într-adevăr, distinsul neurochirurg canadian Wilder Penfield (care, în ani 1940 și 1950 s-a ocupat de o mare parte din "cartografierea" detaliată a regiunilor senzitive și motoare din creierul uman) a argumentat că fenomenu de conștiință *nu este* asociat doar cu activitatea cerebrală. El a sugerat, pe baz experienței sale câștigate în numeroasele operații efectuate pe subiecț conștienți, că o anumită regiune pe care a numit-o *trunchi cerebral superior* formată în mare parte din talamus și creierul mijlociu (conform lui Penfield ș Jasper, 1947) – deși el avea în minte mai ales formațiunea reticulară – ar trebu într-un fel, să fie privită ca "sediul conștiinței". Trunchiul cerebral superio comunică cu creierul mare, și Penfield a argumentat că "starea conștientă" sa "comportarea voluntară conștientă" ar apărea ori de câte ori această regiune di trunchiul cerebral se află în comunicație directă cu regiunea corespunzătoa din cortexul cerebral, altfel spus, cu acea regiune particulară asociată c senzațiile, gândurile, amintirile sau acțiunile specifice care sunt percepute sa evocate conștient la momentul respectiv. El a scos în evidență faptul că în tim ce ar putea, de exemplu, să stimuleze acea regiune din cortexul motor subiectului, regiune care provoacă mișcarea mâinii drepte (și mâna dreaptă s- mișca, într-adevăr), aceasta nu ar face ca și subiectul să *dorească* să-și miș mâna dreaptă. (De fapt, subiectul și-ar putea chiar prinde mâna dreaptă stânga, împiedicându-i mişcarea – ca în bine cunoscutul portret cinematografic al Dr. Strangelove, realizat de Peter Sellers!) Penfield a sugerat că *dorinţa* de mişcare ar fi legată în mai mare măsură de talamus decât de cortex. În opinia sa, conştiinţa este o manifestare a activităţii trunchiului cerebral superior, dar pentru că trebuie pe lângă aceasta să existe ceva *de care* să fim conştienţi, nu este implicat numai trunchiul cerebral, ci şi o anumită regiune din scoarţa cerebrală care este în acel moment în comunicaţie cu trunchiul cerebral superior şi a cărei activitate reprezintă subiectul (senzaţii sau memorie) sau obiectul (acţiune volitivă) acestei conştiinţe.

Alţi neurofiziologi au argumentat, de asemenea, că formaţiunea reticulară ar putea să fie luată drept "sediu" al conştiinţei, dacă un astfel de sediu ar exista într-adevăr. La urma urmei, formaţiunea reticulară răspunde de starea generală de veghe a creierului (Moruzzi şi Magoun, 1949). Dacă este deteriorată, provoacă inconştienţă. Când creierul este în stare conştientă de veghe, formaţiunea reticulară este activă; în caz contrar, ea este inactivă. Apare deci cu claritate asociaţia între activitatea formaţiunii reticulare şi acea stare a unei persoane pe care o numim, în mod obişnuit, "conştientă". Totuşi, situaţia se complică prin faptul că, în starea de visare, când persoana îşi dă seama cu adevărat de faptul că visează, acele părţi ale formaţiunii reticulare care sunt în mod normal active, de data aceasta par să *nu* mai fie. Un alt lucru îngrijorător pentru cei care atribuie o poziţie atât de onorantă formaţiunii reticulare este că, din punctul de vedere al evoluţiei, aceasta este o parte foarte *veche* a creierului. Dacă singurul lucru de care este nevoie pentru a fi conştienţi este o formaţiune reticulară activă, atunci broasca, şopârla şi chiar codul au conştiinţă!

Personal, nu consider acest argument ca fiind foarte puternic. Ce dovadă avem că şopârla sau codul *nu* posedă o formă de conştiinţă, de nivel inferior? Ce drept avem să pretindem, aşa cum fac unii, că fiinţele umane sunt singurii locuitori ai planetei binecuvântaţi cu o capacitate reală de "a fi conştienţi"? Suntem singurii, printre creaturile de pe Pământ, pentru care "a fiinţa" este posibil? Mă îndoiesc. Deşi broasca şi şopârla, şi mai ales codul, nu-mi inspiră cine ştie ce convingere că, atunci când mă uit la ele, există neapărat "cineva acolo" care mă examinează la rândul lui, totuşi impresia unei "prezenţe conştiente" este foarte puternică pentru mine atunci când privesc un câine sau o pisică, sau, mai ales, când sunt privit într-un parc zoologic de o maimuţă sau o maimuţă antropoidă. Nu pretind că ele ar simţi la fel ca mine şi nici măcar că ar avea simţăminte prea sofisticate. Nu spun că ar avea o "conştiinţă de sine" în adevăratul sens al cuvântului (deşi bănuiesc că elemente de conştiinţă de sine ar putea fi prezente*). Tot ceea ce spun, este că, uneori, ele pur şi simplu *simt*! În ceea ce priveşte starea de visare, sunt dispus să accept faptul că este asociată cu

* Există unele dovezi convingătoare că cimpanzeii, cel puţin, posedă contiinţă de sine, după cum se pare că au arătat experimentele în care cimpanzei au fost lăsaţi să se joace cu oglinzi, vezi Oakley (1985) capitolele 4 şi 5.

o oarecare stare de conştienţă, dar, probabil, la un nivel destul de scăzut. Dacă părţile formaţiunii reticulare ar fi, într-un fel, singurele răspunzătoare de starea conştientă, atunci ar trebui să fie active, chiar la un nivel mai scăzut, în timpul stării de somn cu vise.

Un alt punct de vedere (O'Keefe 1985) pare a fi acela că starea de conştienţă este asociată, în cea mai mare parte, cu activitatea *hipocampului*. Aşa cum remarcam anterior, hipocampul este o formaţiune de importanţă crucială pentru realizarea memoriei de durată. S-ar putea sugera faptul că realizarea memoriei de durată este asociată cu starea conştientă, şi dacă acest lucru este adevărat, atunci hipocampul ar juca într-adevăr un rol esenţial în fenomenul de conştientizare.

Alţii susţin că însuşi cortexul cerebral este răspunzător de starea de conştienţă. Deoarece creierul mare este mândria fiinţei umane (deşi creierul mare al delfinului este la fel de voluminos!), şi, deoarece activităţile mentale asociate îndeaproape cu inteligenţa par să se desfăşoare în creierul mare, atunci cu siguranţă că acesta este locul în care este adăpostit sufletul uman! Aceasta ar fi probabil concluzia din punctul de vedere al teoriei inteligenţei artificiale tari. Dacă "conştiinţa" este doar o caracteristică a *complexităţii* unui algoritm – sau a "profunzimii" sale, sau a "nivelului de subtilitate" – atunci, conform opiniei teoriei inteligenţei artificiale tari, algoritmii complicaţi ce se desfăşoară la nivelul scoarţei cerebrale ar oferi acestei regiuni motivaţia cea mai puternică pentru pretenţia de a fi considerată regiunea responsabilă de manifestare a conştiinţei.

Mulţi filosofi şi psihologi par să aibă în vedere faptul că fenomenul de conştiinţă umană este puternic legat de *limbaj*. Conform acestei opinii, numai datorită capacităţii noastre de a vorbi putem atinge acea subtilitate de gândire care este chiar semnul distinctiv al umanităţii din noi – şi expresia sufletelor noastre. Conform acestui punct de vedere, limbajul este cel care ne deosebeşte de celelalte animale, şi ne oferă scuza pentru a le priva de libertate şi a le sacrifica când simţim nevoia să o facem. Limbajul este cel care ne permite să filosofăm şi să descriem ceea ce simţim, astfel încât să îi putem convinge pe ceilalţi că *noi* suntem conştienţi de existenţa lumii exterioare şi, de asemenea, că suntem conştienţi de noi înşine. Din acest punct de vedere, limbajul este elementul cheie al conştiinţei pe care o posedăm.

Acum, este momentul să ne amintim că centrii vorbirii se află (la marea majoritate a oamenilor) numai pe partea *stângă* a creierului (zonele lui Broca şi a lui Wernicke). Punctul de vedere pe care tocmai l-am exprimat pare să implice faptul că numai partea stângă a cortexului cerebral este asociată cu conştiinţa, iar partea dreaptă – nu! Într-adevăr, aceasta pare a fi opinia unor neurofiziologi (în particular, John Eccles, 1973), deşi pentru mine, ca observator din afară, pare o opinie cu totul stranie, pentru motive pe care le voi arăta.

Experimente pe creier

În legătură cu acest aspect, ar trebui să menționez un set remarcabil de observații privitoare la subiecți umani (și animale), la care corpul calos a fost complet distrus, astfel încât cele două emisfere cerebrale, dreaptă și stângă, nu mai puteau comunica între ele. În cazul oamenilor,[2] distrugerea corpului calos a fost efectuată ca operație terapeutică, constatându-se faptul că acesta constituia un tratament efectiv pentru o formă de epilepsie deosebit de gravă, de care sufereau subiecții respectivi. După un timp de la realizarea operațiilor, subiecții au fost supuși de către Roger Sperry la numeroase psihoteste. Ei au fost așezați în așa fel încât câmpul vizual stâng să producă stimuli total diferiți de câmpul vizual drept. Astfel, emisfera stângă urma să recepționeze informația vizuală prezentă numai în partea dreaptă, iar emisfera dreaptă – informația prezentă numai în partea stângă. Dacă în partea stângă apărea pentru scurt timp imaginea unui creion, iar în partea dreaptă – imaginea unei cești, subiectul spunea: "Este un *creion*", deoarece creionul și nu ceașca a fost perceput de unica parte a creierului aparent capabilă de a controla vorbirea. Totuși, mâna stângă a fost capabilă să aleagă o farfurie și nu o bucată de hârtie, drept obiectul cel mai potrivit pentru a fi asociat ceștii. Mâna stângă este controlată de emisfera dreaptă, și, deși, incapabilă de vorbire, emisfera dreaptă realizează anumite acțiuni destul de complexe și caracteristic umane. Într-adevăr, s-a sugerat că *gândirea geometrică* (în special tridimensională) și, de asemenea, muzica, ar putea să se desfășoare în mod normal mai ales în emisfera *dreaptă*, pentru a echilibra capacitățile verbale și analitice ale celei stângi. Partea dreaptă a creierului poate înțelege substantive comune sau propoziții elementare, și este capabilă de raționamente aritmetice foarte simple.

Lucrul cel mai izbitor în privința acestor subiecți este că cele două părți par a se comporta ca entități efectiv independente, iar experimentatorul poate comunica separat cu fiecare dintre ele – deși comunicarea cu emisfera dreaptă este mai dificilă și la un nivel mai primitiv, datorită lipsei capacității de verbalizare a acestei emisfere. O emisferă mai poate comunica cu cealaltă pe căi foarte simple, de exemplu, urmărind mișcarea unui braț, controlată de cealaltă emisferă sau ascultând anumite zgomote (ca zăngănitul unei farfurii). Dar chiar și această comunicare primitivă între cele două emisfere poate fi eliminată în condiții de laborator controlate atent. Totuși, mai trec dintr-o parte în alta vagi emoții, probabil din cauză că formațiunile care nu au fost îndepărtate din creier, cum este hipotalamusul, păstrează încă legătura cu ambele emisfere.

Suntem tentați să ridicăm problema: avem, oare, doi indivizi conștienți distincți, ambii aflați în același trup? Această întrebare a constituit subiectul unei mari controverse. Unii ar susține că răspunsul trebuie să fie, cu siguranță, "da", în timp ce alții pretind că nici una dintre părți nu poate fi privită ca un individ în sine. Unii ar argumenta că însuși faptul că trăirile emoționale pot fi comune celor două părți este o dovadă că avem totuși un singur individ. Un alt punct de vedere susține că numai emisfera *stângă* reprezintă un individ conștient, în timp ce emisfera dreaptă este un automat. Această opinie este promovată de cei care cred că limbajul este un element esențial al conștiinței. Într-adevăr, numai emisfera stângă poate pleda cu convingere "Da!" la întrebarea pusă verbal: "Ești conștient?". Emisferei drepte, ca și unui câine, unei pisici sau unui cimpanzeu, i-ar putea veni foarte greu chiar numai să descifreze cuvintele care formează întrebarea, și n-ar fi capabilă să dea glas răspunsului.

Totuși, problema nu poate fi abandonată atât de ușor. Într-un experiment mai recent, de un considerabil interes, Donald Wilson și colaboratorii săi (Wilson și al., 1977; Gazzaniga, LeDoux și Wilson, 1977) au examinat un astfel de subiect căruia i se îndepărtase corpul calos și pe care l-au numit "P.S.". După operație, numai emisfera stângă putea vorbi, dar *ambele* emisfere înțelegeau vorbirea; mai târziu, și emisfera dreaptă a învățat să vorbească! Evident, *ambele* emisfere erau conștiente. Mai mult, ele păreau conștiente în mod separat, fiindcă aveau plăceri și dorințe distincte. De exemplu, emisfera stângă spunea că vrea să fie desenator tehnic, iar cea stângă – pilot de curse!

În ceea ce mă privește, eu pur și simplu nu pot să cred în acea pretenție obișnuită că limbajul uman este necesar pentru gândire și pentru conștiință. (În capitolul următor, voi prezenta câteva din argumentele mele.) De aceea, sunt de partea celor care cred, în general, că cele două părți ale unui subiect cu emisferele cerebrale separate pot fi în mod independent conștiente. Exemplul lui P.S. sugerează că acest lucru poate fi adevărat, cel puțin în acest caz particular. În opinia mea, singura diferență reală dintre P.S. și ceilalți, în această privință, este că și conștiința sa de pe partea dreaptă i-ar putea convinge efectiv pe ceilalți de existența ei!

Dacă acceptăm că P.S. are într-adevăr două minți independente, atunci ni se prezintă o situație remarcabilă. Probabil că *înainte* de operație, subiectul avea o singură conștiință; dar după aceea are două! Cumva, conștiința inițial unică s-a *bifurcat*. Am putea să ne amintim de ipoteticul călător din capitolul 1, paragraful despre hard și soft, care s-a teleportat, și s-a trezit că pretinsul sine "adevărat" a ajuns pe Venus. Aici, bifurcarea conștiinței ar părea să dea naștere unui paradox. Pentru că am putea întreba: "Pe ce cale a luat-o, "de fapt", fluxul conștiinței sale?" Dacă *dumneavoastră* ați fi călătorul, atunci care parte ar ajunge să fie, în final, "dumneavoastră"? Dispozitivul de teleportare poate fi dat la o parte, ca element de science fiction, dar în cazul lui P.S. se pare că avem o situație analoagă, dar care *s-a petrecut în realitate!* Care dintre conștiințele lui P.S. "este" P.S. dinainte de operație? Fără îndoială, mulți filosofi ar respinge întrebarea ca fiind lipsită de sens. Pentru că se pare că nu există nici o modalitate operațională de a decide asupra acestei probleme. Fiecare emisferă ar păstra amintiri din existenţa conştientă de dinainte de operaţie şi, fără îndoială, ambele ar pretinde că sunt persoana respectivă. Acest lucru poate că este remarcabil, dar nu constituie un paradox în sine. Totuşi, am ajuns la o adevărată enigmă.

Această enigmă ar fi exacerbată în continuare dacă cele două conştiinţe ar putea fi puse, cumva, din nou împreună. Refacerea nervilor individuali lezaţi din corpul calos pare în afară de discuţie, având în vedere tehnologia actuală, aşa că ne-am putea gândi, pentru început, la un procedeu mai blând decât distrugerea fibrelor nervoase. Poate că aceste fibre ar putea fi îngheţate sau paralizate temporar cu vreo substanţă. Nu am cunoştinţă de efectuarea unui astfel de experiment, dar cred că ar putea fi tehnic realizabil în viitorul apropiat. Probabil, după reactivarea corpului calos, ar rezulta o *singură* conştiinţă. Imaginaţi-vă că această conştiinţă sunteţi dumneavoastră! Cum v-aţi simţi ştiind că aţi fost două fiinţe distincte, cu două "euri" distincte în dumneavoastră, cândva, în trecut?

Vederea în condiţii de orbire ("blindsight")

Experimentele cu subiecţi cu emisferele cerebrale separate par să indice, cel puţin, că nu este necesar ca "sediul conştiinţei" să fie *unic*. Dar, sunt alte experimente care sugerează că anumite părţi ale scoarţei cerebrale sunt asociate în mai mare măsură cu conştiinţa decât altele. Unul dintre acestea este legat de fenomenul de *vedere în condiţii de orbire (blindsight)*. Deteriorarea unei regiuni din cortexul vizual poate produce orbirea în câmpul vizual corespunzător. Dacă un obiect este plasat în acea zonă a câmpului vizual, atunci obiectul nu va fi perceput. Apare orbirea în raport cu acea zonă a câmpului vizual.

Totuşi, unele descoperiri curioase (vezi Weiskrantz, 1987) indică faptul că lucrurile nu sunt chiar atât de simple. Un pacient, numit "D.B.", a trebuit să sufere o operaţie de îndepărtare a unei părţi din cortexul vizual, iar acest lucru l-a făcut incapabil să mai vadă ceva dintr-o anumită regiune a câmpului vizual. Totuşi, când în regiunea respectivă era aşezat ceva şi D.B. era rugat să *ghicească* ce era acel ceva (de obicei un semn asemănător unei cruci, sau unui cerc, sau un segment de linie înclinat la un anumit unghi), s-a descoperit că pacientul putea să o facă cu o precizie de aproape 100 la sută! Precizia acestor "presupuneri" l-a surprins pe D.B. însuşi, dar el şi-a menţinut afirmaţia că nu poate să perceapă chiar nimic din regiunea respectivă.*

---

* Complementară într-un fel vederii în condiţii de orbire este starea cunoscută sub numele de "negare a orbirii" conform căreia un subiect care este în realitate complet orb insistă că este capabil să vadă foarte bine, părând a fi conştient din punct de vedere *vizual* de lucrurile *presupuse* a fi în preajma sa! (Vezi Churchland 1984, p. 143.)

Imaginile receptate de retină sunt, de asemenea, prelucrate și în *alte* regiuni ale creierului decât cortexul vizual, una dintre cele mai obscure zone implicate aflându-se în partea inferioară a lobului temporal. Se pare că D.B. s-a bazat, în "presupunerile" sale, pe informația obținută de aceste zone temporale inferioare. El nu a perceput nimic în mod *conștient*, prin activarea acestor regiuni, totuși informația se afla acolo, dezvăluindu-se numai prin corectitudinea "presupunerilor" pacientului. De fapt, după un anumit antrenament, D.B. a fost capabil să posede o conștientizare reală, dar în mod limitat, raportată la aceste regiuni.

Toate acestea par să arate că anumite zone ale cortexului cerebral (de exemplu, cortexul vizual) sunt asociate în mai mare măsură cu percepția conștientă decât altele, care pot ajunge și ele prin antrenament să permită percepția conștientă directă.

Prelucrarea informației în cortexul vizual

Dintre toate părțile creierului, *cortexul vizual* a fost înțeles cel mai bine în ceea ce privește felul în care prelucrează informația recepționată, și s-au elaborat diverse modele care să explice această activitate.[3] De fapt, o prelucrare incipientă a informației este efectuată chiar de către retină, într-o anumită proporție, *înainte* de a ajunge la cortexul vizual. (Retina este, de fapt, considerată ca făcând parte din creier!) Unul dintre primele experimente care au dat indicii asupra felului în care se desfășoară prelucrarea informației în cortexul vizual a fost cel care le-a adus lui David Hubel și lui Torsten Wiesel Premiul Nobel în 1981. Prin experimentele lor, ei au putut să arate că anumite celule din cortexul vizual al unei pisici răspundeau la anumite linii din câmpul vizual, care erau *înclinate sub un anumit unghi*. Alte celule, din vecinătate, răspundeau la linii înclinate sub alte unghiuri. De obicei nu avea importanță ce anume era înclinat sub unghiul respectiv. Putea fi o linie ce marca granița dintre întuneric și lumină sau dintre lumină și întuneric, sau numai o linie întunecată pe un fundal luminos. Unica particularitate reținută de acele celule examinate era "unghiul de înclinare". Alte celule răspund la anumite culori sau la diferențe între informațiile receptate de fiecare ochi, astfel încât să poată fi obținută percepția profunzimii câmpului vizual. Pe măsură ce ne deplasăm dinspre regiunile primare de recepție a informației, descoperim celule sensibile la aspecte din ce în ce mai subtile ale modului în care percepem ceea ce vedem. De exemplu, când privim desenul din figura 9.7, percepem imaginea unui triunghi alb întreg; totuși, laturile care formează triunghiul nu sunt prezente efectiv în desen, ci sunt *deduse printr-un proces de inferență*. S-au găsit celule din cortexul vizual (din zona numită cortex vizual secundar), care pot înregistra pozițiile acestor laturi deduse de noi!

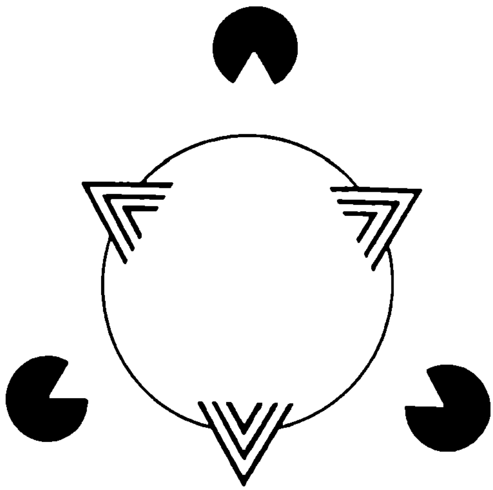


Fig. 9.7. Vedeți un triunghi alb, situat deasupra altui triunghi de care este legat printr-un inel? Laturile triunghiului alb nu sunt desenate în întregime totuși în creier există celule care răspund acestor porțiuni de laturi invizibile, dar perceptibile.

În literatura[4] de la începutul anilor 1970 se pretindea că s-a descoperit o celulă în cortexul vizual al unei maimuțe, celulă care răspundea numai când retina înregistra imaginea unei *fețe*. Pe baza unei astfel de informații, a fost formulată "ipoteza celulei-bunicii", conform căreia ar exista anumite celule în creier care ar răspunde numai la intrarea în cameră a bunicii subiectului! Într-adevăr, există descoperiri recente care arată că anumite celule răspund numai la anumite cuvinte. Este posibil ca acest fapt să conducă într-un fel la verificarea ipotezei celulei-bunicii?

În mod cert, au rămas multe de aflat asupra detaliilor prelucrării efectuate de creier. Se cunoaște încă foarte puțin despre felul în care centrii nervoși din creier își îndeplinesc activitatea. Să lăsăm deoparte acum această problemă și să ne îndreptăm atenția către acele celule ale creierului care îi dau posibilitatea să realizeze aceste lucruri deosebite.

Cum se transmit semnalele nervoase?

Întreaga prelucrare efectuată de creier (și, de asemenea, de măduva spinării și de retină) este realizată de acele celule ale corpului, remarcabil de versatile, numite *neuroni*.[5] Să vedem cum arată un neuron. În figura 9.8 am dat o imagine a unui neuron. El are o regiune centrală, ce aduce a stea, reprezentată uneori sub formă de ridiche, numită *corpul celular*, conținând nucleul celulei. Din corpul celular se desprinde la un capăt o fibră nervoasă lungă – uneori chiar foarte lungă, având în vedere că ne referim doar la o singură celulă microscopică (la om poate ajunge până la câțiva centimetri lungime) – cunoscută sub numele de *axon*. Axonul este "firul" prin care se transmite semnalul de *ieșire* al celulei. De la axon pleacă mai multe ramuri mai mici, axonul bifurcându-se de mai multe ori. La capătul fiecăreia dintre aceste fibre nervoase se află un mic *buton terminal*. La celălalt capăt al corpului celular, adesea ramificându-se în toate direcțiile, se află *dendritele*, de formă arborescentă, prin care informația *intră* în corpul celular. (Uneori și dendritele sunt prevăzute cu butoni terminali, dând așa-numitele sinapse *dendrodendritice*. Voi neglija acest aspect în cursul expunerii, deoarece introduce o complicație neesențială.)

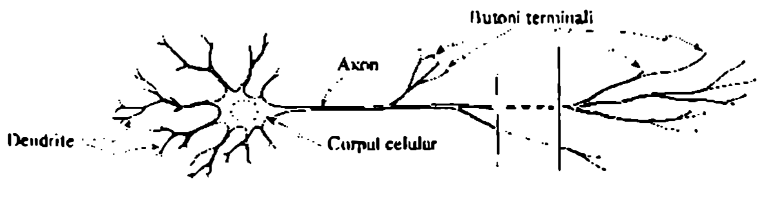


Fig. 9.8. Un neuron (de obicei mult mai lung decât în schiță). Aspectul detaliat al diferitelor tipuri de neuroni variază foarte mult.

Întreaga celulă, fiind o unitate de sine stătătoare, are o membrană care înfășoară în întregime corpul celular, axonul, butonii terminali și dendritele. Pentru ca semnalele să treacă de la un neuron la altul, este necesar să "penetreze bariera" dintre aceștia. Acest lucru se realizează printr-o legătură numită *sinapsă*, aflată acolo unde un buton terminal al unui neuron se atașează într-un punct pe un alt neuron; acest punct se află, fie pe corpul celular, fie pe una dintre dendrite (figura 9.9). De fapt, există un spațiu extrem de îngust între butonul terminal și corpul sau dendrita la care se atașează, spațiu numit fantă sinaptică (figura 9.10). Semnalul care trece de la un neuron la celălalt trebuie să se propage prin acest spațiu.

Care este forma semnalelor care se propagă în lungul fibrelor nervoase și prin spațiul dintre neuroni? Ce anume determină neuronul următor să emită un semnal? Pentru un observator nespecialist, așa cum sunt eu, procedeul adoptat de Natură pare extraordinar – și cu totul fascinant! Ne-am putea aștepta ca semnalele să se comporte ca niște curenți electrici care străbat niște fire conductoare, dar situația este cu mult mai complicată.

O fibră nervoasă este formată, în principal, dintr-un tub cilindric ce conține o soluție de sare obișnuită (clorură de sodiu) și de clorură de potasiu, în principal cea din urmă; deci, în tub există ioni de sodiu, de potasiu și de clor (figura 9.11). Acești ioni sunt prezenți și în exterior, dar într-un raport diferit,

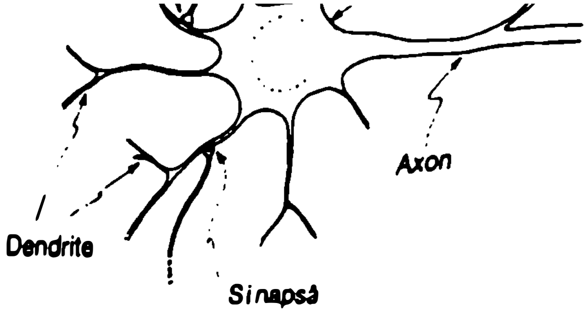


Fig. 9.9. Sinapse: legături între un neuron și următorul.

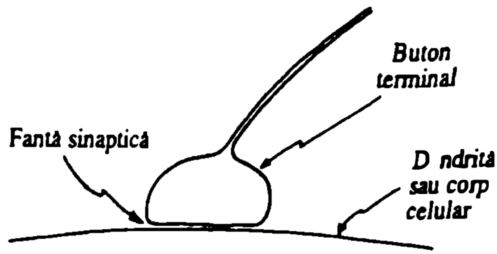


Fig. 9.10. O sinapsă ilustrată în detaliu. Există un spațiu îngust prin care trec substanțele chimice neurotransmițătoare.

astfel încât în exterior există mai mulți ioni de sodiu decât de potasiu. În stare de repaus, în interiorul tubului sarcina totală este negativă (adică există mai mulți ioni de clor decât de potasiu și de sodiu luați împreună – amintiți-vă că ionii de sodiu și de potasiu sunt pozitivi, iar cei de clor – negativi), iar în exteriorul tubului, sarcina totală este pozitivă (adică, mai mulți ioni de sodiu și

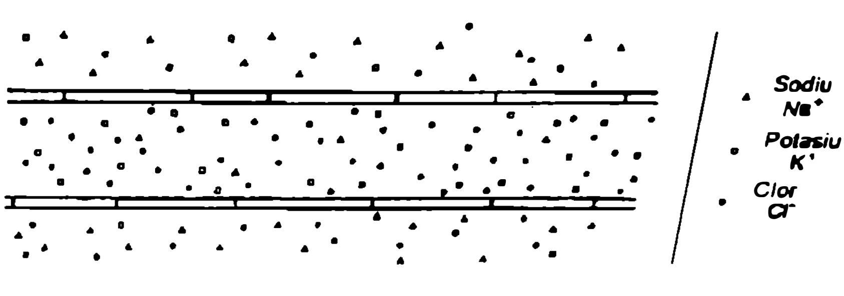


Fig. 9.11. Reprezentare schematică a unei fibre nervoase. În stare de repaus, în interiorul fibrei ionii de clor sunt în exces față de cei de sodiu și de potasiu, sarcina totală fiind negativă; în partea exterioară lucrurile stau exact invers, sarcina totală fiind pozitivă. Raportul sodiu/potasiu este și el diferit în exterior față de interior, în exterior existând mai mult sodiu, iar în interior – mai mult potasiu.

de potasiu decât de clor). Membrana celulară, care constituie suprafața cilindrului, este într-o oarecare măsură "permeabilă", astfel încât ionii tind să migreze prin aceasta și să neutralizeze diferența de sarcină. Pentru a compensa această tendință și a menține excesul de sarcină negativă în interior, există o "pompă metabolică" ce pompează foarte încet ionii de sodiu înapoi prin membrana înconjurătoare. Acest mecanism servește și la menținerea în interior a excesului ionilor de potasiu față de cei de sodiu. Există și o altă pompă metabolică ce împinge ionii de potasiu din exterior spre interior (dar a cărei activitate are loc la scară mai mică), contribuind astfel la menținerea excesului de ioni de potasiu din interior (deși funcționează împotriva dezechilibrului de sarcină).

Un *impuls* în lungul unei fibre nervoase constă dintr-o regiune în care dezechilibrul de sarcină este *inversat* (adică membrana este polarizată pozitiv în interior și negativ în exterior), regiune ce se propagă în lungul fibrei nervoase (figura 9.12). Imaginați-vă că vă aflați pe o fibră nervoasă, în fața unei astfel de regiuni de inversare de sarcină. Pe măsură ce regiunea se apropie, câmpul său electric determină apariția unor mici "uși", numite *porți de sodiu*, care se deschid în membrana celulară; acestea permit ionilor de sodiu să treacă înapoi, din exterior în interior (printr-o combinație de forțe electrice și de diferențe de presiune datorate diferențelor de concentrație, adică prin "osmoză"). Ca urmare, sarcina devine pozitivă în interior și negativă în exterior. Când acest lucru s-a întâmplat, regiunea de inversare de sarcina ajunge în locul în care ne aflăm. Aceasta face ca un alt set de mici "uși" să se deschidă acum (*porți de potasiu*), permițând ionilor de potasiu să treacă înapoi în exterior din interior, și astfel începe procesul de refacere a excesului de sarcină negativă în interior. Ca urmare, semnalul a reușit să treacă! În final, când semnalul se îndepărtează, pompele își reiau activitatea lentă, dar permanentă, pompând ionii de sodiu în exterior și pe cei de potasiu în interior. Astfel, fibra nervoasă revine la starea de repaus și este gata pentru un nou semnal.

Observați faptul că semnalul constă doar dintr-o regiune cu sarcină inversată care se deplasează în lungul fibrei. *Materia* în sine (adică ionii) se mișcă foarte puțin – numai spre interior și spre exterior, prin membrana celulară!

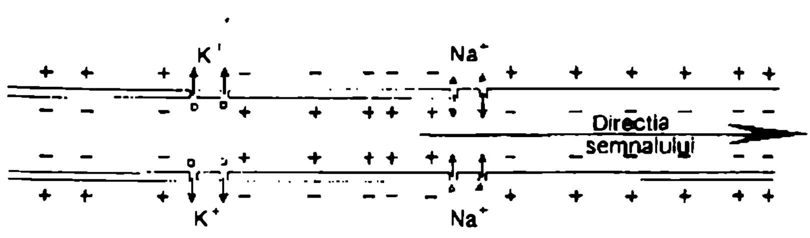


Fig. 9.12. Un semnal nervos este o regiune de inversare de sarcină, regiune ce se propagă în lungul fibrei nervoase. În fața acestei regiuni se deschid porți de sodiu, ce permit sodiului să treacă în interior; iar în urma ei se deschid porți de potasiu, ce permit potasiului să treacă în exterior. Pompele metabolice acționează pentru a restabili *status quo*-ul.

Acest mecanism deosebit de exotic pare să funcţioneze foarte eficient. Este folosit în mod universal, atât de vertebrate, cât şi de nevertebrate. Dar la vertebrate s-a perfecţionat o inovaţie suplimentară, şi anume, fibra nervoasă este înfăşurată într-o teacă izolatoare dintr-o substanţă albicioasă şi grasă, numită *mielină.* (Teaca de mielină este aceea care conferă "substanţei albe" a creierului culoarea sa specifică.) Această izolaţie permite semnalelor nervoase să se propage fără a-şi micşora intensitatea (între "staţiile releu"), cu o viteză apreciabilă – de până la 120 metri pe secundă.

Când un semnal ajunge la un buton terminal, acesta emite o substanţă chimică denumită neurotransmiţător. Această substanţă traversează fanta sinaptică către un alt neuron, fie într-un punct al dendritei, fie direct la corpul celular. Unii neuroni au butoni terminali care emit un neurotransmiţător chimic care are tendinţa să *activeze* corpul celular al următorului neuron pentru a "declanşa un impuls", adică pentru a iniţia un nou semnal în lungul axonului său. Aceste sinapse se numesc *excitatoare.* Altele tind să *blocheze* activarea următorului neuron, şi se numesc *inhibitoare.* Efectul sinapselor excitatoare care sunt active la un moment dat se adună, şi din el se scade efectul sinapselor *inhibitoare,* iar dacă efectul total atinge un anumit prag critic este provocată activarea neuronului următor. (Sinapsele excitatoare produc o *diferenţă de potenţial* electric pozitivă între interiorul şi exteriorul următorului neuron, iar cele inhibitoare – o diferenţă de potenţial negativă. Aceste diferenţe de potenţial se adună algebric. Neuronul va declanşa un impuls atunci când diferenţa de potenţial atinge un nivel critic pe axon, astfel încât potasiul să nu poată ieşi destul de rapid pentru a restabili echilibrul.)

Modele pe calculator

O particularitate importantă a transmisiei nervoase este că aceste semnale sunt (în mare parte) fenomene de tip "totul sau nimic". Intensitatea semnalului nu este variabilă: semnalul este sau nu este. Această caracteristică dă activităţii sistemului nervos un aspect digital, în genul unui calculator. De fapt, există destul de multe asemănări între activitatea unui mare număr de neuroni interconectaţi şi procesele interne dintr-un calculator digital, cu firele sale conductoare şi porţile logice (vă voi oferi în curând mai multe detalii asupra acestui aspect). În principiu, nu ar fi dificilă realizarea pe calculator a unei simulări a activităţii unui astfel de sistem de neuroni. Se ridică o întrebare firească: acest lucru nu înseamnă oare că, oricare ar fi detaliile conexiunilor din creier, structura lor poate fi întotdeauna modelată de activitatea unui calculator?

Pentru a clarifica această comparaţie, ar trebui să arăt ce este, de fapt o *poartă logică.* Şi într-un calculator avem o situaţie de tip "totul sau nimic": fie că printr-un fir există sau nu un puls de curent, intensitatea pulsului este întotdeauna aceeași, atunci când *este* prezent. Pentru că totul este măsurat în timp foarte precis, *absența* pulsului ar constitui un semnal bine definit și ar fi "observată" de calculator. De fapt, când folosim termenul de "poartă logică", ne gândim implicit la prezența sau la absența unui puls, ce înseamnă "adevărat" sau respectiv "fals". De fapt, aceasta nu are nimic de-a face cu adevărul sau falsitatea; se folosește doar terminologia uzuală. Să folosim acum notația "1" pentru "*adevărat*" (prezența pulsului) și "0" pentru "*fals*" (absența pulsului), și, la fel ca și în Capitolul 4, putem folosi "&" pentru "și" (ceea ce "înseamnă" că ambele sunt "adevărate", adică răspunsul este 1 dacă și numai dacă ambele argumente sunt 1), "v" pentru "ori" (ceea ce "înseamnă" că, fie unul, fie altul, fie ambele sunt "adevărate", adică 0 dacă și numai dacă ambele argumente sunt 0), "$\Rightarrow$" pentru "implică" (adică **A** $\Rightarrow$ **B** înseamnă că "dacă **A** este adevărat, atunci **B** este adevărat", ceea ce este echivalent cu "fie **A** este fals, fie **B** este adevărat"), "$\Leftrightarrow$" pentru "dacă și numai dacă" (ambele "adevărate" sau ambele "false") și "~" pentru "non" (una este "adevărată" dacă cealaltă este "falsă" și invers). Acțiunea acestor operații logice poate fi descrisă prin așa-numitele "tabele de adevăr":

$$\mathbf{A}\ \&\ \mathbf{B}: \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A} \vee \mathbf{B}: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}: \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

în fiecare caz, **A** desemnează liniile (adică **A** = 0 dă prima linie și **A** = 1, pe a doua), iar **B** desemnează, în același fel, coloanele. De exemplu, dacă **A** = 0 iar **B** = 1, răspunsul se va găsi în colțul din dreapta sus al fiecărui tabel; în acest caz în al *treilea* tabel se obține valoarea 1 pentru **A** $\Rightarrow$ **B**. (Ca exemplu concret, în termeni de logică *concretă*: afirmația "dacă dorm atunci sunt fericit" este evident corectă și pentru cazul particular în care sunt și treaz, și fericit). În sfârșit, poarta logică "non", are, pur și simplu, următorul efect:

$$\sim 0 = 1 \qquad \text{și} \qquad \sim 1 = 0.$$

Acestea sunt tipurile de bază de porți logice. Mai există câteva, dar toate pot fi obținute din cele deja menționate.[6]

Putem construi, în principiu, un calculator din conexiuni *neuronale*? Vă voi arăta că, folosind doar acele considerații foarte primitive ale activării neuronale pe care am discutat-o mai sus, acest lucru este, într-adevăr, posibil. Să vedem cum ar fi posibilă, în principiu, construirea unor porți logice din conexiuni neuronale. Trebuie să apelăm la o nouă modalitate de codificare digitală, pentru că *absența* semnalului nu declanșează nimic. Să considerăm (în mod arbitrar) că un puls *dublu* înseamnă 1 (sau "adevărat") și un *singur* puls înseamnă 0 (sau "fals"), și să considerăm o schemă simplificată în care pragul pentru activarea unui neuron constă întotdeauna din *două* pulsuri excitatoare simultane. Este ușor de construit o poartă "și" (adică "&"). Așa cum se arată în figura 9.13, putem considera că cele două fibre nervoase de intrare sunt singura pereche de butoni terminali care se leagă de neuronul de ieșire. (Dacă ambele transmit pulsuri duble, atunci și primul, și al doilea puls vor atinge pragul cerut de două pulsuri, pe când dacă una poartă un singur puls, atunci numai una dintre perechile de pulsuri va atinge pragul. Am presupus că pulsurile sunt măsurate în timp foarte precis și că în cazul pulsului dublu reperul este *primul* puls.) Construcția unei porți "non" (adică "~") este cu mult mai complicată, și în figura 9.14 este schițată o cale de a o obține. Aici, semnalul de intrare vine pe un axon care se desparte în două ramuri.

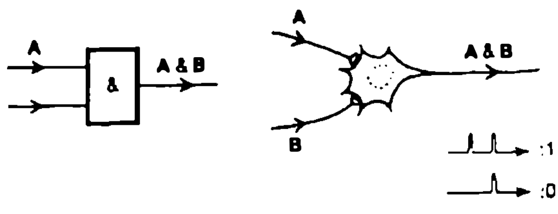


Fig. 9.13. O poartă "și". În "modelul neuronal" din dreapta, neuronul declanșează un impuls numai atunci când semnalul de intrare atinge amplitudinea a două pulsuri.

O ramură parcurge un drum ocolitor, ce are o astfel de lungime încât să întârzie semnalul exact cu intervalul de timp dintre cele două pulsuri ale unui puls dublu; apoi, ambele ramuri se bifurcă din nou: câte o ramură de la fiecare din ele terminându-se pe câte un neuron inhibitor, iar ramura ocolitoare ce a produs întârzierea semnalului se va bifurca la rândul ei într-una ce parcurge un drum direct și o alta ce parcurge un drum ocolitor. Acest neuron nu va transmite *nimic*, dacă semnalul de intrare este de un singur puls, sau va transmite un *puls dublu* (în poziția întârziată) în caz că semnalul de intrare este un puls dublu. Axonul care poartă acest semnal de ieșire se desface în trei ramuri, toate sfârșindu-se prin butoni terminali inhibitori pe un neuron final excitator. Celelalte două părți rămase ale axonului care s-a desfăcut inițial, se desfac din nou în două, și toate cele patru ramuri se termină pe acest neuron fmal prin butoni terminali excitatori.

Cititorul poate să verifice că acest neuron final transmite semnalul de ieșire "non" (adică un puls dublu dacă semnalul de intrare era de un singur puls, sau un singur puls dacă semnalul de intrare era de un puls dublu). (Această schiță pare absurd de complicată, dar mai mult decât atât nu pot face!) Cititorul este invitat să se amuze construind și alte porți logice "neuronale".

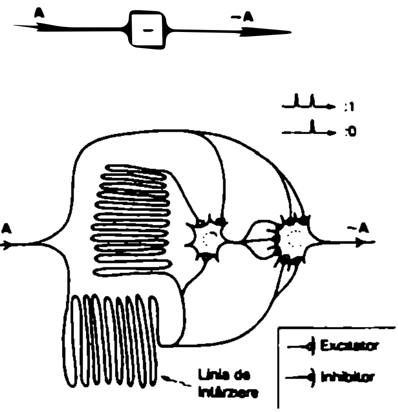


Fig. 9.14. O poartă "non". În "modelul neuronal", pentru declanșarea neuronului este necesar, de asemenea, un puls de intrare de amplitudine dublă (cel puțin).

Desigur, aceste exemple explicite nu trebuiesc luate drept modele serioase pentru funcționarea în detaliu a creierului. Încerc doar să arăt că există o echivalență logică esențială între modelul de activare a unui neuron pe care l-am prezentat mai sus și arhitectura unui calculator electronic. Este ușor de observat că un calculator ar putea simula orice fel de astfel de model de interconexiuni neuronale; iar construcția detaliată de mai sus arată că, reciproc, sistemele de neuroni sunt capabile să simuleze un calculator – și *ar putea* astfel, să se comporte ca o mașină Turing (universală). Deși în discuția asupra mașinilor Turing din capitolul 2 nu s-au întrebuințat porți logice[7], și de fapt este nevoie de mai mult decât de porți logice pentru a simula o mașină Turing, nu apare nici o problemă principială nouă – *presupunând* că putem *aproxima banda infinită* a mașinii Turing cu o baterie mare dar finită de neuroni. Acest lucru pare să argumenteze faptul că un creier și un calculator sunt, în esență, echivalente!

Dar înainte de a ne grăbi să tragem această concluzie, ar trebui să luăm în considerare diferențele dintre activitatea creierului și cea a unui calculator din zilele noastre, diferențe care ar putea fi semnificative. În primul rând, am suprasimplificat descrierea declanșării unui semnal de către un neuron, prezentând-o ca pe un fenomen de tip "totul sau nimic". Aceasta s-a referit la transportul unui singur puls pe axon, dar, de fapt, când un neuron "declanșează un impuls", el emite o întreagă secvență de astfel de pulsuri în succesiune rapidă. Chiar și atunci când nu este activat, un neuron emite pulsuri, dar cu o frecvență mică. Când declanșează un semnal, *frecvența* acestor pulsuri crește enorm. Există, de asemenea, și un aspect probabilist în declanșarea neuronală. Același stimul nu produce întotdeauna același efect. Mai mult, activitatea creierului nu beneficiază de reglajul exact care se impune pentru curenții unui calculator; și ar trebui pus în evidență faptul că activitatea neuronilor – cu o frecvență maximă de 1 000 de pulsuri pe secundă – este cu mult mai lentă decât cele mai rapide circuite electronice, cu un factor de ordinul 10^{-6}. De asemenea, spre deosebire de conexiunile perfecte dintr-un calculator electronic, se pare că în privința conexiunilor neuronale efective apare un caracter aleator destul de pronunțat și redundant – deși acum se știe că precizia conexiunilor din creier (la naștere) este mult mai mare decât se credea acum cincizeci de ani.

Multe din cele de mai sus ar părea să constituie un dezavantaj al creierului față de calculator. Dar există alți factori, în favoarea creierului. Porțile logice implică numai câteva fire de intrare și de ieșire (cel mult trei sau patru), pe când neuronii pot avea un număr uriaș de sinapse. (De exemplu, neuronii din acea formațiune a cerebelului cunoscută sub numele de celulele lui Purkinje au în jur de 80 000 de terminații sinaptice excitatoare.) De asemenea, numărul de neuroni din creier este mai mare decât numărul de tranzistori din cel mai mare calculator – probabil 10^{11} în creier și "numai" 10^9 într-un calculator! Dar această cifră va crește, desigur, în viitor.[8] Mai mult, numărul mare de celule din creier se datorează în mare parte numărului imens de *celule granulare* mici din cerebel – în jur de treizeci de mii de milioane (3×10^{10}). Dacă suntem înclinați să credem că numai mărimea numărului de neuroni este cea care ne permite să avem experiențe conștiente, pe care calculatorele din ziua de azi nu par să le aibă, atunci trebuie să găsim o explicație suplimentară pentru faptul că activitatea cerebelului pare a fi complet *in*conștientă, în timp ce conștiința poate fi asociată cu *emisferele cerebrale*, care conțin numai de două ori mai mulți neuroni (în jur de 7×10^{10}), cu o densitate mult mai mică.

Plasticitatea creierului

Există și alte deosebiri între activitatea cerebrală și cea a unui calculator, deosebiri care par a fi de o mai mare importanță decât cele menționate până acum. Acestea sunt legate de un fenomen cunoscut sub numele de *plasticitate a creierului*. Nu este corect să considerăm creierul doar ca o colecție *nemodificată* de neuroni legați unii de alții. De fapt, legăturile dinte aceștia nu sunt fixe, ca în modelul de calculator de mai sus, ci se modifică tot timpul. Nu mă refer la modificarea pozițiilor axonilor și a dendritelor. Cea mai mare parte a acestei "interconexiuni" complicate este stabilită, în linii mari, la naștere. Mă refer la conexiunile sinaptice unde are loc comunicarea dintre diferiții neuroni. Adesea, acestea se găsesc în locuri care reprezintă protuberanțe micuțe ce apar pe dendrite stabilind legătura cu butonii terminali (vezi figura 9.15). Aici termenul de "contact" nu înseamnă *atingere*, ci crearea unui spațiu îngust (fantă sinaptică) ce are exact mărimea potrivită – aproximativ a patruzeci de mia parte dintr-un milimetru. În anumite împrejurări aceste protuberanțe dendritice se pot micșora și întrerupe contactul, sau (cele noi) se pot lărgi și stabili un contact nou. Astfel, dacă ne gândim că legăturile neuronale din creier alcătuiesc un calculator, atunci acesta este un calculator ce este capabil să se modifice tot timpul!

Potrivit uneia dintre teoriile cele mai importante despre modul de constituire a memoriei de lungă durată, aceste schimbări din conexiunile sinaptice sunt cele ce pun la dispoziție mijloacele de stocare a informației cerute. Dacă așa stau lucrurile, observăm că plasticitatea creierului nu este doar o complicație întâmplătoare, ci o trăsătură *esențială* a activității creierului.

Care este mecanismul ce stă la baza acestor schimbări continue? Cât de rapid se pot efectua aceste schimbări? Răspunsul la a doua întebare se pare că este controversat, dar există cel puțin o școală de gândire care afirmă că schimbările pot avea loc în decurs de câteva secunde. Este de așteptat așa ceva, dacă asemenea schimbări sunt responsabile de stocarea amintirilor permanente, din moment ce aceste amintiri pot fi înmagazinate în câteva secunde (vezi Kandel, 1976). Această observație va avea ulterior implicații semnificative pentru noi. Voi reveni la această importantă problemă în capitolul viitor.

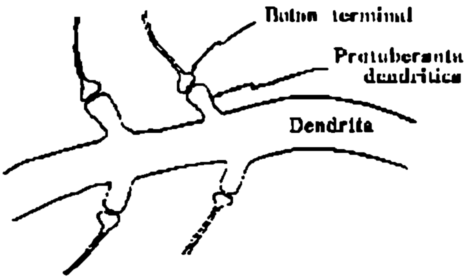


Fig. 9.15. Conexiuni sinaptice ce cuprind protuberanțe dendritice. Eficacitatea conexiunii este puternic influențată de creșterea sau retracția protuberanței.

Ce se poate spune despre mecanismele care stau la baza plasticității creierului? O teorie ingenioasă (datoarată lui Donald Hebb 1954) propune existența anumitor sinapse (numite acum "sinapse Hebb") având următoarea proprietate: o sinapsă Hebb aflată între un neuron A și un neuron B este întărită atunci când activarea lui A este urmată de cea a lui B, și slăbită când nu există o asemenea reacție succesivă. Totul se petrece independent de faptul dacă este implicată sau nu o sinapsă Hebb în activarea neuronului B. Rezultă o formă oarecare de "învățare". Bazate pe acest tip de teorie, au fost concepute diverse modele matematice pentru încercarea simulării unei activități de învățare/ rezolvare a unei probleme. Acestea sunt cunoscute sub numele de *rețele neuronale*. Se pare că aceste modele sunt într-adevăr capabile de învățare într-o formă rudimentară, dar până acum sunt departe de fi modele realiste ale creierului. În orice caz, este de așteptat ca mecanismele care controlează modificările din conexiunile sinaptice să fie mai complicate decât cele luate în considerare aici. În mod evident, mai sunt necesare cercetări în acest domeniu.

Referitor la aceasta, există un alt aspect al eliberării substanțelor neurotransmițătoare prin butonii terminali. Uneori aceasta nu are loc în fantele sinaptice, ci intră în lichidul intercelular general, poate pentru a influența alți neuroni aflați la depărtare mai mare. Se pare că multe substanțe neurochimice diferite sunt emise în această manieră și există diferite teorii ale memoriei, pe lângă aceea pe care am expus-o mai sus, care depind de o mulțime de substanțe care pot fi implicate. Cu siguranță că starea creierului poate fi influențată într-o manieră generală de prezența substanțelor chimice produse de alte părți ale creierului (de exemplu hormonii). Întreaga problemă a neurochimiei este complicată și este dificil de văzut cum se poate efectua o simulare detaliată și temeinică pe calculator a tot ceea ce poate avea legătură cu aceasta.

Calculatoare paralele și "unicitatea" conștiinței

Mulți sunt de părere că dezvoltarea *calculatorelor paralele* deține cheia construirii unei mașini cu posibilitățile creierului uman. Să discutăm pe scurt aceasă idee larg răspândită. Într-un calculator paralel, față de unul serial, se efectuează independent un număr mare de calcule separate, iar rezultatele acestor operații, în mare parte autonome, sunt combinate, din când în când, pentru a fi incluse în ansamblul calculelor. Alegerea unui asemenea tip de arhitectură pentru un calculator provine din încercarea de a imita modul de funcționare a sistemului nervos, deoarece diverse părți ale creierului par să îndeplinească funcții de calcul independente și separate (de exemplu, prelucrarea informației vizuale în cortexul vizual).

Atragem atenția asupra a două aspecte: primul, nu există nici o diferență, *în principiu*, între un calculator paralel și unul serial. De fapt, ambele sunt *mașini Turing* (conform capitolului 2, paragraful despre teza Church-Turing). Diferențele constau numai în eficiența sau în viteza cu care se realizează calculul. Există anumite tipuri de calcul pentru care o structură paralelă este într-adevăr mai eficientă, dar nu acesta este cazul întotdeauna. Al doilea aspect este, cel puțin după părerea mea, că ideia de calculul clasic paralel este puțin probabil să dețină cheia a ceea ce are loc în cazul gândiri noastre *conștiente*. O trăsătură caracteristică a gândirii conștiente (cel puțin în cazul în care o persoană se află într-o stare psihologică normală și nu a fost subiectul unei operații de tip "emisfere cerebrale separate"!) este "unicitatea" sa – în contrast cu situația în care se desfășoară mai multe activități independente deodată.

Afirmații de tipul: "Cum crezi că aș putea să mă gândesc la mai multe lucruri deodată?" sunt obișnuite. La urma urmei, este *oare* posibil să fie prezente în conștiința cuiva simultan mai multe lucruri diferite? Poate că *este posibil* să ne gândim la câteva lucruri în același timp, dar aceasta ar seamăna mai curând cu un continuu du-te-vino între diverse subiecte, decât cu actul propriu-zis de a gândi la acestea, simultan, conștient și independent. Dacă ar fi posibil ca o persoană să se gândească conștient complet independent la două lucruri, am putea vorbi mai degrabă de două *conștiințe separate*, chiar și pentru o perioadă scurtă. Din experiența de până acum (cel puțin, pentru o persoană normală), s-ar părea că există o conștiință *unică* care poate fi conștientă în mod vag de existența mai multor lucruri, dar care se concentrează într-un anumit moment de timp doar asupra *unui singur* lucru anume.

Desigur, nu este deloc clar ce anume înțelegem noi prin "un singur lucru". În capitolul următor vom întâlni câteva exemple cu totul remarcabile de "gânduri unice" în momentele de inspirație ale lui Poincaré și Mozart. Dar nu trebuie să mergem atât de departe pentru a recunoaște că lucrurile de care poate fi conștientă o persoană într-un moment dat pot fi foarte complicate. Imaginați-vă, de exemplu, că cineva trebuie să se decidă ce anume să pregătească pentru masa de seară. Într-o asemenea activitate conștientă este cuprinsă o mare bogăție de informație, iar o descriere verbală completă a ei ar putea fi destul de lungă.

Această "unicitate" a percepției conștiente îmi pare a fi chiar opusul unui calculator paralel. Pe de altă parte, această imagine ar putea fi mai adecvată ca model pentru activitatea *inconștientă* a creierului. Diverse acțiuni independente – mersul, încheierea nasturilor, respirația sau chiar vorbirea – pot fi îndeplinite simultan și în mod mai mult sau mai puțin autonom, fără a fi în mod necesar conștienți de *fiecare* dintre ele!

Pe de altă parte, mi se pare că s-ar putea presupune că există o legătură între această "unicitate" a conștiinței și *paralelismul cuantic.* Amintiți-vă că, potrivit mecanicii cuantice, la nivelul cuantic este permisă coexistența unor alternative diferite sub formă de superpoziții liniare! Astfel, o *stare cuantică unică* ar putea consta, în principiu, dintr-un mare număr de acțiuni diferite, toate având loc simultan. Aceasta este ceea ce se înțelege prin paralelism cuantic și ne vom referi pe scurt la ideea teoretică a unui "calculator cuantic", în care s-ar putea folosi, în principiu, un astfel de paralelism cuantic pentru a se realiza un mare număr de calcule simultane. Dacă o "stare mentală" conștientă ar putea fi în vreun fel asemănată cu o stare cuantică, atunci o formă de "unicitate" sau de globalitate a gândirii ar putea părea mai adecvată decât aceea dată de un calculator paralel obișnuit. Există câteva aspecte interesante ale acestei idei la care voi reveni în capitolul următor. Dar, înainte de a aborda în mod serios o asemena idee, trebuie să ne întrebăm dacă efectele cuantice pot avea vreo importanță pentru activitatea creierului.

Are oare mecanica cuantică vreun rol în activitatea cerebrală?

Discuțiile de mai sus despre activitatea neuronală au fost făcute în întregime pe baze clasice, cu excepția cazurilor în care a trebuit să apelăm la fenomenele fizice ce sunt parţial de natură cuantică (de exemplu, ionii încărcaţi electric cu o sarcină egală cu unitatea, porţile de potasiu şi de sodiu, potenţialele chimice bine definite ce determină caracterul deschis/închis al semnalelor nervoase, chimia neurotransmiţătorilor). Există vreun loc cheie în care efectele cuantice pot avea un rol bine definit? Aceasta în cazul în care discuţia de la sfârşitul capitolului precedent ar urma să aibă vreo importanţă.

De fapt, există, în mod clar, cel puţin un loc în care comportarea la nivel cuantic individual poate avea importanţă pentru activitatea neuronală, şi aceasta este *retina* (Vă amintiţi că retina este în mod tehnic o parte a creierului!). Experimente cu broaşte au arătat că, în condiţii adecvate, un *singur foton* care ajunge pe o retină adaptată la întuneric poate fi suficient pentru a declanşa un semnal macroscopic la nivelul nervului (Baylor, Lamb şi Yan, 1979). Acelaşi lucru pare să se întâmple şi la om (Hecht, Shlaer, Pirenne, 1941), dar în acest caz există un mecanism suplimentar care suprimă asemenea semnale slabe, pentru ca imaginea percepută să nu fie perturbată de prea mult "zgomot" vizual. Este nevoie de un semnal dat de aproximativ *şapte* fotoni pentru ca o persoană obişnuită cu întunericul să devină conştientă de sosirea lor. Cu toate acestea, se pare că retina umană posedă celule cu sensibilitatea necesară pentru a detecta un foton individual.

Din moment ce în corpul uman *există* neuroni care pot fi activaţi de evenimente cuantice individuale, nu este normal să ne întrebăm dacă celule de acest tip n-ar putea fi localizate chiar în zona principală a creierului? După câte ştiu eu, nu există nici o dovadă a acestui fapt. Poate că tipurile de celulă examinate necesită un prag de atins, şi este necesar un mare număr de cuante pentru ca celula să fie activată. S-ar putea specula faptul că, undeva în profunzime, în creier pot fi găsite celule sensibile la cuante individuale. Dacă s-ar putea dovedi aceasta, ar înseamna că mecanica cuantică ar putea fi implicată în activitatea cerebrală.

Dar nici aceasta nu ne este *de prea mare folos* din punct de vedere cuantic, din moment ce cuanta de lumină este folosită doar ca un mijloc de a declanşa un semnal, şi nu au loc efecte caracteristice de interferenţă cuantică. Se pare că, tot ce vom putea obţine din aceasta, în cazul cel mai fericit, ar fi o incertitudine asupra faptului dacă un neuron va fi sau nu activat, şi este dificil de anticipat cum ar putea acest lucru să ne fie de folos.

Oricum, unele dintre problemele dezbătute aici nu sunt chiar atât de simple pe cât ar părea uneori. Să revenim la retină. Să presupunem că un foton reflectat de o oglindă semitransparentă ajunge pe retină. Starea sa este o superpoziţie liniară cu coeficienţi complecşi între starea sa în care a ajuns pe o celulă de pe retină şi aceea în care nu a ajuns, ci, să spunem, a ieşit prin fereastră şi călătoreşte în spaţiu (vezi figura 6.17). În momentul în care fotonul *ar fi trebuit* să ajungă pe retină, şi atât timp cât regula liniară U din mecanica cuantică este valabilă (adică evoluţia Schrödinger deterministă a vectorului de stare, vezi capitolul 6, paragraful despre procedeele de evoluţie **U** şi **R**), el ar fi trebuit să fie reprezentat printr-o superpoziţie liniară cu coeficienţi complecşi între o stare cu un semnal pornit de la nerv și o stare fără un semnal. Când subiectul conștientizează aceasta înseamnă că *doar una* dintre aceste două alternative a fost percepută ca realizându-se efectiv, și că a fost efectuat deci cealălalt procedeu cuantic, și anume, **R** (reducerea vectorului de stare). (Spunând aceasta nu iau în considerare punctul de vedere al interpretării lumilor multiple, vezi capitolul 6, paragraful despre diferite puncte de vedere existente în mecanica cuantică actuală, punct de vedere ce are propria sa multitudine de probleme!)

Pe linia celor discutate la sfârșitul capitolului precedent, ar trebui să ne întrebăm dacă la trecerea semnalului este perturbată suficient de multă materie pentru a fi îndeplinit *criteriul de un-graviton*. Deși este adevărat că prin transferul de energie de la foton pentru deplasarea de materie în cadrul semnalului, retina realizează o amplificare impresionant de mare – poate de un factor de 10^{20} – această masă este încă mult mai mică decât masa Planck m_P, (de aproape 10^8). Totuși, un semnal la nivelul nervului produce în jurul său un *câmp electric* variabil care poate fi detectat (un câmp toroidal, având ca axă nervul și care se deplasează în lungul nervului). Acest câmp ar putea perturba în mod semnificativ *spațiul înconjurător*, iar criteriul de *un-graviton* ar putea fi îndeplinit cu ușurință în această zonă. Astfel, conform punctului de vedere pe care l-am propus, procedeul **R** ar fi putut fi realizat cu mult înainte ca noi să percepem lumina, sau nu ar fi putut fi, după cum este cazul. Din acest punct de vedere, pentru reducerea vectorului stare nu este necesar un proces de conștientizare!

Calculatoare cuantice

Dacă *am dori să speculăm* faptul că neuronii sensibili la cuante individuale joacă un rol important în creier, ne-am putea întreba ce efecte ar putea avea aceasta. Voi discuta mai întâi despre conceptul lui Deutsch de *calculator cuantic* (vezi și capitolului 4, paragraful despre complexitatea și calculabilitatea fenomenelor fizice), iar apoi vom vedea în ce măsură aceasta ajută în vreun fel discuția noastră.

Așa cum am indicat mai sus, idea de bază este de a ne folosi de paralelismul cuantic, potrivit căruia două lucruri total diferite trebuiesc considerate ca având loc simultan sub forma unei superpoziții cuantice liniare – precum fotonul care simultan, fie este reflectat, fie trece prin oglinda semitransparentă, sau care poate chiar trece prin fiecare dintre cele două fante. În cazul calculatorului cuantic, superpoziția formată din aceste două cazuri diferite ar reprezenta, în schimb, două *calcule* diferite. Dar noi nu suntem interesați să obținem răspunsurile la *ambele* calcule, ci doar la ceva care folosește informații parțiale extrase din această superpoziție. În cele din urmă, s-ar putea face o "observare" corespunzătoare asupra celor două calcule, atunci când ambele sunt terminate, în scopul obținerii răspunsului căutat.[9] Astfel, dispozitivul poate economisi timp efectuând simultan două calcule!

Până aici s-ar părea că nu există nici un câștig semnificativ urmând această cale, deoarece ar fi probabil mult mai simplu dacă am folosi o pereche de calculatoare clasice de-sine-stătătoare dar conectate în paralel (sau un calculator paralel clasic), decât un calculator cuantic. Oricum, adevăratul câștig în cazul unui calculator cuantic ar putea apărea atunci când este nevoie de *un număr foarte mare* de calcule paralele – poate un număr indefinit de mare – ale căror răspunsuri individuale nu ne interesează, ci ne-ar interesa doar o combinație corespunzătoare a tuturor acestor rezultate.

În esență, construcția unui calculator cuantic ar cuprinde o versiune cuantică a unei porți logice, pentru care semnalul de ieșire este rezultatul unei "operații unitare" aplicate semnalului de intrare – un exemplu al acțiunii lui **U** – iar întreaga funcționare a calculatorului ar reprezenta-o executare a unui proces **U** de la început până la sfârșit, până când în final "un act de observare" va aduce cu sine declanșarea lui **R**.

Potrivit analizei lui Deutsch, calculatoarele cuantice nu pot fi folosite pentru a efectua operații nealgoritmice (adică, lucruri dincolo de posibilitățile unei mașini Turing) dar pot, în anumite situații foarte artificiale, să atingă o viteză mai mare decât o mașină Turing obișnuită, în sensul *teoriei complexității* (vezi capitolul 4, paragraful despre teoria complexității). În momentul de față rezultatele sunt un pic dezarmante, având în vedere o asemenea idee neobișnuită, dar suntem abia la începuturi.

Cum ar putea avea toate acestea vreo legătură cu activitatea creierului în cazul în care acesta ar conține un număr semnificativ de neuroni sensibili la cuante individuale? Problema principală în această analogie ar fi că efectele cuantice se pot pierde rapid în "zgomot" – creierul fiind un obiect prea "cald" pentru a menține coerența cuantică pentru o perioadă semnificativă de timp (adică, o comportare ce poate fi descrisă corect de acțiunea continuă a lui **U**). Din punctul meu de vedere, aceasta ar însemna că, în permanență, criteriul de un-graviton va fi satisfăcut, așa încât operațiile **R** și **U** vor opera alternativ.

Până acum, toate acestea nu par prea promițătoare în cazul în care am sperat să obținem ceva folositor pentru studiul creierului utilizând mecanica cuantică. Poate că totuși suntem sortiți să acceptăm că suntem calculatore! Personal, nu cred lucrul acesta, dar sunt necesare cercetări suplimentare pentru a găsi drumul cel bun.

Dincolo de teoria cuantică?

Doresc să revin la o problemă ce a constituit o temă fundamentală pentru o mare parte din această carte. Imaginea noastră despre o lume guvernată de legile fizicii clasice și cuantice, așa cum sunt ele înțelese în prezent, este cu adevărat potrivită descrierii creierului și minții omenești? Orice descriere cuantică "obișnuită" a creierului omenesc este pusă evident în fața unei dificultăți foarte serioase, din moment ce însăși acțiunea de "observare" este considerată a fi o componentă esențială a unei interpretări corecte în fizica cuantică convențională. Trebuie considerat creierul ca "observându-se pe sine însuși", ori de câte ori pătrunde în conștiință un gând sau o percepție? Fizica convențională nu are nici o regulă clară referitoare la modul în care mecanica cuantică ar putea lua în considerare aceasta pentru a o aplica creierului. Am încercat să formulez un criteriu pentru apariția acțiunii lui **R**, care este complet independent de conștiință ("criteriul de un-graviton"), și dacă ceva de genul acesta ar putea fi dezvoltat într-o teorie complet coerentă atunci s-ar putea găsi un mod de a descrie cuantic creierul, un mod mai clar decât ceea ce există în prezent.

Totuși sunt de părere că aceste probleme fundamentale apar nu numai în încercările noastre de a descrie activitatea cerebrală. Chiar modul de operare al calculatoarelor digitale depinde în mod esențial de efecte cuantice – efecte care se confruntă și ele, după părerea mea, cu problemele nerezolvate existente în fizica cuantică. În ce constă această dependență "esențială" de efectele cuantice? Pentru a înțelege rolul mecanicii cuantice în calculul digital, trebuie să ne punem problema: cum ar fi posibil să facem ca un obiect în totalitate *clasic* să se comporte ca un calculator digital. În capitolul 5 am discutat despre calculatorul clasic "din bile de biliard" al lui Fredkin-Toffoli (paragraful despre calculabilitatea vieții în universul bilelor de biliard), dar am observat că acest "dispozitiv" teoretic depinde de anumite idealizări care lasă deoparte o problemă esențială de instabilitate inerentă sistemelor clasice. Această problemă de instabilitate a fost descrisă drept o extindere efectivă în spațiul fazelor, pe măsura trecerii timpului (paragraful despre spațiul fazelor; figura 5.14), ceea ce conduce la o continuă și inevitabilă pierdere a preciziei în operarea unui dispozitiv clasic. Mecanica cuantică este, în principal, cea care împiedică această degradare a preciziei. La calculatoarele electronice moderne, este necesară existența *stărilor discrete,* (de exemplu, codificarea cifrelor 0 și 1), astfel încât este absolut clar când anume calculatorul se află într-una dintre aceste stări sau în cealaltă. În aceasta constă esența caracterului "*digital*" al modului de operare al unui calculator. Acest caracter discret depinde în ultimă instanță de mecanica cuantică (Ne amintim caracterul cuantic discret al stărilor de energie, al frecvențelor spectrale, al spinului etc., vezi capitolul 6). Până și vechile mașini mecanice de calcul au depins de *soliditatea* diverselor lor părți – iar soliditatea, la rândul ei, depinde de caracterul discret al fizicii cuantice.

Dar caracterul cuantic discret nu se obține numai ca rezultat al acțiunii lui **U**. La drept vorbind, efectul ecuației lui Schrödinger asupra împrăștierii nedorite și a "pierderii preciziei" este chiar *mai puternic* decât cel al ecuațiilor fizicii clasice! Conform lui **U**, funcția de undă a unei particule, ce inițial este localizată în spațiu, va suferi o extindere peste regiuni din ce în ce mai întinse, pe măsura trecerii timpului (vezi capitolul 6, paragraful despre procedeele de evoluție **U** și **R**). Și sisteme mai complicate ar suferi uneori o asemenea pierdere a localizării (amintiți-vă de pisica lui Schrödinger) dacă nu ar acționa din timp în timp **R**. (De exemplu, stările *discrete* ale unui atom sunt acelea ce au energia, impulsul și momentul cinetic total bine definite. O stare generală ce se "extinde" este o superpoziție de astfel de stări discrete. Acțiunea lui **R**, la o anumită etapă, este aceea care cere ca atomul să "se afle" efectiv într-una din aceste stări discrete).

Mi se pare că nici mecanica clasică și nici cea cuantică – ultima fără câteva schimbări fundamentale suplimentare care l-ar transforma pe **R** într-un proces "concret" – nu vor putea explica vreodată modul în care *gândim*. Este posibil ca și modul digital de operare al calcualatoarelor să necesite o mai profundă înțelegere a inter-relației dintre acțiunile lui **U** și **R**. Cel puțin în privința calculatoarelor știm că această acțiune este *algoritmică* (așa le-am proiectat!), și nu încercăm să valorificăm vreo presupusă comportare nealgoritmică a legilor fizice. Dar, în ceea ce privește creierul și mintea omenească, îmi mențin părerea că, situația este foarte diferită. Poate fi plauzibil să existe o componentă esențială nealgoritmică în procesul de gândire (conștient). În următorul capitol voi încerca să dezvolt mai mult motivele încrederii mele într-o asemenea componentă și să speculez asupra remarcabilelor efecte fizice reale pe care le-ar putea avea o "conștiință" ce influențează activitatea creierului.

1. La radio BBC; vezi Hodges (1983), p. 419.
2. Primele experimente de acest fel au fost efectuate pe pisici (vezi Myers și Sperry 1953). Pentru informații suplimentare asupra experimentelor pe creier, cu separarea emisferelor, vezi Sperry (1966), Gazzaniga (1970), MacKay (1987).
3. Pentru o relatare bine scrisă asupra lucrărilor despre cortexul vizual, vezi Hubel (1988).
4. Vezi Hubel (1988) p. 221. Experimente anterioare înregistraseră celule sensibile doar la imaginea unei mâini.
5. Teoria ce este consacrată astăzi pe deplin că sistemul nervos este format din celule individuale separate, neuronii, a fost propusă convingător de marele neuroanatomist spaniol Ramón y Cajal în jurul anului 1900.
6. De fapt, *toate* porțile logice pot fi construite doar din "~" și "&" (sau chiar numai din *unica* operație ~(A&B)).
7. De fapt, folosirea porților logice la construirea unui calculator electronic este mai potrivită decât sunt considerațiile amănunțite asupra mașinilor Turing din capitolul 2, în care s-a pus accentul, din motive teoretice, pe modul de abordare al lui Turing. Dezvoltarea prezentă a calculatoarelor este, în egală măsură, rezultatul eforturilor remarcabilului matematician american de origine maghiară John von Neumann și a lui Alan Turing.
8. Aceste comparații induc în eroare, în multe privințe. Marea majoritate a tranzistorilor din calculatoarele electronice de azi este legată de "memorie" și nu de acțiuni logice, iar memoria unui calculator poate fi adăugată întotdeauna din exterior, practic nelimitat. Pe

măsura dezvoltării calculatoarelor paralele, în calculele logice vor fi implicaţi direct mult mai mulţi tranzistori decât sunt în prezent.
Deutsch preferă să folosească în descrierile sale punctul de vedere al "lumilor multiple" atunci când este vorba de fizica cuantică. Totuşi, este important să înţelegem că acesta este cu totul neesenţial, conceptul de calculator cuantic fiind la fel de adecvat, indiferent de punctul de vedere adoptat faţă de mecanica cuantică standard.

10

UNDE SE AFLĂ AZI FIZICA MINŢII?

Care este rolul minţii omeneşti?

În discuţiile despre problema relaţiei dintre gândire şi corp există două aspecte distincte cărora li se acordă, de obicei, atenţie: "Cum este posibil ca într-un obiect material (creierul) să se poată *deştepta* o conştiinţă?", şi invers: "Cum se face că această conştiinţa poate din proprie iniţiativă să *influenţeze,* după dorinţă, mişcarea (fizică a) obiectelor materiale?" Acestea reprezintă cele două aspecte: pasiv şi activ, ale problemei relaţiei gândire-corp. Se pare că există în "mintea noastră" (sau mai curând în "conştiinţa noastră") "ceva" nematerial, care este, pe de o parte, provocat de lumea materială, iar pe de altă parte, care o poate influenţa. Prefer totuşi ca în discuţiile preliminare ale acestui ultim capitol să ridic o întrebare oarecum diferită, şi poate mai ştiinţifică, care are relevanţă pentru ambele probleme, atât pentru cea activă, cât şi pentru cea pasivă, în speranţa că încercările noastre de a da un răspuns ne-ar putea duce ceva mai departe, spre o mai bună înţelegere a acestor străvechi enigme fundamentale ale filosofiei. Iată întrebarea mea: "*Ce avantaj suplimentar* oferă conştiinţa celor care o posedă cu adevărat?"

În această formulare a întrebării există câteva presupuneri implicite. Mai întâi, există credinţa că o conştiinţă este practic "ceva" *care poate fi descris ştiinţific*. Există presupunerea că, practic, acest "lucru" "face ceva" efectiv, şi chiar mai mult, că ceea ce face el îi este util creaturii care îl posedă, astfel încât o altă creatură, echivalentă din alte puncte de vedere, dar lipsită de conştiinţă, va avea un comportament mai puţin eficient. Pe de altă parte, s-ar putea crede că o conştiinţă constituie doar un element însoţitor pasiv al faptului de a poseda un sistem de control destul de elaborat, şi că *nu* "face" practic *nimic* în sine. (Acesta din urmă ar fi, de exemplu, punctul de vedere al partizanilor IA-tari.) Pe de altă parte, există, poate, vreun scop divin sau misterios al fenomenului conştiinţei – posibil unul teleologic încă nerelevat nouă – şi orice discuţie asupra acestui fenomen, purtată doar în sensul ideii de selecţie naturală, ar pierde din vedere complet acest "scop". Mai aproape de modul meu de gândire ar fi o variantă ceva mai ştiinţifică a acestui fel de a raţiona, şi anume, aşa numitul *principiu antropic*, conform căruia universul în care ne aflăm noi (în prezent) are o constrângere puternică legată de cerinţa ca fiinţe sensibile, cum suntem noi, să existe în prezent pentru a-l observa. (Acest principiu a fost menţionat pe scurt în capitolul 8, la sfârşitul paragrafului despre ipoteza curburii WEYL, şi voi reveni la el ulterior.)

Voi discuta aceste probleme la momentul potrivit, dar trebuie în primul rând să observăm că termenul "gândire" ne poate induce în eroare atunci când vorbim despre problema relaţiei "gândire-corp". La urma urmei, se vorbeşte adeseori despre "gândirea inconştientă". Acest lucru demonstrează că noi nu considerăm termenii de "gândire" şi de "conştienţă" ca fiind sinonimi. Poate că atunci când ne referim la gândirea *in*conştientă avem o imagine vagă a "cuiva aflat acolo în interior" care acţionează în spatele scenei, dar care, de obicei (cu excepţia poate a viselor, halucinaţiilor, obsesiilor sau a dezvăluirilor freudiene), nu are o influenţă directă asupra a ceea ce percepem noi. Poate că gândirea inconştientă *are* practic propria ei conştienţă, dar aceasta este de obicei păstrată separat de acea parte a minţii noastre pe care o numim în mod obişnuit "noi".

Acest lucru s-ar putea să nu fie chiar atât de nerealist pe cât pare la prima vedere. Există experimente care par să indice că poate exista o oarecare "stare de conştienţă" chiar şi atunci când un pacient este operat după ce a fost supus unei anestezii generale – în sensul că discuţiile care au fost purtate în acest interval îl pot influenţa "inconştient" ulterior, el fiind capabil să şi le amintească uneori sub hipnoză ca şi cum ar fi "participat" la ele. Mai mult, senzaţii care par să fi fost împiedicate să ajungă la conştiinţă, folosindu-se sugestia hipnotică, pot fi ulterior readuse în memorie de o altă inducţie hipnotică, ca şi cum "ar fi fost trăite", dar păstrate oarecum pe o "pistă diferită" (vezi Oakley şi Eames, 1985). Nu toate aspectele acestea îmi par clare, dar nu cred că ar fi corect să atribuim gândirii inconştiente o "conştienţă" aşa cum o înţelegem în mod obişnuit, şi nu am intenţia să fac asemenea speculaţii aici. Cu toate acestea, linia de demarcaţie dintre gândirea conştientă şi cea inconştientă este cu certitudine o problemă delicată şi complicată la care va trebui să revenim.

Să încercăm să lămurim, cât mai simplu posibil, ce anume înţelegem prin "conştienţă", şi momentul când credem că aceasta este prezentă. Nu cred că ar fi înţelept să ne propunem, în acest stadiu al înţelegerii, să dăm o *definiţie* exactă a conştienţei, dar ne putem baza în bună măsură pe impresiile noastre subiective şi pe bunul nostru simţ intuitiv în privinţa sensului termenului şi a momentului când este plauzibil ca această proprietate să fie prezentă. Personal, eu ştiu mai mult sau mai puţin când sunt conştient, şi cred că şi alţi oameni trăiesc ceva similar. A fi conştient, mi se pare că înseamnă că trebuie să fiu conştient *de* ceva, poate de o senzaţie, cum ar fi de durere sau de căldură, de o priveliște plină de culori sau de un sunet muzical; sau poate că sunt conștient de un sentiment, ca de exemplu de derută, de disperare sau de fericire; sau pot fi conștient de amintirea unor întâmplări trecute, sau de faptul că am ajuns să înțeleg cele spuse de cineva, sau de o nouă idee care tocmai mi-a venit în minte; sau de faptul că intenționez în mod conștient să vorbesc sau să fac orice altceva, cum ar fi să mă ridic de pe scaun. Pot, de asemenea, să fiu conștient *de* astfel de intenții sau de o senzație de durere sau de trăirea unei amintiri sau de faptul că am ajuns să înțeleg un anumit lucru; sau pot fi, pur și simplu, conștient de propria mea conștiență. Sunt conștient, într-o oarecare măsură, chiar dacă dorm, cu condiția să visez; sau poate, în timp ce mă trezesc influențez conștient evoluția visului respectiv. Sunt gata să cred că o conștiință este o problemă de măsură, și nu, pur și simplu, un lucru care există sau nu. Eu consider că noțiunea de "conștiință" este, în linii mari, sinonimă cu noțiunea de "conștiență" (eventual "conștiența" pare a avea pentru mine un sens ceva mai pasiv decât acela al "conștiinței"), în timp ce noțiunile de "minte" și de "suflet" au conotații suplimentare care sunt mult *mai puțin* clar definibile deocamdată. Vom întâmpina suficiente dificultăți în a înțelege ce anume este "conștiența", așa că sper că cititorul mă va ierta dacă nu voi mai insista asupra problemelor "minții omenești" și "sufletului", lăsându-le la o parte!

Există, de asemenea, problema a ceea ce se înțelege prin termenul de "inteligență". Aceasta este, la urma urmei, ceea ce îi preocupă pe adepții IA, mai mult decât problema mai nebuloasă de "conștiință". Alan Turing (1950) în celebra lui lucrare (vezi capitolul 1, paragraful despre testul Turing) nu se referă direct atât la "conștiință" cât mai ales la "gândire", iar cuvântul "inteligență" apare doar în titlu. Din punctul meu de vedere, problema inteligenței este subsidiară față de cea a conștiinței. Eu nu cred că adevărata inteligență ar putea fi prezentă fără a fi însoțită de conștiință. Pe de altă parte, dacă s-ar dovedi că adepții IA *ar fi* capabili să simuleze inteligența fără prezența conștiinței, atunci s-ar putea considera drept nesatisfăcătoare o definire a termenului de "inteligență" fără a se include și o astfel de inteligență simulată. În acest caz problema "inteligenței" nu mă va mai interesa aici, deoarece ceea ce mă preocupă, în primul și în primul rând, este "conștiința".

Când îmi exprim credința că adevărata inteligență reclamă prezența conștienței sugerez implicit că inteligența nu poate fi simulată în mod adecvat prin mijloace algoritmice, adică cu ajutorul unui calculator (deoarece nu cred în afirmația adepților IA-*tari* că simpla derulare a unui algoritm ar face să apară conștiința), în sensul în care folosim termenul în prezent. (Vezi discuția asupra "testului Turing" din capitolul 1.) Și aceasta, deoarece voi argumenta în cele ce urmează, că trebuie să existe în conștiență o componentă esențialmente *nealgoritmică* (vezi, mai ales, discuția asupra gândirii matematice ce va urma după trei paragrafe).

Să ne oprim în continuare asupra problemei dacă *există* o deosebire operațională între ceva ce este conștient și ceva "echivalent" din alte puncte de vedere, dar care nu este conştient. Îşi va revela întotdeauna conştiinţa prezenţa într-un obiect? Mi-ar plăcea să cred că răspunsul la această întrebare este în mod necesar "da". Cu toate acestea, această credinţă a mea este prea puţin încurajată de lipsa totală a consensului în ceea ce priveşte posibilitatea existenţei unei conştiinţe şi în regnul animal. Unii acceptă existenţa ei doar la fiinţele umane (iar unii, nici măcar la fiinţele umane dinainte de aproximativ 1000 î. Chr., vezi Jaynes, 1980), în timp ce alţii cred în existenţa conştienţei la o insectă, un vierme şi poate chiar la o stâncă! În ceea ce mă priveşte, m-aş îndoi că un vierme sau o insectă – ca să nu mai vorbesc de o stâncă – posedă cât de cât această calitate; pe de altă parte, mamiferele îmi dau impresia, în general, a existenţei unui fel de conştienţă. Pornind de la această lipsă de consens trebuie, cel puţin, să tragem concluzia că nu există un criteriu general acceptat în ceea ce priveşte manifestarea conştiinţei. S-ar putea totuşi *să existe* un semn distinctiv al comportamentului conştient, dar nu unul recunoscut de toată lumea. Chiar şi aşa, acest semn distinctiv ar putea fi cel legat doar de rolul *activ* al conştiinţei. Este greu de înţeles cum ar putea fi constatată direct prezenţa conştiinţei, fără complementul său activ. O oribilă constatare a acestui fapt s-a produs când, prin anii 1940, curara a fost utilizată pentru un timp ca "anestezic" în operaţiile efectuate pe copiii mici; efectul concret al acestui medicament este paralizia acţiunii nervilor motori ai muşchilor, astfel că *agonia trăită* de aceşti copii nefericiţi nu avea cum să-şi manifeste prezenţa şi pentru chirurg (vezi Dennett, 1978, p.209).

Să revenim acum la posibilul rol activ pe care îl *poate* avea conştiinţa. Să fie oare neapărat vorba de faptul că o conştiinţă poate juca un rol activ – şi că uneori chiar *şi joacă* – sesizabil din punct de vedere operaţional? Am câteva motive pentru care eu cred acest lucru. În primul rând, felul în care utilizând "bunul simţ" simţim adesea că percepem direct faptul că o altă persoană *este* realmente conştientă. *Această* impresie nu pare a fi greşită.* În vreme ce o persoană care *este* conştientă poate să nu se manifeste astfel în mod evident (ca, de pildă, copiii cărora li se administra curara), o persoană care *nu* este conştientă *nu* prea poate să apară ca fiind conştientă! Aşa că trebuie să existe un anumit comportament caracteristic conştiinţei (chiar dacă nu este *întotdeauna* pus în evidenţă de către aceasta) la care suntem sensibili prin intermediul "intuiţiilor noastre bazate pe bunul simţ".

În al doilea rând, gândiţi-vă la procesul nemilos al selecţiei naturale. Priviţi acest proces în lumina faptului că activitatea creierului este doar parţial direct accesibilă conştiinţei (am văzut aceasta în capitolul anterior). Într-adevăr, "mai bătrânul" cerebel, cu vasta lui superioritate în ce priveşte densitatea locală a neuronilor, pare să efectueze acţiuni complexe fără implicarea directă a

* Cel puţin cu tehnologia actuală a calculatoarelor electronice (vezi discuţia asupra testului Turing din capitolul 1).

conștiinței. Natura a ales totuși să dea naștere unor ființe conștiente, cum suntem noi, în loc să se mulțumească cu niște creaturi care ar fi putut viețui în continuare sub controlul unor mecanisme total inconștiente. În cazul în care conștiința nu servește nici unui scop selectiv, de ce oare și-a dat Natura osteneala să dea naștere unor creiere *conștiente,* de vreme ce creierele "automate", inconștiente, cum este cerebelul, par să fie la fel de bune?

Mai mult, există un "ultim" motiv simplu de a crede că orice conștiință trebuie să aibă *un anumit* efect activ, chiar dacă acesta *nu* constituie un avantaj selectiv. Pentr că, în caz contrar, de ce ar trebui ca ființe, precum suntem noi, să fie preocupate uneori de întrebări referitoare la "eul propriu"? (Aproape că aș putea spune: "De ce citiți *dumneavoastră* capitolul acesta?", sau "Oare, de ce am simțit *eu* un imbold puternic de a scrie o carte tocmai pe această temă?") Este greu de imaginat că un automat total inconștient ar putea să-și piardă timpul cu astfel de probleme. Pe de altă parte, din moment ce ființele conștiente par *într-adevăr* să acționeze din când în când în acest mod ciudat, înseamnă că ele se comportă într-un mod *diferit* de cel în care s-ar comporta dacă *nu* ar fi conștiente – deci conștiința are un *anumit* efect activ! Firește că nu va fi nici o dificultate în a programa deliberat un calculator ca să pară că se comportă în acest mod ridicol (ar putea fi de pildă programat să se învârtă prin cameră mormăind tot timpul: "Doamne, care este sensul vieții? De ce sunt eu pe Pământ? Oare ce anume o fi "eul" acesta pe care îl simt?"). Dar de ce și-ar da osteneala selecția naturală să favorizeze o asemenea rasă de indivizi, când neobosita piață liberă a junglei ar fi trebuit cu siguranță să stârpească asemenea nonsensuri inutile cu mult timp în urmă!

Mi se pare clar că meditațiile și mormăielile, în care ne complacem atunci când (poate temporar) ne transformăm în filosofi, nu sunt lucruri selectate pentru *ele însele,* ci constituie "bagajul" necesar (din punctul de vedere al selecției naturale) care trebuie purtat de ființele *cu adevărat* conștiente, și a căror conștiință este rezultatul selecției naturale, dar dintr-un motiv diferit și probabil cu totul remarcabil. Este un bagaj nu prea stânjenitor și dobândit cu ușurință (dacă nu chiar fără voie) prin intermediul forțelor neîmblânzite ale selecției naturale. Uneori, poate în perioadele de liniște și bunăstare de care se bucură câteodată norocoasa noastră specie, astfel încât să nu trebuiască să ne luptăm permanent cu elementele naturii (sau cu vecinii noștri) pentru supraviețuire, comorile aflate în acest bagaj pot începe să stârnească uimire și confuzie. Abia atunci, când îi vedem pe ceilalți comportându-se de o astfel de stranie manieră filosofică ajungem să fim *convinși* că este vorba de indivizi, diferiți de noi înșine, care gândesc la rândul lor.

Care este rolul conștiinței?

el? O opinie pe care am auzit-o exprimată în diferite împrejurări este că starea de conștiență ar putea fi un avantaj pentru un animal de pradă în încercarea acestuia de a ghici ce anume ar putea face prada sa în momentul următor, "punându-se în locul ei". Imaginându-și că el *este* prada, ar putea dobândi un avantaj față de aceasta.

S-ar putea foarte bine să existe ceva adevăr în ideea aceasta, dar, mie personal, nu-mi prea place. În primul rând, ea presupune preexistența unei conștiințe la pradă, deoarece nu ar fi de nici un folos să ne imaginăm pe noi înșine ca "fiind" un automat, deoarece un automat ce este prin definiție *fără* conștiință nu poate fi ceva care să "fiinţeze" în vreun fel! Aș putea, la fel de bine, să-mi închipui că un animal de pradă, complet automat și total inconștient, ar putea avea, ca parte a programului său, o subrutină care să fie practic programul prăzii sale, de asemenea, un automat. Nu mi se pare a fi *logic* necesară prezența unei conștiințe în această interrelație animal de pradă-pradă.

Evident, este dificil de înțeles cum procedeele aleatorii ale selecției naturale ar fi putut fi suficient de inteligente pentru a oferi unui animal de pradă *automat* o copie perfectă a programului prăzii. Acesta ar fi mai degrabă *spionaj* decât selecție naturală! Iar un program *parțial* (în sensul unei porțiuni de "bandă" a mașinii Turing, sau ceva similar unei benzi a mașinii Turing) n-ar constitui practic nici un avantaj selectiv pentru animalul de pradă. S-ar părea că ar fi necesară întreaga bandă, lucru puțin probabil. Ca o alternativă la aceasta, mergând pe linia raționamentului vânător-vânat, s-ar putea să existe un pic de adevăr în ideea prezenței unor urme de conștiință, și nu doar a unui simplu program de calculator. Dar aceasta nu pare să răspundă *adevăratei* probleme: care este de fapt diferența dintre o acțiune conștientă și una "programată".

Ideea menționată mai sus pare similară cu un punct de vedere asupra conștiinței, susținut destul de frecvent, conform căruia un sistem ar fi "conștient" de ceva, dacă ar avea în el însuși un model al acelui lucru, și în plus, că acest sistem devine "conștient *de sine*" atunci când posedă un model al *lui însuși*. Dar dacă un program de calculator conține (ca o subrutină, să zicem) o descriere a programului altui calculator, nu înseamnă că prin aceasta primul program devine conștient de al doilea, și nici că o *auto*-referire la un program de calculator îi conferă acestuia o conștiință *de sine*. După părerea mea, în ciuda opiniilor frecvent susținute, astfel de considerații au prea puțină legătură cu problemele reale privind conștiența și conștiința de sine. O cameră video nu este conștientă de imaginile pe care le înregistrează, și nici o cameră video care își înregistrează propria imagine într-o oglindă nu posedă conștiință de sine (figura 10.1).

Doresc să urmez o cale diferită. Am văzut că nu toate activitățile efectuate de creierul nostru sunt dublate de conștiință de sine (mai ales activitatea cerebelului pare a nu fi conștientă). Ce anume putem *face folosind* gândirea conștientă care să nu poată fi făcut și inconștient?

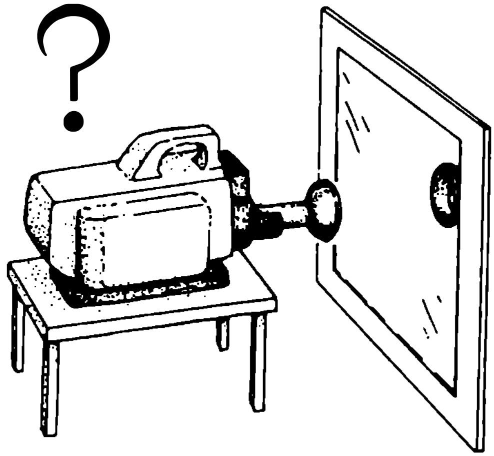


Fig. 10.1. Într-o cameră video cu obiectivul îndreptat spre o oglindă se obține propria imagine. O face oare aceasta conștientă de sine?

Problema devine și mai complicată datorită faptului că tot ceea ce părea inițial că necesită prezența conștiinței pare să poată fi deprins și ulterior efectuat în mod inconștient (poate de către cerebel). Conștiința este necesară, într-o oarecare măsură, la rezolvarea situațiilor în care trebuie să ne formăm noi judecăți, pentru care regulile nu au fost stabilite dinainte. Este dificil de făcut o deosebire foarte precisă între tipurile de activitate mentală care par să reclame prezența conștiinței și cele care nu. Poate că, așa cum ar susține adepții IA-tari (dar și alții), "formarea unor noi judecăți" ar însemna aplicarea unor reguli algoritmice bine definite, dar a unor reguli "de un nivel înalt", cu un caracter necunoscut, de care nu suntem conștienți. Totuși, eu cred că terminologia pe care tindem să o folosim, pentru a deosebi activitatea noastră mentală conștientă de cea inconștientă, *sugerează* diferența dintre caracterul nealgoritmic și cel algoritmic:

Necesită conștiință	*Nu necesită conștiință*
"bun simț"	"comportarea automată"
"judecăți de adevăr"	"utilizarea regulilor fără a judeca"
"înțelegere"	"comportare programată"
"apreciere artistică"	"comportare algoritmică".

Poate că aceste diferențe nu sunt întotdeauna clar delimitate, mai ales pentru că în judecățile noastre conștiente sunt incluși mulți factori *in*conștienți: experiență, intuiție, prejudecăți și chiar utilizarea firească a logicii. Dar judecățile noastre, aș susține eu, sunt manifestări ale *conștiinței*. Ca atare, voi sugera că, în timp ce activitățile inconștiente ale creierului se desfășoară conform unor procese algoritmice, activitatea conștientă este destul de diferită și se desfășoară într-un mod ce nu poate fi descris de nici un algoritm.

Este o ironie a sorții faptul că ideile pe care le prezint aici reprezintă aproape contrariul unora pe care le-am auzit adesea. După cum se susține adesea, gândirea *conștientă* este aceea care se comportă în mod "rațional", mod ce poate fi înțeles de oricine, în timp ce gândirea inconștientă este aceea care are un caracter "misterios". Adepții IA afirmă adesea că, de îndată ce înțelegem o anumită linie de gândire conștientă, putem înțelege și cum anume să programăm un calculator pentru a o reproduce; misterioasele procese *in*conștiente sunt acelea despre care nu avem (încă!) nici o idee despre cum putem să le tratăm. Eu consider că procesele inconștiente ar putea foarte bine să fie algoritmice, dar la un nivel foarte complicat, ce este extraordinar de greu de clarificat în detaliu. Gândirea complet conștientă, care poate fi concepută drept ceva perfect logic, poate fi (adesea) formalizată ca fiind ceva algoritmic, dar la un *nivel complet diferit*. Nu ne gândim acum la procesele interne (activarea neuronilor etc.), ci la modul de tratare a unor gânduri în totalitatea lor. Acest mod de a trata gândirea are uneori un caracter algoritmic (ca în logica veche: anticele silogisme grecești formalizate de Aristotel, sau logica simbolică a matematicianului George Boole; vezi Gardner, 1958), dar nu întotdeuna (cum este cazul teoremei lui Gödel sau al câtorva exemple date în capitolul 4). *Formarea de judecăți*, pe care o consider ca fiind semnul distinctiv al prezenței conștiinței, reprezintă *la rândul ei* ceva despre care adepții IA nu ar putea avea un concept despre cum anume să poată fi programată pe calculator.

Mulți obiectează uneori că aceste *criterii* după care se formează judecățile noastre nu sunt conștiente, așa că eu nu ar trebui să atribui conștiinței astfel de judecăți. Dar, aceasta ar însemna să pierdem din vedere esența ideilor pe care încerc să le exprim. Nu susțin că înțelegem conștient *cum* anume ne formăm impresiile și judecățile conștiente. Aceasta ar însemna să facem confuzie între nivelele la care tocmai m-am referit mai sus. *La baza* impresiilor noastre conștiente nu sunt lucruri accesibile direct conștiinței. Acestea ar trebui să fie căutate la un nivel fizic mai profund decât acela al gândurilor de care suntem conștienți. De fapt, judecățile (nealgoritmice) *sunt* chiar impresiile noastre conștiente.

Una dintre temele fundamentale ale capitolelor anterioare este aceea că se pare că în gândirea noastră conștientă există ceva *nealgoritmic*. O concluzie din capitolul 4 referitoare la teorema lui Gödel era că în matematică, cel puțin, reflectând în mod conștient asupra unui lucru, putem uneori ajunge să stabilim adevărul unei afirmații într-un mod în care nici un algoritm n-ar fi putut să o facă. (Voi discuta imediat despre acest raționament.) Într-adevăr, nu se poate stabili *niciodată* un adevăr pe cale algoritmică! Ar fi la fel de ușor să facem ca un algoritm să nu producă decât neadevăruri, pe cât ar fi de ușor și să-l facem să producă doar adevăruri. Este nevoie de *o putere de discernământ din exterior* pentru a decide dacă un algoritm este sau nu corect (voi discuta mai mult despre aceasta în continuare). Pun aici în discuție afirmația că această capacitate de a deosebi (sau de "a intui") un adevăr de un fals (și frumosul de urât!), în împrejurări corespunzătoare, constituie semnul distinctiv al conștiinței.

Trebuie totuși să precizez că nu mă gândesc la o formă magică de "a ghici". Conștiința nu ne este de nici un ajutor în încercarea de a ghici numerele norocoase la loterie! Eu mă refer la judecățile pe care le enunțăm încontiuu când suntem în stare conștientă, punând împreună toate faptele, impresiile senzoriale și experiențele relevante care ne-au rămas în memorie, și comparând lucrurile între ele, ba chiar formulând uneori judecăți pline de ingeniozitate. Avem, în principiu, suficiente informații pentru a emite judecăți pertinente, dar procesul de formulare a unei judecăți adecvate prin selectarea elementelor de care avem nevoie din noianul de date poate fi ceva pentru care nu există nici un proces algoritmic clar, sau chiar dacă ar exista unul s-ar putea să nu fie unul practic. Poate că este mai probabil ca o judecată să nu se formeze direct de la bun început, ci să fie mai degrabă rezultatul unui proces algoritmic (poate chiar al unuia mai simplu) destinat *verificării* corectitudinii respectivei judecăți. Cred că în asemenea situații conștiința își arată adevărata valoare ca mijloc de a face să apară judecățile corespunzătoare.

De ce susțin că semnul distinctiv al existenței conștiinței îl constituie formarea nealgoritmică a judecăților? Motivul provine, în parte, din experiența mea de matematician. Pur și simplu nu am încredere în acțiunile mele algoritmice inconștiente atunci când nu sunt dublate de o coștientizare corespunzătoare. Adeseori nu algoritmul *în sine* este problema, atunci când este folosit la un anumit calcul, ci faptul dacă el este algoritmul *potrivit* pentru problema respectivă. Ca un exemplu simplu, să presupunem că vom fi învățat regulile algoritmice de înmulțire a două numere și de împărțire a unui număr la altul (sau preferăm poate să recurgem la ajutorul unui calculator algoritmic de buzunar), dar cum anume am putea ști, dacă în cazul problemei respective, ar fi trebuit să înmulțim sau să împărțim numerele? Pentru aceasta trebuie să *gândim* și să judecăm *conștient*. (Vom vedea curând de ce asemenea judecăți trebuie, cel puțin uneori, să fie *ne*algoritmice!) Desigur, după ce am făcut un mare număr de astfel de probleme, alegerea între a înmulți sau a împărți numerele poate deveni o a doua natură, și va putea fi efectuată pe cale algoritmică, poate de către cerebel. În acest stadiu, nu va mai fi necesară o atitudine conștientă, și putem lăsa, fără grijă, gândirea noastră conștientă să hoinărească și să reflecteze asupra altor probleme, deși s-ar putea să fie nevoie, ca din când în când, să verificăm dacă algoritmul nu a deviat pe o altă cale, dintr-o cauză oarecare (poate dificil de depistat).

Astfel de lucruri se petrec permanent la toate nivele gândirii matematice. În matematică ne străduim adesea să construim un algoritm, dar această acțiune în sine nu pare a fi un procedeu algoritmic. După ce am găsit algoritmul adecvat, problema este, într-un anumit sens, rezolvată. Mai mult, judecata matematică efectuată pentru a vedea dacă un algoritm oarecare este realmente corect sau adecvat, este un lucru care necesită multă atenție conștientă. Ceva similar a apărut în discuția asupra sistemelor matematice formale descrise în capitolul 4. Se poate începe cu anumite axiome din care urmează să fie deduse diverse propoziții matematice. Procedeul acesta din urmă poate fi într-adevăr algoritmic, dar în continuare este nevoie de un matematician conștient care să decidă folosind judecata dacă axiomele sunt corespunzătoare sau nu. Faptul că aceste judecăți sunt obligatoriu *ne*algoritmice ar trebui să devină mai clar din discuția de după paragraful următor. Dar înainte de a ajunge la acesta, să examinăm punctul de vedere, mai răspândit, relativ la ce anume face creierul nostru și cum s-a ajuns la aceasta.

Selecția naturală a algoritmilor?

Dacă presupunem că activitatea creierului omenesc, conștientă sau nu, este doar rezultatul derulării unui algoritm foarte complicat, atunci este firesc să ne punem întrebarea cum s-a ajuns practic la un algoritm atât de extraordinar de eficient. Răspunsul standard ar fi, firește, "selecția naturală". Pe măsură ce ființele înzestrate cu creier evoluează, cele dotate cu algoritmi mai eficienți vor avea o tendință mai puternică de supraviețuire și vor avea deci mai mulți descendenți. Acești descendenți vor tinde și ei să aibă algoritmi mai eficienți decât verii lor, pentru că au moștenit de la părinții lor compontele acestor algoritmi mai buni; astfel treptat algoritmii s-au îmbunătățit – nu neapărat constant, întrucât s-ar putea să fi existat oscilații în evoluția lor – până ce s-a ajuns la stadiul remarcabil pe care (s-ar părea) îl descoperim în creierul uman. (Vezi Dawkins, 1986.)

Chiar și conform punctului meu de vedere, ar trebui să existe *un anumit* adevăr în această imagine, întrucât consider că o mare parte din activitatea creierului este realmente algoritmică și – așa cum cititorul va fi dedus din discuțiile de mai sus – sunt ferm convins de puterea selecției naturale. Dar nu văd cum selecția naturală poate, prin propriile ei forțe, să dea naștere unor algoritmi care ar putea avea judecăți conștiente asupra *validității* altor algoritmi, așa cum se pare că avem noi.

Imaginați-vă un program obișnuit de calculator. Cum a putut *el* să apară? Este limpede că nu (direct) prin selecție naturală! Un programator uman l-a conceput și apoi l-a verificat dacă efectuează acțiunile respective în mod corect. (Practic, majoritatea programelor de calculator complicate conțin erori – de obicei minore, dar adesea subtile care nu ies la iveală decât în împrejurări neobișnuite. Prezența unor astfel de erori nu influențează foarte mult raționamentul meu.) Un program de calculator poate fi "scris" uneori de un altul, să spunem de un program "master" de calculator; dar chiar și acest program master este la rândul lui produsul inventivității și al intuiției umane; sau s-ar putea foarte bine ca programul să fie alcătuit din diferite componente puse cap la cap, unele dintre ele fiind produsele altor programe. Dar în toate cazurile, corectitudinea și chiar concepția programelor constituie, în ultimă instanță, responsabilitatea (cel puțin a) unei conștiințe umane.

Ne putem imagina că nu este obligatoriu ca lucrurile să se fi petrecut în acest fel, și că, dacă li s-ar acorda un timp suficient, programele de calculator ar fi putut apărea spontan, printr-un proces oarecare de selecție naturală. Dacă se consideră că însăși conștiința programatorului este la rândul ei rezultatul unui algoritm, atunci trebuie practic să credem că acești algoritmi *au apărut* chiar pe calea aceasta. Dar problema care mă preocupă totuși pe mine în acest context este faptul că decizia asupra corectitudinii unui algoritm *nu* constituie în sine un proces algoritmic! Am atins această problemă deja în capitolul 2. (Problema dacă o mașină Turing se va *opri* practic, sau nu, este ceva ce nu poate fi decis pe cale algoritmică.) Pentru a decide dacă un algoritm va *funcționa* sau nu, este nevoie de *intuiție*, nu doar de un alt algoritm.

Cu toate acestea, s-ar putea totuși imagina un fel de proces de selecție naturală eficient în producerea de algoritmi *aproximativ* corecți. Personal, cred totuși că acest lucru este greu, foarte greu de crezut. Orice proces de selecție de acest tip poate acționa numai asupra *rezultatului* unui algoritm* și nu direct asupra ideilor aflate la baza lui. Ceea ce nu este doar extrem de ineficient, dar cred că ar fi și total inaplicabil. În primul rând, nu este ușor să stabilești ce anume este practic un algoritm, examinându-i doar rezultatul. (Ar fi o sarcină ușoară să se construiască două acțiuni simple și complet diferite ale mașinii Turing pentru care benzile de ieșire nu diferă până la, să zicem, locul al 2^{65536}-lea – și această diferență nu ar putea fi niciodată depistată în întreaga istorie a universului!) Mai mult, cea mai insignifiantă "mutație" petrecută la un algoritm (să spunem o mică modificare a specificației unei mașini Turing sau a benzii sale de intrare) va tinde să-l facă complet inutil, și este dificil de înțeles cum ar fi putut să apară pe această cale aleatorie *îmbunătățirile* efective ale algoritmilor. (Chiar și îmbunătățirile *intenționate* sunt dificile fără a dispune de anumite "sensuri". Acest lucru se întâlnește mai ales în frecventele cazuri când un program de calculator complicat și nu suficient de bine documentat trebuie modificat sau corectat, iar programatorul inițial a plecat sau poate a murit.

* Se pune și problema dacă doi algoritmi pot fi considerați drept echivalenți, dacă sunt aceleași doar *rezultatele* lor, și nu și calculele concrete. Vezi capitolul 2, paragraful despre mașina Turing universală.

Decât să încercăm să clarificăm toate sensurile şi intenţiile de care depinde implicit programul, este poate mai uşor să renunţăm la el şi s-o luăm de la început!)

Poate că ar fi posibil să elaborăm vreo cale mult mai "robustă" de specificare a algoritmilor care să nu constituie ţinta criticilor de mai sus. Într-un fel, aceasta este exact ceea ce susţin eu. Specificaţiile "robuste" sunt *ideile* aflate la baza algoritmilor. Dar, după câte ştim, ideile sunt lucruri care pentru a se putea manifesta este nevoie de gândire conştientă. Am revenit la problema privind ce anume este de fapt conştiinţa, ce poate face ea în realitate care să nu poată fi făcut de obiectele inconştiente – şi cum de a reuşit selecţia naturală să fie suficient de inteligentă pentru a da naştere *acestei* calităţi, cea mai remarcabilă dintre toate.

Rezultatele selecţiei naturale sunt într-adevăr uluitoare. Puţinele cunoştinţe pe care am reuşit să le dobândesc asupra felului în care funcţionează creierul omenesc – şi orice alt lucru viu – mă lasă aproape mut, cu un sentiment de respect amestecat cu teamă, uimire şi admiraţie. Funcţionarea unui singur neuron este extraordinară, dar neuronii la rândul lor formează un tot, şi sunt organizaţi într-un mod remarcabil, cu un număr enorm de conexiuni existente încă de la naştere, gata să efectueze orice sarcină necesară ulterior. Nu numai conştiinţa în sine este remarcabilă, ci şi noianul de accesorii necesare sprijinirii acesteia!

Dacă vom descoperi vreodată care este exact acea calitate ce permite unui obiect fizic să devină conştient, atunci, este de conceput că vom putea fi capabili să construim asemenea obiecte – deşi acestea nu ar putea fi calificate drept "maşini", în sensul în care îl înţelegem noi astăzi. Se poate imagina că aceste obiecte ar putea avea un avantaj extraordinar asupra noastră, din moment ce ele ar putea fi proiectate *in mod concret* pentru o anumită sarcină imediată, adică să *zămislească o conştiinţă*. Ele n-ar trebui să evolueze dintr-o singură celulă. N-ar trebui să poarte cu ele "bagajul" moştenit (vechile părţi "inutile" ale creierului sau ale trupului care supravieţuiesc în noi datorită "accidentelor" îndepărtatei noastre eredităţi). Ne-am putea imagina că, ţinând cont de toate aceste avantaje, asemenea obiecte ar putea *realmente* reuşi să depăşească fiinţele umane în domeniile în care calculatoarele algoritmice sunt menite să deţină o poziţie subordonată (după părerea unora, printre care mă număr şi eu).

Dar s-ar putea să existe mult mai multe lucruri în problema conştiinţei decât toate acelea pe care le-am discutat. Poate că, într-un fel, conştiinţa noastră depinde într-adevăr de ereditate şi de miile de milioane de ani de evoluţie *efectivă* care se află în urma noastră. Eu mă gândesc că există totuşi ceva misterios legat de evoluţie şi de evidenta ei "bâjbâială" spre un scop viitor. Lucrurile *par*, cel puţin, să se organizeze singure ceva mai bine decât "ar fi trebuit să o facă" doar pe baza evoluţiei în voia hazardului şi a selecţiei naturale. S-ar părea că felul în care acţionează legile fizicii permite selecţiei esențială în înțelegerea adevărului matematic este *conștiința* noastră. Trebuie să "vedem" adevărul unui raționament matematic pentru a fi convinși de corectitudinea lui. Acest act de "a vedea" este însăși esența conștiinței. Ea trebuie să fie prezentă *ori de câte ori* percepem direct un adevăr matematic. Atunci când ne convingem de corectitudinea teoremei lui Gödel nu numai că "vedem" aceasta, dar prin aceasta revelăm însăși natura nealgoritmică a procesului de "a vedea".

Inspirație, intuiție și originalitate

Ar trebui să încerc să fac câteva comentarii asupra acelor momente cărora le spunem inspirație. Sunt, oare, aceste gânduri și imagini care apar într-un mod misterios, produsul gândirii *in*conștiente, sau sunt produsul conștiinței? Se pot cita multe cazuri când mari gânditori au scris despre asemenea experiențe deosebite. Ca matematician, mă interesează mai ales inspirația și gândirea originală a altor matematicieni, dar îmi închipui că există foarte multe elemente comune între matematică și celelalte științe și arte. Îi recomand cititorului, ca o excelentă documentare, o carte destul de subțire, *The Psycology of Invention in the Mathematical Field* (*Psihologia invenției în domeniul matematicii*), o lucrare clasică datorată distinsului matematician francez Jacques Hadamard. Hadamard citează numeroase momente de inspirație descrise de matematicieni de frunte, dar și de alții. Unul dintre cele mai cunoscute este cel al lui Henri Poincaré. Poincaré descrie, mai întâi, perioadele de intens efort deliberat și conștient de căutare a ceea ce numea el funcțiile Fuchs, și cum ajunsese într-un impas. Apoi:

> . . . Am părăsit Caenul, unde locuiam, pentru a merge într-o expediție geologică sub auspiciile Școlii de Mine. Incidentele călătoriei m-au făcut să uit de matematică și de lucrarea mea. Când am ajuns la Coutances ne-am suit într-un omnibus ca să mergem în diverse locuri. În momentul când am pus piciorul pe treaptă mi-a venit ideea, fără ca vreunul din gândurile mele anterioare să-i fi netezit în vreun fel calea, ideea că transformările pe care le utilizasem ca să definesc funcțiile lui Fuchs sunt identice cu acelea din geometria neeuclidiană. N-am verificat ideea aceasta; nici n-aș fi avut cum, pentru că îndată ce mi-am ocupat locul am continuat o conversație deja începută, dar am simțit o certitudine perfectă. Când m-am întors la Caen am verificat rezultatul în tihnă.

Ceea ce este frapant în acest exemplu (și în numeroase altele citate de Hadamard) este că această idee complicată și profundă i-a venit lui Poincaré dintr-o dată, în timp ce gândurile sale conștiente păreau să fie cu totul în altă parte, și că această idee era însoțită de un sentiment de certitudine că ideea era corectă – așa precum au și dovedit-o calculele ulterioare. Trebuie să subliniez că ideea în sine ar fi destul de greu de explicat în cuvinte. Îmi imaginez că pentru a-și face înțeleasă ideea i-ar fi trebuit cam un seminar de o oră, în fața unor experți. Este limpede că ea a putut să apară în conștiința lui Poincaré pe deplin cristalizată numai datorită lungilor ore anterioare de activitate conștientă deliberată care l-au familiarizat cu diferitele aspecte ale problemei respective. Totuși, într-un anume sens, ideea care i-a venit lui Poincaré în timp ce se urca în autobuz a fost o idee "unică", capabilă să se facă înțeleasă complet într-o clipă! Și mai remarcabilă a fost convingerea lui Poincaré relativă la adevărul pe care îl conținea această idee, astfel încât verificarea amănunțită care a urmat a părut aproape inutilă.

Poate că ar trebui să încerc să leg acest episod de propriile mele trăiri care sunt, într-un fel, similare. De fapt, nu pot să-mi amintesc vreo ocazie când mi-a venit o idee bună absolut din senin, cum pare să se fi întâmplat în cazul lui Poincaré (sau ca în alte multe exemple citate de inspirație pură). În ceea ce mă privește, pare necesar *să mă gândesc* (poate vag) la problema respectivă – în mod conștient, dar poate la un nivel destul de jos, undeva la periferia gândirii. S-ar părea că este mai bine să fiu angajat într-o altă activitate suficient de relaxantă, ca de exemplu bărbieritul. Poate că tocmai începeam să mă gândesc la o problemă pe care o lăsasem deocamdată la o parte. Lungile ore de activitate dură, deliberată și conștientă sunt firește necesare, și uneori mi-ar lua ceva timp să mă familiarizez din nou cu problema respectivă. Dar trăirea momentului în care o idee îmi vine în minte "dintr-o dată", în astfel de împrejurări – împreună cu puternicul sentiment de convingere referitor la corectitudinea sa nu-mi este necunoscut.

Poate că ar merita să relatez o situație anume care prezintă un curios element suplimentar de interes. În toamna lui 1964 eram preocupat de problema singularităților găurilor negre. Oppenheimer și Snyder arătaseră în 1939 că doar un colaps riguros *sferic* al unei stele ce posedă o masă considerabilă ar putea duce la o singularitate centrală spațio-temporală – pentru care caz teoria clasică a relativității generale este extinsă dincolo de limitele ei (vezi capitolul 7, paragraful despre găurile negre). Mulți au simțit că această concluzie stânjenitoare ar putea fi evitată dacă presupunerea lor (nerezonabilă) legată de simetria *riguros* sferică ar fi eliminată. În caz sferic toată materia care colapsează tinde către un singur punct central, în care este de așteptat, ținând seama de simetria aceasta, să apară o singularitate de densitate infinită. Nu pare deloc nerezonabil să presupunem că *fără* o asemenea simetrie materia ar ajunge în zona centrală pe o cale mai haotică și n-ar mai apărea nici o singularitate de densitate infinită. Poate că materia s-ar răspândi din nou în afară, comportându-se cu totul diferit față de teoria idealizată a găurilor negre a lui Oppenheimer și Snyder.[3]

Gândurile mele fuseseră stimulate de interesul reînnoit față de problema găurilor negre datorat descoperirii destul de recente a quasarilor (la începutul anilor 1960). Natura fizică a acestor corpuri cerești remarcabile, strălucitoare și îndepărtate îi făcuse pe unii să facă speculații asupra faptului că ceva de genul găurilor negre ale lui Oppenheimer-Snyder s-ar putea afla în centrul acestora. Pe de altă parte, mulţi credeau că presupunerea lui Oppenheimer-Snyder privind simetria sferică ar putea oferi o imagine total eronată. Totuşi, mi-a venit ideia (pe baza experienţei mele de lucru în alt context) că s-ar putea să existe o teoremă matematică care ar trebui demonstrată, care să arate că singularităţile spaţiu-timp sunt *inevitabile* (conform teoriei standard a relativităţii generale) şi care să justifice imaginea găurilor negre, în cazul în care colapsul a atins un fel de "punct fără întoarcere". Nu cunoşteam nici un criteriu matematic pentru a defini un "punct de întoarcere" (ne folosind simetria sferică), ca să nu mai vorbesc de enunţarea sau demonstrarea unei teoreme corespunzătoare. Era în vizită la mine un coleg din S.U.A. (Ivor Robinson) şi eram angajaţi într-o conversaţie volubilă pe un cu totul alt subiect în timp ce mergeam pe stradă spre biroul meu de la Colegiul Birkbeck din Londra. Conversaţia s-a întrerupt o clipă în timp ce traversam o stradă laterală şi a reânceput când am ajuns pe partea cealaltă. Eram sigur că în acele câteva minute îmi venise o idee, dar conversaţia mi-o alungase din minte!

Ceva mai târziu, în aceeaşi zi, după ce colegul meu plecase, m-am întors la birou. Îmi aduc aminte că aveam un sentiment ciudat de entuziasm pe care nu mi-l puteam explica. Am început să trec în revistă tot ce mi se întâmplase în ziua aceea, încercând să descopăr cauza acestei stări de exaltare. După ce am eliminat mai multe posibilităţi, mi-a venit în cele din urmă gândul care-mi trecuse prin minte în timp ce traversam strada – un gând care mă entuziasmase vreme de o clipă, oferindu-mi soluţia problemei care mi se învârtea prin cap, undeva în adâncul minţii! Era evident criteriul de care aveam nevoie, iar după aceea nu mi-a luat mult să formulez în linii mari demonstraţia teoremei pe care o căutasem (Penrose, 1965). Chiar şi aşa, a mai trecut ceva timp până la formularea demonstraţiei într-o manieră perfect riguroasă, dar ideea care îmi venise traversând strada fusese cheia. (Mă întreb uneori ce s-ar fi întâmplat dacă o *altă* trăire entuziastă lipsită de importanţă s-ar fi ivit în ziua aceea. Probabil că nu mi-aş fi amintit niciodată ideea aceasta!)

Anecdota de mai sus îmi aminteşte de o altă problemă legată de inspiraţie şi intuiţie, şi anume valoarea deosebită a criteriilor *estetice* în formularea judecăţilor noastre. În domeniul artelor se poate spune că cele care domină sunt criteriile estetice. Estetica este în artă un subiect sofisticat, iar unii filosofi şi-au consacrat în întregime viaţa studierii ei. S-ar putea argumenta că în matematică şi în celelalte ştiinţe exacte, asemenea criterii sunt neesenţiale, cel mai important fiind criteriul *adevărului*. Cu toate acestea, pare imposibil să le separăm unul de cealălalt atunci când vorbim despre inspiraţie şi intuiţie. Impresia mea este că puternica certitudine în ceea ce priveşte *validitatea* unui moment de inspiraţie (aş adăuga că nu sută la sută sigură, dar mult mai probabilă decât o simplă şansă) este foarte strâns legată de caracteristicile sale estetice. O idee splendidă are o şansă mult mai mare de a fi corectă decât una urâtă. Cel puţin aceasta este experienţa mea, şi sentimente asemănătoare au fost exprimate şi de alţii (vezi Chandrasckhar, 1987). De exemplu, Hadamard (1945, p. 31) scria:

> ". . . este limpede că nici o descoperire importantă sau o invenţie deosebită nu poate fi făcută fără *voinţa* căutării. Dar la Poincaré vedem altceva, intervenţia simţului frumosului ce joacă un rol de *mijloc* indispensabil al descoperirii. Putem trage o dublă concluzie:
> invenţia înseamnă alegere
> această alegere este imperativ guvernată de simţul frumuseţii ştiinţifice."

Mai mult, Dirac (1982), de exemplu, nu se sfieşte să susţină că *deosebitul său simţ al frumosului* este cel care i-a permis să intuiască ecuaţia sa pentru electroni ("ecuaţia lui Dirac" menţionată în capitolul 6 paragraful despre ecuaţiile lui Schrödinger şi Dirac), în timp ce alţii au căutat zadarnic să o descopere.

Pot să invoc importanţa calităţilor estetice în propria mea gândire, atât în ceea ce priveşte "convingerea" simţită atunci când ideea poate fi calificată drept "inspiraţie", cât şi relativ la presupunerile mai de "rutină" pe care suntem nevoiţi să le facem tot timpul, în timp ce ne căutăm drumul spre ţelul dorit. Pe acest subiect am scris în altă parte relativ la descoperirea acoperirilor aperiodice arătate în figurile 10.3 şi 4.11. Cu siguranţă că elementele estetice ale primului dintre aceste modele – nu doar aspectul vizual, ci şi uimitoarele sale proprietăţi matematice – au fost cele care mi-au permis să am intuiţia (probabil "dintr-o dată", dar cu o certitudine de numai aproximativ 60 la sută!) că aranjarea ar putea fi realizată utilizând reguli corespunzătoare de asamblare (adică ca într-un fel de puzzle). Vom discuta imediat mai mult despre aceste modele de acoperiri. (Vezi Penrose, 1974.)

Sunt convins de importanţa criteriilor estetice care se aplică nu numai la judecăţile de inspiraţie spontană, dar şi la mult mai frecventele raţionamente pe care le facem tot timpul în matematică (sau în ştiinţele exacte). Raţionamentul riguros este de obicei *ultima* fază! Înainte de acesta, trebuiesc făcute multe încercări filtrate întotdeauna de raţionamente logice şi de fapte cunoscute, dar pentru a le face, convingerile estetice sunt extrem de importante,.

Eu consider aceste raţionamente ca fiind semnul distinctiv al gândirii conştiente. Părerea mea este că şi în cazul unui moment de inspiraţie, produs aparent de-a gata de gândirea inconştientă, *conştiinţa* este arbitrul, iar ideea va fi imediat respinsă şi uitată dacă nu "sună a fi corectă". (Ciudat lucru, *chiar uitasem* de criteriul căutat de mine, dar nu la acest nivel mă refer acum. Ideea pătrunsese în conştiinţă de suficient de mult timp pentru ca să lase o impresie durabilă). Presupun că respingerea "estetică" la care mă refer ar putea fi ceva în genul interzicerii accesului ideilor neinteresante la orice nivel relativ permanent al conştiinţei.

Care este deci punctul meu de vedere asupra rolului *inconștientului* în inspirație? Recunosc că aceste probleme sunt mai puțin clare decât aș dori să fie. Este un domeniu unde inconștientul pare într-adevăr să joace un rol vital și trebuie să fiu de acord cu părerea că procesele inconștiente sunt importante. Trebuie să recunosc, de asemenea, că nu este posibil ca gândirea inconștientă să lanseze pur și simplu idei la întâmplare. Trebuie să existe o selecție extraordinar de severă care să permită ca numai ideile care "au o șansă" să perturbe gândirea conștientă. Aș sugera că aceste criterii de selecție – în general predominant "estetice" – au fost deja puternic influențate de dezideratele conștiente (precum sentimentul de urât care ar apare în cazul ideilor matematice ce nu se încadrează în principiile generale deja stabilite).

În legătură cu aceasta, trebuie ridicată problema esenței *originalității* adevărate. Mi se pare că în acest caz sunt implicați doi factori, unul de "scoatere în evidență" și altul de "respingere". Mă gândesc că scoaterea în evidență ar putea fi în mare parte inconștientă, pe când respingerea, în cea mai mare parte conștientă. Fără un proces eficient de scoatere la iveală nu am mai avea nici o idee nouă. Dar acest proces, în sine, ar avea o valoare mică. Este necesar un procedeu eficient de formulare a raționamentelor, astfel ca numai ideile având o reală șansă de succes să supraviețuiască. În vise, de pildă, ne pot veni cu ușurință idei neobișnuite, dar acestea reușesc să treacă foarte rar de judecățile critice ale conștiinței treze. (În ceea ce mă privește, eu nu am avut niciodată o idee științifică valoroasă în stare de vis, în vreme ce alții, cum este chimistul Kekulé, descoperitorul structurii benzenului, pare să fi fost mult mai norocos). După părerea mea, în problema originalității, procesul de respingere este esențial (de fapt judecata implicată în acest proces), comparativ cu cel inconștient de scoatere în evidență; dar sunt conștient de faptul că mulți alții ar putea susține contrariul.

Înainte de a lăsa lucrurile în starea aceasta destul de nesatisfăcătoare, trebuie să menționez o altă trăsătură frapantă a inspirației, și anume, caracterul ei *global*. Episodul menționat mai sus referitor la Poincaré, era un exemplu frapant, deoarece ideea care i-a venit în minte într-un moment de inspirație presupune un volum enorm de raționamente matematice. Poate că cititorului nespecialist în matematică îi este mai direct accesibil modul în care (unii) artiștii pot avea deodată, în totalitate, în minte, întreaga lor creație (mod ce nu este cu siguranță mai inteligibil). Un exemplu extraordinar ne este oferit într-o manieră vie de Mozart (citat de Hadamard, 1945, p. 16).

"Atunci când mă simt bine și sunt binedispus, sau când fac o plimbare cu trăsura sau pe jos după o masă bună, sau în nopțile când nu pot dormi, gândurile dau năvală în mintea mea cu cea mai mare ușurință. De unde vin ele și cum ajung în mintea mea? Nu știu și oricum nu am nici o putere asupra lor. Pe cele care îmi plac le păstrez în minte și le fredonez; cel puțin așa mi-au spus ceilalți că fac. De îndată ce mi-am ales tema, apare o altă melodie, legându-se singură de prima, în armonie cu necesitățile întregii compoziții: contrapunctul, partitura fiecărui instrument și toate fragmentele melodice alcătuiesc în final întreaga lucrare. Atunci sufletul îmi este cuprins de focul inspiraţiei. Lucrarea creşte; o dezvolt, concepând-o tot mai clar până când am în cap întreaga compoziţie terminată, oricât ar fi ea de lungă. Apoi mintea mea o vede dintr-o privire tot aşa cum îmi rămâne în faţa ochilor imaginea unui tablou frumos sau chipul unui tânăr chipeş. Nu-mi vine în minte succesiv, cu diferitele ei părţi finisate, aşa cum vor fi ele ulterior aranjate, ci ca un tot pe care imaginaţia mea îmi permite să-l aud."

Am impresia că aceasta corespunde schemei scoatere în evidenţă/respingere. Scoaterea în evidenţă pare să fie inconştientă ("Nu am nici o putere asupra lor"), deşi este desigur foarte selectivă, în vreme ce repingerea este arbitrul conştient al gustului ("pe cele care îmi plac le păstrez. . ."). Globalitatea inspiraţiei este cu totul remarcabilă în citatul din Mozart ("Nu-mi vine în minte succesiv. . . ci ca un tot"), ca şi la Poincaré ("N-am verificat ideea; n-aş fi avut timp"). Mai mult, aş susţine că este deja prezentă o globalitate remarcabilă, în general, în gândirea noastră conştientă, Voi reveni curând la acest aspect.*

Non-verbalitatea gândirii

Unul dintre punctele majore ale studiului lui Hadamard asupra gândirii creatoare este respingerea categorică a atât de des exprimatei teze că verbalizarea este necesară gândirii. Cel mai bine ar fi să dăm chiar citatul din scrisoarea pe care acesta a primit-o de la Albert Einstein pe acest subiect:

"Cuvintele scrise sau limbajul rostit, nu par să joace nici un rol în mecanismele gândirii mele. Entităţile fizice care par să servească drept elemente de gândire sunt anumite semne şi imagini mai mult sau mai puţin clare care pot fi reproduse şi combinate "voluntar". . . Elementele menţionate mai sus sunt, în cazul meu, de tip vizual şi într-o oarecare măsură muscular. Cuvintele convenţionale sau alte semne trebuie căutate laborios numai într-o a doua fază, atunci când rolul asociativ menţionat este suficient de bine stabilit şi poate fi reprodus oricând după dorinţă."

Merită să fie citat şi eminentul genetician Francis Galton:

"Scrisul reprezintă pentru mine un serios impediment, ca să nu mai vorbesc de încercarea de a mă explica, deoarece nu gândesc la fel de uşor în cuvinte cum o fac pe alte căi. Mi se întâmplă adesea, după ce am lucrat din greu şi am obţinut anumite rezultate care sunt perfect clare şi satisfăcătoare pentru mine, ca atunci când vreau să le exprim în cuvinte să simt că trebuie să încerc să mă transpun pe un plan intelectual total diferit. Trebuie să traduc gândurile într-un limbaj care nu curge la fel de lin. Aşa că pierd o groază de timp căutând cuvintele şi frazele corespunzătoare, şi sunt conştient că atunci când mi se cere brusc să vorbesc, de multe ori sunt foarte neclar datorită faptului că mă exprim pur şi simplu stângaci

* Discuţia prezentată în acest final de paragraf poate fi considerată foarte bine ca o exemplificare a ceea ce Karl. R.Popper o numeşte *lumea a doua* (*word 2*) şi care poate fi găsită in *Knowledge and the Body-Mind Problem*, Karl R. Popper, (Edited by M.A.Notturno), Routledge, 1996, p. 4-23. (N.T.)

și aceasta nu din cauza lipsei de claritate a percepției. Acesta este unul dintre micile necazuri ale vieții mele."

Însuși Hadamard scrie:

"Insist asupra faptului că vorbele sunt total absente din mintea mea atunci când gândesc cu adevărat și pun cazul meu pe același plan cu cel al lui Galton, în sensul că după ce citesc sau aud o întrebare, cuvintele dispar cu totul chiar în momentul când încep să meditez asupra ei; și sunt total de acord cu Schopenhauer atunci când scrie: "gândurile mor în clipa în care se întrupează în cuvinte".

Citez aceste exemple pentru că ele se înscriu pe aceeași linie cu propriul meu mod de gândire. Aproape întreaga mea gândire matematică se bazează pe elementul vizual și pe concepte exprimate în termeni non-verbali, deși gândurile mele sunt destul de des însoțite de comentarii verbale stupide și aproape inutile, cum ar fi "lucrul acesta i se potrivește lucrului aceluia, iar lucrul acela i se potrivește lucrului acesta". (Folosesc uneori cuvinte pentru simple inferențe logice). Dificultățile cu care s-au confruntat acești gânditori în transpunerea în cuvinte a gândurilor lor este, de asemenea, ceva care mi se întâmplă frecvent și mie. Motivul este adesea faptul că pur și simplu nu există cuvinte potrivite pentru exprimarea conceptelor respective. De fapt calculez adeseori folosind diagrame special elaborate care constituie un fel de stenografie pentru anumite tipuri de expresii algebrice (vezi Penrose și Rindler, 1984; pp. 424-434). Ar fi un proces cu adevărat foarte greoi să trebuiască să transpun astfel de diagrame în cuvinte, și aș face așa ceva numai dacă este în ultimă instanță necesar să dau explicații detaliate altor persoane. Ca o observație legată de aceasta, am observat uneori că dacă mă concentrez puternic o vreme asupra unei probleme de matematică și cineva vrea să mă antreneze imediat într-o conversație, timp de câteva secunde aproape că nu sunt în stare să articulez un cuvânt.

Aceasta nu înseamnă că nu gândesc uneori în cuvinte, dar pur și simplu le găsesc aproape inutile pentru gândirea *matematică*. Alte feluri de a gândi, ca de exemplu de a *filosofa*, par să fie mult mai adecvate exprimării verbale. Poate că de aceea mulți filosofi par să aibă părerea că limbajul este esențial pentru gândirea inteligentă sau conștientă! Fără îndoială că diverși oameni gândesc în moduri foarte diferite, lucru pe care îl știu din experiență, chiar și printre matematicieni existând aceste diferențe. Polaritatea principală a gândirii matematice pare să fie analitică/geometrică. Este interesant că Hadamard se considera un reprezentant al laturii analitice, chiar dacă folosea imagini mai curând vizuale decât verbale în gândirea sa matematică. În ce mă privește, mă aflu în domeniul geometric al gândirii, dar spectrul este foarte larg în rândul matematicienilor.

Odată ce se acceptă că o bună parte a gândirii conștiente poate să aibă un caracter non-verbal – și, după mine, această concluzie se impune de la sine date fiind considerațiile de mai sus – atunci poate că cititorului nu-i va fi chiar atât de greu să creadă că o asemenea gândire ar putea avea o componentă nealgoritmică!

Amintiți-vă că m-am referit în capitolul 9 (paragraful despre experimente pe creier) la punctul de vedere exprimat frecvent conform căruia numai jumătatea creierului care este capabilă să efectueze actul vorbirii (jumătatea stângă, pentru marea majoritate) ar putea fi legată de conștiință. Ar trebui să fie limpede, pentru cititor, ținând cont de discuțiile de mai sus, de ce consider acest punct de vedere total inacceptabil. Eu nu știu dacă matematicienii își folosesc o parte a creierului lor mai mult decât pe cealaltă; dar nu poate exista nici o îndoială în privința nivelului înalt al gândirii conștiente necesar gândirii matematice originale. În vreme ce gândirea analitică pare să fie legată mai ales de partea stângă a creierului, gândirea geometrică este adesea considerată a fi apanajul părții *drepte*, așa că mi se pare rezonabil să cred că o mare parte a gândirii matematice *conștiente se desfășoară* de fapt în partea dreaptă!

Au animalele conștiință?

Înainte de a încheia discuția asupra importanței verbalizării pentru conștiință, aș vrea să abordez problema, menționată pe scurt anterior, dacă animalele non-umane pot fi conștiente. Impresia mea este că oamenii se bizuie uneori pe incapacitatea animalelor de a vorbi ca argument că acestea nu ar poseda un grad oarecare de conștiință – și, implicit, împotriva ideii că ele ar putea avea anumite "drepturi". Cititorul poate foarte bine percepe faptul că privesc aceasta drept un argument nefondat, deoarece o mare parte a gândirii sofisticate conștiente (cum este cea matematică) se poate desfășura fără verbalizare. Partea dreaptă a creierului este, de asemenea, considerată ca posedând tot "atâta" conștiință cât are și un cimpanzeu, tot datorită lipsei abilității verbale (vezi LeDoux, 1985, pp. 197-216).

Există o controversă destul de aprinsă asupra faptului dacă cimpanzeul și gorila sunt practic capabile de verbalizare reală când li se permite să folosească *limbajul semnelor* (actul normal al vorbirii în accepție umană nu-l pot efectua datorită lipsei corzilor vocale adecvate). (Vezi diferite articole publicate în Blakemore și Greenfield, 1987). În ciuda controversei, pare limpede că cimpanzeii și gorilele sunt în stare să comunice, cel puțin la un anumit nivel elementar, prin intermediul unor astfel de mijloace. Părerea mea este că a nu permite ca aceasta să fie considerată drept "verbalizare" este o dovadă de încăpățânare din partea anumitor oameni. Poate că prin interzicerea admiterii maimuțelor antropoide în clubul vorbitorilor unii speră să le poate exclude și din clubul ființelor conștiente!

Lăsând la o parte problema vorbirii, există suficiente dovezi că cimpanzeii sunt capabili de *inspirație* veritabilă. Konrad Lorenz (1972) descrie un cimpanzeu aflat într-o cameră în care era atârnată de tavan o banană, dar la care acesta nu putea ajunge, iar într-unul din colțurile camerei se afla o ladă:

"Nu avea stare și se foia de colo-colo. Apoi, dintr-o dată, dar nu am cuvinte să descriu momentul, chipul lui posomorât până atunci "s-a luminat". Ochii i se mișcau de la banană la spațiul gol de sub aceasta până la dușumea și de aici la ladă, apoi din nou la spațiul gol care îl separa de banană și de aici la banană. În momentul următor scoase brusc un țipăt de bucurie și se repezi la ladă plin de entuziasm. Absolut sigur de succes, împinse lada sub banană. Oricine i-ar fi urmărit mișcările n-ar mai fi avut nici o îndoială în privința existenței unei autentice trăiri de genul "Aha!" observată la maimuțele antropoide."

Observați că, exact ca și atunci când Poincaré s-a urcat în omnibus, cimpanzeul era "absolut sigur de reușită" chiar înainte de a verifica corectitudinea ideii care-i venise. Dacă am dreptate susținând că asemenea judecăți necesită prezența conștiinței, atunci avem aici, de asemenea, dovada că animalele non-umane pot fi realmente conștiente.

O problemă interesantă apare în legătură cu delfinii (și balenele). Se poate observa că delfinii au creiere la fel de mari (sau mai mari) ca și ale noastre, și că ei pot să-și trimită unul altuia semnale sonore extrem de complexe. S-ar putea foarte bine ca aceste creiere mari să le fie necesare în alt scop decât cel legat de "inteligență" în accepția umană sau aproape umană. Mai mult, datorită faptului că nu au mâini cu care să poată apuca, ei nu sunt capabili să clădească o "civilizație" pe care să o putem aprecia, și, deși, din același motiv, nu pot scrie cărți, ar putea fi uneori filosofi și ar putea medita asupra sensului vieții și a motivului pentru care "există"! Nu ar putea ei, oare, să-și transmită uneori "ideile" prin semnale sonore complexe subacvatice? N-am auzit de nici o cercetare care să stabilească dacă delfinii folosesc o anumită parte a creierului lor pentru a "verbaliza" și a comunica unii cu alții. În legătură cu operațiile "pe creier" efectuate asupra oamenilor cu implicațiile lor stupefiante privind continuitatea "eului", trebuie să remarcăm că delfinii nu dorm[4] cu întregul creier în același timp, ci că fiecare parte a creierului lor adoarme pe rând. Ar fi instructiv pentru noi să-i putem întreba ce "simțământ" au în privința continuității conștiinței!

Legătura cu lumea lui Platon

Am menționat faptul că se pare că există multe feluri diferite în care oamenii gândesc – și chiar în care diferiți matematicieni gândesc asupra problemelor de matematică care îi preocupă. Îmi amintesc că, pe vremea când urma să intru la universitate pentru a studia matematica, mă așteptam ca ceilalți, care urmau să devină co-părtaşi în studiul matematicii, să gândească mai mult sau mai puțin în acelaşi fel ca şi mine. Ştiu, din propria mea experiență de elev, că există o diferență între felul meu de a gândi şi cel al colegilor mei, ceea ce mi se părea oarecum deconcertant. "Acum", îmi spuneam eu plin de entuziasm, "voi avea colegi cu care să pot comunica mult mai uşor! Unii vor gândi mai eficient decât mine, iar alții mai puțin eficient; dar vom împărtăşi cu toții lungimea de undă specifică gândirii mele." Cât de mult greşeam! Cred că am dat peste mai multe diferențe în felul de a gândi decât întâlnisem vreodată înainte de aceasta! Propria mea gândire era mult mai geometrică şi mai puțin analitică decât a celorlalți, dar existau multe alte diferențe între modurile de gândire ale diferiților mei colegi. Am întâmpinat întotdeauna dificultăți în a înțelege descrierea verbală a unei formule, în timp ce mulți dintre colegii mei păreau să nu aibă o astfel de greutate.

Mi se întâmpla în mod frecvent, ca atunci când un coleg încerca să-mi explice o problemă de matematică, deşi ascultam cu atenție, să nu înțeleg aproape nimic din legăturile logice dintre un set de cuvinte şi următorul. O imagine oarecare se forma totuşi în mintea mea în ce priveşte ideile pe care se străduia să mi le transmită – formată în întregime din proprii mei termeni şi aparent foarte puțin legată de imaginile mentale care formau baza înțelegerii colegului meu – aşa că puteam răspunde. Spre uimirea mea, remarcile mele erau de obicei acceptate şi considerate a fi corecte, iar conversația putea continua în acest mod. La sfârşit era limpede că avusese loc o comunicare reală şi pozitivă. Şi totuşi, propozițiile propriu-zise pe care le pronunța fiecare dintre noi păreau foarte rar să fie înțelese efectiv! În anii următori, ca matematician profesionist (sau ca fizician-matematician), am descoperit că acest fenomen nu era mai puțin valabil decât fusese atunci când eram student. Poate că pe măsură ce experiența mea în matematică creştea, am început treptat să înțeleg mai bine ceea ce voiau alții să spună în explicațiile lor, şi poate că sunt puțin mai tolerant față de alte moduri de gândire, atunci când eu însumi sunt cel care dă o explicație. Dar, în esență, nimic nu s-a schimbat.

Pentru mine a fost întotdeauna un mister cum de este posibilă comunicarea prin acest procedeu straniu, dar aş dori, acum, să încerc să dau o explicație în acest context, deoarece cred că ar putea avea o relevanță profundă pentru celelalte aspecte pe care le-am abordat. Esența ideii constă în aceea că atunci când este vorba de transmiterea unei probleme de matematică, *nu* se comunică doar *fapte*. Pentru ca un şir de fapte să fie comunicat de către o persoană alteia, este necesar ca faptele să fie enunțate clar de către prima, şi ca a doua persoană să le perceapă pe fiecare în parte. Dar în matematică, conținutul *faptic* este sărac. Afirmațiile matematice sunt adevăruri evidente (sau neadevăruri evidente!) şi chiar dacă afirmația primului matematician reprezintă doar o simplă bâjbâială în locul unui astfel de adevăr evident, adevărul propriu zis este cel ce va fi transmis celui de al doilea, cu condiția ca acesta din urmă să-l înţeleagă aşa cum trebuie. Imaginile mentale ale celui de al doilea matematician pot diferi în ceea ce priveşte detaliile de cele ale primului, chiar şi descrierile verbale pot diferi, dar ideea matematică relevantă s-a transmis de la unul la celălalt.

Acest tip de comunicare n-ar fi deloc posibil dacă adevărurile matematice *interesante* sau *profunde* n-ar fi destul de rare printre adevărurile matematice în general. Dacă adevărul care trebuie transmis ar fi, de exemplu, afirmaţia *ne*interesantă că 4.897 × 512 = 2.507.264, atunci cel de al doilea matematician ar trebui într-adevăr să-l înţeleagă pe primul pentru ca afirmaţia să fie transmisă corect. Dar, în cazul unei afirmaţii matematice interesante, putem adesea să ne rezumăm la conceptul avut în vedere, chiar dacă descrierea lui a fost făcută foarte imprecis.

S-ar părea că acesta este un paradox din moment ce matematica este un domeniu în care precizia este esenţială. Într-adevăr, în relatările scrise trebuie să se acorde o mare atenţie pentru a ne asigura că diversele afirmaţii sunt atât precise cât şi complete. Cu toate acestea, pentru a transmite o idee matematică (de obicei în descrieri verbale), o astfel de precizie poate avea uneori un efect inhibitor la început, aşa încât s-ar putea să fie nevoie de o formă de comunicare mai vagă şi mai descriptivă. Odată ce esenţa ideii a fost percepută, detaliile pot fi examinate după aceea.

Cum de este posibil ca ideile matematice să poată fi comunicate în acest fel? Îmi închipui că ori de câte ori mintea noastră percepe o idee matematică, ea face o legătură cu lumea de concepte matematice a lui Platon. (Amintiţi-vă că, din punctul de vedere al lui Platon, ideile matematice au propria lor existenţă şi că ele populează o lume platoniciană ideală, care este accesibilă numai prin intermediul intelectului; vezi capitolul 3, paragraful despre realitatea platoniciană a conceptelor matematice, şi capitolul 5, paragraful despre geometria euclidiană). Atunci când cineva "vede" un adevăr matematic, conştiinţa lui pătrunde în această lume de idei şi vine în contact cu ea ("accesibil prin intermediul intelectului"). Am descris acest fel de "a vedea" în legătură cu teorema lui Gödel, dar el constituie esenţa înţelegerii matematice. Atunci când matematicienii comunică între ei, acest lucru devine posibil prin faptul că fiecare are o *cale directă către adevăr*, conştiinţa fiecăruia fiind în măsură să perceapă nemijlocit adevărurile matematice, prin procesul acesta de "a vedea". (Adesea acest act de percepţie este însoţit de cuvinte ca "Aha, văd!"). Din moment ce fiecare poate intra direct în contact cu lumea lui Platon, ei pot comunica mai uşor între ei decât ne-am fi putut aştepta. Imaginile mentale pe care le are fiecare, atunci când ia contact cu această lume platoniciană, ar putea fi destul de diferite de la caz la caz, dar comunicarea este posibilă pentru că fiecare este în contact direct cu *aceeaşi* lume a lui Platon care există în afara noastră!

Conform acestui punct de vedere, mintea noastră este întotdeauna capabilă să stabilească acest contact direct. Dar numai o mică parte din această lume poate ajunge la noi de fiecare dată. Descoperirea matematică înseamnă lărgirea zonei de contact. Datorită faptului că adevărurile matematice sunt adevăruri evidente, la descoperitor nu ajunge nici o "informație" concretă, în sens tehnic. Întreaga informație a existat tot timpul acolo. Era vorba doar de o problemă de a pune lucrurile cap la cap și de "a vedea" soluția! Aceasta corespunde în foarte mare măsură cu ideea lui Platon că descoperirea (matematică, să spunem) reprezintă doar o formă de *aducere aminte*! Într-adevăr, am fost adesea frapat de similaritatea dintre incapacitatea de a-mi aminti numele cuiva și incapacitatea de a nu găsi conceptul matematic adecvat. În fiecare caz, conceptul căutat este, într-un sens, *deja prezent* în minte, deși în cazul unei idei matematice nedescoperite se află sub forma unor cuvinte altfel înlănțuite.

Pentru ca acest fel de a privi lucrurile să fie util în cazul comunicării matematice trebuie să ne imaginăm că ideile matematice interesante și profunde au într-un fel o forță, o însemnătate mai mare decât cele neinteresante sau banale. Acest lucru va fi important în ceea ce privește considerațiile speculative din paragraful următor.

O interpretare a realității fizice

Orice punct de vedere cu privire modul în care poate apărea conștiința în cadrul universului realității fizice, trebuie să abordeze, cel puțin implicit, și problema realității fizice.

Punctul de vedere al adepților IA-tari, de exemplu, susține că "gândirea" își găsește existența prin realizarea unui algoritm suficient de complex, atunci când acest algoritm este făcut să acționeze de către anumite obiecte din lumea fizică, indiferent care sunt acestea. Acestea pot fi: semnale lansate de nervi, curenți electrici care circulă prin fire, roți dințate, scripeți sau conducte de apă. Algoritmul în sine este considerat a fi cel important. Dar pentru ca un algoritm să "existe" independent de orice concretizare fizică, se pare că este esențial un punct de vedere platonician asupra matematicii. Ar fi dificil pentru un adept al IA-tari să adopte poziția alternativă conform căreia "conceptele matematice sunt produse ale minții", deoarece aceasta ar duce la un raționament circular: ar cere o minte pre-existentă pentru existența algoritmilor și algoritmi pre-existenți pentru existența minții! Aceștia ar putea încerca să susțină că algoritmii pot exista ca semne pe o foaie de hârtie, sau ca direcții de magnetizare într-o bucată de fier, sau ca deplasări de sarcini în memoria unui calculator. Dar, astfel de structurări ale materiei nu constituie în sine un algoritm. Pentru a deveni algoritmi, ele trebuie să aibă o *interpretare*, adică trebuie ca aceste structurări să fie *decodate*, și acest lucru va depinde de "limbajul" în care sunt scriși acești algoritmi. Pare din nou necesară o minte pre-existentă pentru a "înțelege" limbajul, și ne întoarcem de unde am plecat. Acceptând deci faptul că algoritmii se află în lumea lui Platon, iar conform punctului de vedere al partizanilor IA-tari, *aceasta este lumea* unde trebuiesc căutate mințile ce au elaborat acești algoritmi, ar trebui acum să facem față problemei modului în care pot fi puse în legătură lumea fizică și cea a lui Platon. După părerea mea, aceasta este versiunea susținătorilor IA-tari a problemei relației gândire-corp!

Propriul meu punct de vedere diferă de acesta, deoarece eu cred că gândirea (conștientă) *nu este* o entitate algoritmică. Dar sunt oarecum derutat descoperind că există foarte multe puncte comune între punctul meu de vedere și acela al partizanilor IA-tari. Am afirmat că, după părerea mea, conștiința este strâns asociată de perceperea adevărurilor evidente, realizându-se astfel un contact direct cu lumea lui Platon a conceptelor matematice. Aceasta nu este o procedură algoritmică – și nu algoritmii sunt aceia care ar putea popula lumea aceasta care prezintă un interes special pentru noi – și, din nou, vedem că problema relației gândire-corp este, din acest punct de vedere, intim legată de modul în care lumea lui Platon intră în contact cu lumea "reală" a obiectelor fizice propriu-zise.

Am văzut în capitolele 5 și 6 că lumea fizică reală pare să corespundă într-un mod cu totul remarcabil unor teorii matematice foarte exacte (teoriile clasificate drept SUPERBE, la începutul capitolului 5). S-a remarcat adesea cât de extraordinară este practic această exactitate (vezi în special Wigner, 1960). Îmi este greu să cred, așa cum au încercat unii să susțină, că asemenea teorii SUPERBE puteau să fi apărut doar prin intermediul unei selecții naturale aleatorii a ideilor, în urma căreia au rămas numai cele bune. Ideile bune sunt pur și simplu mult *prea bune* pentru a fi singurele rămase dintre ideile apărute în acest mod aleator. Trebuie, în schimb, să existe un motiv fundamental profund pentru această concordanță între matematică și fizică, adică între lumea lui Platon și cea fizică.

A vorbi despre "lumea lui Platon" înseamnă a-i atribui un fel de existență reală comparabilă într-un fel cu realitatea lumii fizice. Pe de altă parte, însăși realitatea lumii fizice pare mai nebuloasă decât păruse înaintea apariției teoriilor SUPERBE ale relativității și mecanicii cuantice (vezi mai ales remarcile din paragraful de început al capitolului 5 și din paragraful despre experimente cu fotoni din capitolul 6). Însăși exactitatea acestor teorii a conferit realității fizice o existență matematică aproape abstractă. Reprezintă oare aceasta un paradox? Cum poate deveni realitatea concretă abstractă și matematică? Acesta este poate reversul medaliei în ceea ce privește problema felului în care conceptele matematice abstracte pot căpăta o realitate aproape concretă în lumea lui Platon. Poate că, într-un anumit sens, cele două lumi sunt practic *una și aceeași*? (Vezi Wigner, 1960; Penrose, 1979a; Barrow, 1988; și, de asemenea, Atkins, 1987.)

Deși îmi place foarte mult ideea identificării acestor două lumi, problema trebuie să fie mult mai complicată. Așa cum menționam în capitolul 3, și anterior în acest capitol, unele adevăruri matematice par să posede o realitate platoniciană mai puternică ("mai profundă", "mai interesantă", "mai promițătoare"?) decât altele. Acestea ar fi acelea ce pot fi identificate mai limpede cu acțiunile realității fizice. (Sistemul numerelor complexe – vezi capitolul 3 – ar putea constitui un exemplu în acest context, numerele complexe constituind componente fundamentale ale mecanicii cuantice, și anume, amplitudinile de probabilitate). Folosind o astfel de identificare ar putea fi mai ușor de înțeles modul în care "mintea omenească" pare să manifeste o legătură misterioasă între lumea fizică și lumea matematică a lui Platon. Amintiți-vă, de asemenea că, așa cum se afirmă în capitolul 4, există multe domenii ale lumii matematice – de altfel, unele dintre cele mai profunde și interesante părți ale ei – care au caracter nealgoritmic. Ar părea deci probabil, pe baza punctului de vedere pe care încerc să-l expun, că procesele nealgoritmice ar trebui să aibă un rol de o foarte mare importanță în cadrul lumii fizice. Părerea mea este că acest rol este intim legat de însuși conceptul de "gândire".

Determinism și determinism tare

Am spus până acum puține lucruri despre problema "voinței proprii", care este considerată în mod normal aspectul fundamental al părții *active* a problemei relației gândire-corp. M-am concentrat, în schimb, asupra sugestiei făcute de mine asupra laturii esențial *nealgoritmice* al rolului activității conștiente. În mod normal, problema voinței proprii este discutată în fizică în legătură cu determinismul. Amintiți-vă că în majoritatea teoriilor noastre SUPERBE există un determinism clar, în sensul că dacă este cunoscută starea sistemului într-un moment oarecare[5], atunci starea este complet determinată de ecuațiile teoriei respective în orice moment ulterior (sau chiar anterior). Astfel, se pare că nu există loc pentru "voință proprie", deoarece comportarea viitoare a unui sistem pare să fie total determinată de legile fizice. Chiar și partea **U** a mecanicii cuantice are caracter complet determinist. Cu toate acestea, partea **R**, de "salt cuantic", nu este deterministă, ea introducând un element complet aleator în evoluția în timp. La început, mulți s-au grăbit să susțină că există posibilitatea ca voința proprie să poată juca un rol, acțiunea conștiinței având poate un efect direct asupra modului în care un sistem cuantic individual ar putea efectua saltul. Dar dacă **R** este *realmente* aleator, atunci nici el nu ne prea poate ajuta în caz că vrem să facem ceva pozitiv cu voința noastră liberă.

Propriul meu punct de vedere, deși nu este foarte bine formulat, ar fi că o nouă procedură (GCC; vezi capitolul 8) ar putea prelua linia de demarcație clasic-cuantic care interpolează între **U** și **R** (fiecare din ele fiind acum considerată ca o aproximație), și că această procedură nouă ar conține un element *esențial nealgoritmic*. Aceasta ar implica faptul că viitorul *n-ar putea fi calculabil* pe baza prezentului, chiar dacă *ar putea* fi *determinat* de acesta. În discuțiile din capitolul 5 am încercat să fiu clar în delimitarea problemei calculabilității de cea a determinismului. După părerea mea, este plauzibil ca GCC să fie o teorie deterministă dar necalculabilă.* (Amintiți-vă "modelul de univers de jucărie" necalculabil din capitolul 5, paragraful despre calculabilitatea vieții în universul bilelor de biliard.)
Se consideră uneori că și în cazul determinismului clasic (sau al celui cuantic U) nu există un determinism *efectiv*, deoarece condițiile inițiale nu pot fi niciodată cunoscute suficient de bine pentru ca viitorul să poată fi calculat *efectiv*. Diferențe foarte mici în condițiile inițiale pot duce uneori la diferențe foarte mari în rezultatul final. De exemplu, aceasta este ceea ce se întâmplă în fenomenul cunoscut sub numele de "haos" într-un sistem determinist (clasic) – un exemplu fiind incertitudinea în predicția vremii. Totuși, este destul de greu de crezut că acest tip de incertitudine clasică poate fi cel ce ne permite (iluzia de?) voința proprie. Comportarea viitoare va continua să fie *determinată*, începând chiar de la big bang, chiar dacă noi nu vom fi capabili să o calculăm (vezi sfârșitului paragrafului despre calculabilitatea vieții în universul bilelor de biliard din capitolul 5).

Aceeași obiecție ar putea fi ridicată împotriva sugestiei mele că lipsa *calculabilității ar* putea fi intrinsecă legilor dinamicii – considerate acum ca având un caracter nealgoritmic – și nu lipsei noastre de informații asupra condițiilor inițiale. Conform acestei interpretări, lumea viitoare, deși nu este calculabilă, va continua să fie *determinată* complet de trecut – mergând înapoi până la big bang. Dar eu nu sunt atât de dogmatic încât să insist că GCC ar trebui să fie deterministă dar necalculabilă. Părerea mea mea este că teoria căutată va avea un caracter mai profund. Eu susțin doar că ea ar trebui să cuprindă elemente nealgoritmice care vor avea un caracter esențial.

În încheierea acestui paragraf, aș vrea să fac câteva considerații asupra unui punct de vedere care are un caracter chiar mai extrem și care ar putea fi susținut în problema derminismului. Acesta este acela pe care l-am numit *determinism tare* (Penrose, 1987b). Conform determinismului tare nu este vorba doar despre faptul că viitorul este determinat de trecut, ci și că *întreaga istorie a universului este bine determinată*, conform unei scheme matematice precise, iar aceasta *pentru toate momentele de timp*. Un astfel de punct de vedere ar

* Poate fi menționat că există cel puțin o interpretare a teoriei gravitației cuantice ce pare să cuprindă un element de necalculabilitate (Geroch și Hartle 1987).

putea avea un anumit succes pentru aceia înclinați să identifice lumea lui Platon cu cea fizică, întrucât lumea lui Platon este determinată odată pentru totdeauna, cu nici un fel de "posibilități alternative" pentru univers! (Mă întreb uneori dacă Einstein ar fi putut avea o asemenea teorie în minte atunci când scria: "Ce mă interesează este dacă Dumnezeu ar fi putut face lumea și într-altfel, adică dacă necesitatea unei logici simple lasă loc vreunei urme de libertate!" (scrisoare adresată lui Ernst Strauss; vezi Kuznețov, 1977, p.285)

Ca o variantă a determinismului tare ar putea fi considerată și interpretarea *lumilor multiple* din mecanica cuantică (vezi capitolul 6, paragraful despre diferitele puncte de vedere existente în mecanica cuantică actuală). Conform acestei interpretări, nu ar exista doar *o singură* istorie individuală a universului care să fie determinată de o teorie matematică precisă, ci miliarde de miliarde de istorii "posibile" ale universului care ar fi determinate astfel. În ciuda senzației de discomfort pe care o produce o astfel de teorie (cel puțin mie), și a multitudinii de probleme și nepotriviri pe care le ridică, o astfel de posibilitate nu poate fi exclusă.

Am impresia că dacă se acceptă determinismul tare, dar *fără* lumi multiple, atunci teoria matematică care guvernează structura universului *ar trebui* probabil să fie nealgoritmică.[6] Căci altfel s-ar putea calcula în principiu cea ce va fi în continuare, după care s-ar putea "decide" să se facă ceva complet diferit, ceea ce ar constitui o reală contradicție între "voința proprie" și determinismul tare al teoriei. Introducând necalculabilitatea în teorie, putem eluda această contradicție – deși trebuie să mărturisesc că mă simt oarecum stânjenit în fața aceastei decizii, și anticipez că legile *efective* (nealgoritmice!) care guvernează lumea noastră au un caracter mult mai subtil!

Principiul antropic

Cât de importantă este existența conștiinței în ansamblul universului? Ar putea exista un univers care să nu fie populat de ființe conștiente? Oare legile fizicii sunt astfel proiectate încât să permită existența unei vieți conștiente? Oare, poziția noastră particulară în univers, în spațiu, sau în timp are ceva deosebit? Acestea ar fi tipurile de întrebări pe care și le pune ceea ce a devenit cunoscut drept *principiul antropic*.

Acest principiu are multe forme. (Vezi Barrow și Tipler 1986.) Cea mai acceptată dintre acestea se referă doar la localizarea spațio-temporală a vieții conștiente (sau "inteligente") în univers. Acesta este principiul antropic *slab*. Argumentația poate fi folosită pentru a explica de ce condițiile sunt exact acelea necesare pentru existența vieții (inteligente) pe Pământ astăzi. Pentru că dacă nu ar fi fost exact acelea necesare, atunci noi nu am fi acum aici, ci în altă parte și într-un alt timp. Acest principiu a fost utilizat foarte eficient de Brandon Carter și de Robert Dicke la rezolvarea unei probleme care îi obseda și îi deruta pe fizicieni de foarte mulți ani. Este vorba de diverse relații numerice frapante ce par să existe între constantele fizice (constanta gravitațională, masa protonului, vârsta universului etc.). Este cu totul uimitor că unele dintre aceste relații sunt valabile doar pentru epoca prezentă a istoriei Pământului, așa că, se pare, că trăim întâmplător, într-o perioadă foarte specială (plus sau minus câteva milioane de ani!). Acest lucru a fost ulterior explicat de Carter și Dicke prin aceea că epoca noastră coincide cu timpul de viață al așa numitelor stele din secvența principală, cum este Soarele. Conform acestui raționament, în orice altă epocă, pe Pământ nu ar exista viață inteligentă care să poată măsura constantele fizice menționate – așa că această coincidență *trebuia* să existe, tocmai pentru ca viața inteligentă să fie aici doar în momentul particular în care *are loc* această coincidență!

Principiul antropic *tare* merge și mai departe. În acest caz, avem de-a face nu numai cu localizarea noastră spațio-temporală în univers, ci în infinitatea de universuri *posibile*. Putem sugera răspunsuri la întrebări ca de exemplu: de ce constantele fizice, sau legile fizicii în general, sunt făcute în așa fel încât să existe viața inteligentă. Argumentul ar fi că dacă constantele sau legile ar fi diferite, atunci noi nu ar trebui să fim în acest univers particular, ci într-un altul! După părerea mea, principiul antropic tare are un caracter destul de dubios, și el tinde să fie invocat de teoreticieni ori de cate ori ei nu au o teorie suficient de bună pentru a explica faptele observate (în teoriile fizicii particulelor, unde masele particulelor nu au putut fi explicate, și se argumentează că dacă ele ar avea valori diferite de cele observate, atunci viața ar fi probabil imposibiă etc.). Pe de altă parte, principiul antropic slab este, după părerea mea, de necontestat, cu condiția să fie folosit cu mare atenție.

Prin folosirea principiului antropic – fie în forma tare, fie în cea slabă – s-ar putea încerca să se arate că existența conștiinței este *inevitabilă*, în virtutea faptului că ființele conștiente, adică "noi", trebuie să fim aici pentru a observa lumea înconjurătoare, așa că *nu este necesar* să se presupună, așa cum am făcut eu, că existența conștiinței are un avantaj selectiv! După părerea mea, acest argument este corect tehnic, iar argumentul antropic slab *ar putea* (cel puțin) furniza un considerent pentru faptul că există aici ființe conștiente, fără să fi fost necesar ca existența lor să fie favorizată de selecția naturală. Pe de altă parte, nu pot crede că argumentul antropic este motivul *real* (sau unicul motiv) al evoluției conștiinței. Există suficiente dovezi din alte direcții care să mă convingă că existența conștiinței *posedă* un avantaj selectiv remarcabil, și nu cred că argumentul antropic este necesar.

Acoperiri și cuasicristale

Mă voi îndepărta acum de speculațiile din ultimele două paragrafe, și voi aborda o problemă care, deși încă într-o oarecare măsură speculativă, are un caracter mult mai științific și mai "tangibil". Această problemă poate părea la început ca o digresiune lipsită de importanță. Dar, semnificația ei pentru noi va deveni clară în paragraful următor.

Amintiți-vă modelele de acoperire reprezentate în figura 4.12. Aceste modele sunt remarcabile prin aceea că încalcă "aproximativ" o teoremă matematică bine cunoscută referitoare la rețelele cristaline. Teorema afirmă că unicele simetrii de rotație permise pentru configurațiile structurii cristaline sunt simetriile de ordinul doi, trei, patru și șase. Când spun structură cristalină mă refer la un sistem discret de puncte care are o *simetrie de translație*; există adică o cale de a translata întrega structură fără a o roti, astfel încât structura să se transforme în ea însăși (adică să rămână nemodificată la acest tip de mișcare), și astfel are o *bază paralelogram* (vezi figura 4.8). Exemple de modele de acoperire ce au aceste simetrii de rotație permise sunt date în figura 10.2. Pe de altă parte, modelele din figura 4.12, ca și cel din figura 10.3 (care este în esență acoperirea rezultată prin îmbinarea plăcilor din figura 4.11), *au în mod aproximativ* o simetrie de translație și *au în mod aproximativ* o simetrie *de ordinul cinci* – unde "aproximativ" însemnă că se pot găsi astfel de mișcări ale modelului (de translație și respectiv de rotație) prin care modelul se transformă în el însuși conform unui grad preliminar oarecare dorit de concordanță, dar mai mic de 100 la sută. Nu trebuie să ne preocupe acum semnificația precisă a acestui lucru. Singurul element important este pentru noi faptul că dacă am avea o substanță în care atomii ar fi aranjați în punctele modelului ea ar apărea ca fiind cristalină, deși ar prezenta totuși o simetrie de ordinul cinci, simetrie ce este interzisă!

Fizicianul israelian Dany Shechtman care lucra împreună cu colegii de la Biroul Național de Standarde din Washington DC, SUA, a anunțat în decembrie 1984 descoperirea unei faze a unui aliaj de aluminiu-mangan care părea a fi într-adevăr o substanță de tip cristalin – care acum poartă numele de *cuasicristal* – ce poseda o simetrie de ordinul cinci. De fapt, această substanță cuasicristalină prezenta și o simetrie în *trei* dimensiuni, nu numai în plan – având în total o simetrie *icosaedrică* interzisă (Shechtman și alții 1984). (Robert Ammann a găsit în 1975 acoperiri analoage acoperirilor mele plane cu simetrie de ordinul cinci, dar care posedă o simetrie tridimensională "icosaedrică", vezi Gardner 1989.) Aliajele lui Shechtman formau doar mici cuasicristale microscopice, de aproximativ 10^{-3} dintr-un milimetru de la o margine la cealaltă, dar ulterior au fost găsite și alte substanțe cuasicristaline.

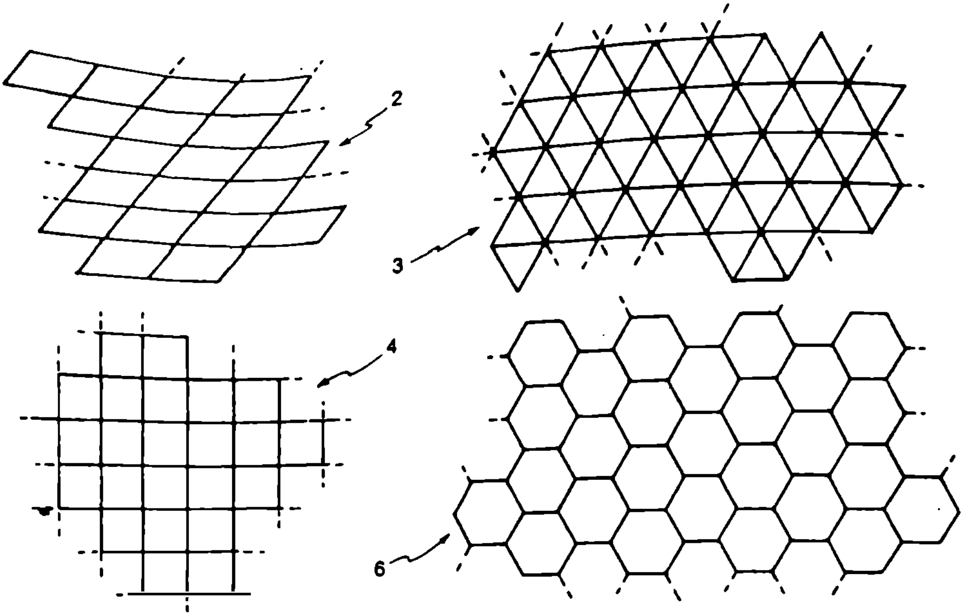


Fig. 10.2. Acoperiri periodice ce posedă diferite simetrii (în fiecare caz centrul plăcii este centrul de simetrie).

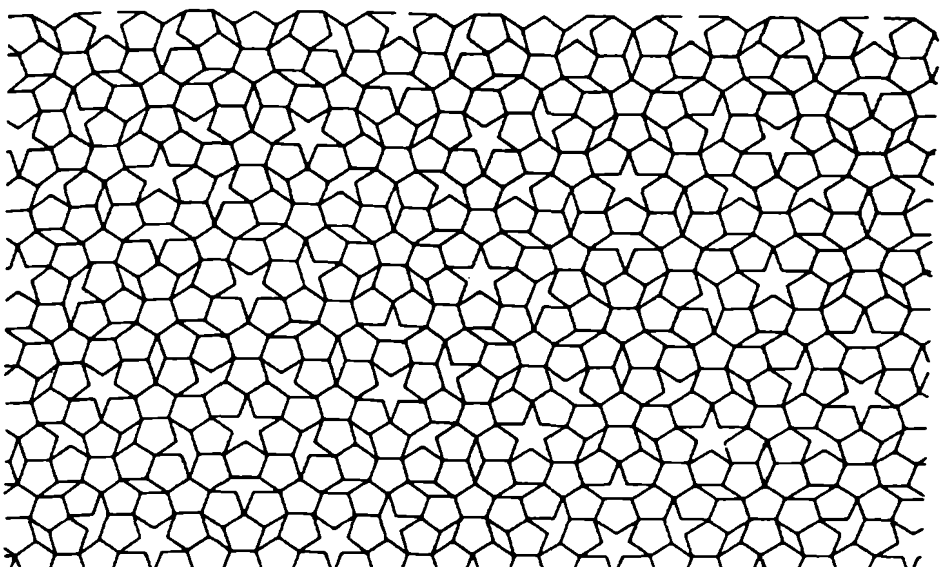


Fig. 10.3. O acoperire cuasiperiodică (care este în esenţă produsă prin îmbinarea plăcilor din figura 4.11) cu o cuasisimetrie de ordinul cinci"imposibilă" cristalografic.

Un exemplu este un aliaj de aluminiu-litiu-cupru în care pot crește cristale cu simetrie icosaedrică cu dimensiunea de până la un milimetru, care sunt vizibile cu ochiul liber (vezi figura 10.4).

O caracteristică remarcabilă a modelelor de acoperire cuasicristalină pe care le-am descris este că rezultatul asamblării lor are un caracter obligatoriu *nelocal*. Aceasta înseamnă că la asamblarea modelelor trebuie ca din când în când să examinăm starea modelului la distanță de mulți, mulți "atomi" față de punctul de asamblare, dacă vrem să fim siguri că nu vom comite o greșeală mare atunci când le asamblăm. (Acest lucru este poate similar evidentei "bâjbâieli inteligente" la care mă refeream în legătură cu selecția naturală.) Acest tip de caracteristică este un element serios controversat legat de problema structurii și creșterii cuasicristalelor, și, de aceea, nu ar fi înțelept să încercăm să tragem concluzi definitive înainte de rezolvarea principalelor probleme. Putem face totuși speculații; și mă voi aventura să-mi expun părerea. În primul rând, cred că unele dintre aceste substanțe cuasicristaline sunt într-adevăr superior organizate, iar aranjamentele lor atomice sunt destul de apropiate ca structură de modelele de acoperire la care m-am referit. În al doilea rând, sunt de părere (deocamdată provizoriu) că aceasta implică faptul că asamblarea lor nu poate fi realizată convenabil prin adăugarea treptată, local, a atomilor unul câte unul, conform imaginii *clasice* de creștere a unui cristal, ci că în asamblarea lor trebuie să existe în schimb o componentă *nelocală*, în principal cuantică.[7]

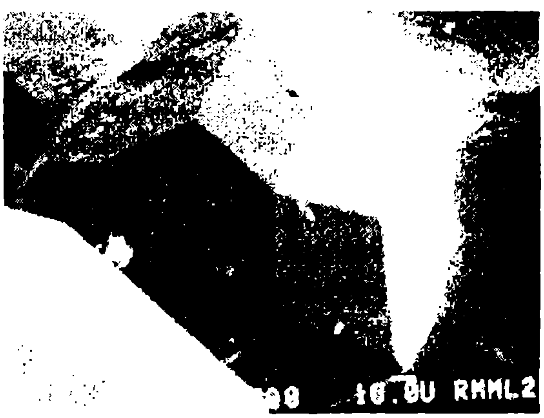


Fig. 10.4. Un cuasicristal (aliaj de Al-Li-Cu) cu o simetrie cristalină aparent imposibilă. (După Gayle, 1987.)

Modul în care eu îmi imaginez că are loc această creștere este că, în loc ca atomii să vină individual și să se atașeze ei singuri formând o linie continuă de creștere (creșterea cristalină clasică), trebuie să se ia în considerare o suprapunere cuantică liniară, ce evoluează în timp, suprapunere formată din multe aranjamente alternative diferite de atomi ce se atașează (prin procedeul cuantic U). Şi aceasta este într-adevăr ceea ce ne spune macanica cuantică că *trebuie* să se producă (aproape întotdeauna)! Dar nu are loc doar un singur lucru, ci trebuie să coexiste multe aranjamente atomice alternative sub forma unor superpoziţii liniare cu coeficienţi formaţi din numere coplexe. Câteva dintre aceste alternative suprapuse vor creşte până ce vor ajunge la conglomerate mult mai mari şi, la un anumit punct, diferenţa dintre câmpurile gravitaţionale ale unora dintre alternative vor atinge nivelul de un-graviton (sau ceva corespunzător; vezi capitolul 8, paragraful despre reducerea vectorului de stare). La această etapă unul dintre aranjamentele alternative – sau, mai probabil, încă sub formă de superpoziţie, dar o superpoziţie redusă într-o oarecare măsură – se va selecţiona ca aranjamentul "realizat" (procedeul cuantic **R**). Acest ansamblu suprapus, împreună cu reducerile către aranjamente mai bine definite, va continua la o scară din ce în ce mai mare până când se va forma un cuasicristal de o dimensiune rezonabilă.

Atunci când Natura caută o configuraţie cristalină, ea tinde, în mod normal, să caute o configuraţie de *minimă energie* (considerând că temperatura mediului ambiant este zero grade). Eu îmi imaginez în mod similar procesul de creştere a cuasicristalelor, diferenţa constând în faptul că această stare de energie minimă este mult mai greu de găsit, iar "cel mai bun" aranjament al atomilor nu poate fi descoperit prin simpla lor adăugare unul câte unul, în speranţa că va fi suficient doar ca fiecare atom individual să-şi poată rezolva *propria* problemă de minimizare. Avem, în schimb, de rezolvat o problemă *globală*. Este necesar ca un mare număr de atomi să depună simultan un efort concertat. Cred că o asemenea cooperare trebuie să fie realizată cuantic, iar modalitatea de realizare constă în "încercarea" simultană a mai multor aranjamente de atomi combinate diferit într-o suprapunere liniară (poate că oarecum asemănător calculatorului cuantic examinat la sfârşitul capitolului 9). Alegerea unei soluţii corespunzătoare (deşi probabil nu cea mai bună) a problemei minimizării trebuie să fie făcută odată cu atingerea criteriului de un-graviton (sau o alternativă adecvată), ceea ce se va întâmpla probabil numai atunci când condiţiile fizice o vor permite.

O posibilă legătură cu plasticitatea creierului

Permiteţi-mi să merg mai departe cu aceste speculaţii, şi să mă întreb dacă ele ar putea avea vreo relevanţă în problema funcţionării creierului. După părerea mea, cel mai posibil este în problema plasticităţii creierului. După cum ne reamintim, creierul nostru nu este chiar ca un calculator, ci mai degrabă ca un calculator ce se modifică continuu. Aceste modificări se pot produce prin intermediul sinapselor ce se activează sau se dezactivează prin creşterea sau contracţia protuberanţelor dendritice (vezi capitolul 9, paragraful despre plasticitatea creierului; figura 9.15). Mi-aş pune gâtul că este aşa şi aş specula în continuare că această creştere sau contracţie ar putea fi guvernată de ceva asemănător proceselor implicate în creşterea cuasicristalelor. Astfel, se probează nu doar unul dintre aranjamentele alternative posibile, ci un mare număr, toate suprapuse în superpoziţii liniare complexe. Atât timp cât efectele acestor alternative sunt sub nivelul de un-graviton (sau unul corespunzător) ele vor coexista (şi aproape invariabil ele *trebuie* să coexiste, conform regulilor cuantice-U). Dacă sunt ţinute sub acest nivel, efectuarea calculelor suprapuse simultane poate începe, desfăşurându-se în mare măsură conform principiilor unui calculator cuantic. Totuşi, pare improbabil ca aceste superpoziţii să poată fi menţinute mult timp, deoarece semnalele nervoase produc câmpuri electrice ce ar perturba semnificativ materialul înconjurător (deşi învelişul lor de mielină ar putea ajuta la izolarea lor). Putem specula că astfel de superpoziţii de calcule pot fi menţinute efectiv cel puţin un timp suficient de lung pentru *a putea fi calculat* ceva semnificativ înaintea atingerii nivelului de un-graviton (sau unul corespunzător). Rezultatul încununat de succes al unui astfel de calcul ar reprezenta "scopul" care ia acum locul "scopului" doar de a minimiza energia, din cazul creşterii cuasicristalelor. Astfel, realizarea acestui scop este analoagă creşterii reuşite a unui cuasicristal!

Este clar că aceste speculaţii cuprind multe elemente vagi, dar eu cred că ele reprezintă o analogie într-adevăr plauzibilă. Creşterea unui cristal sau a unui cuasicristal este puternic influenţată de concentraţiile atomilor şi ale ionilor corespunzători aflaţi în vecinătate. În mod similar, s-ar putea aconsidera că atât creşterea cât şi contracţia familiilor de protuberanţe dentritice ar putea fi la fel de mult influenţată de concentraţiile diverselor substanţe neurotransmiţătoare care ar putea fi în apropiere (şi care ar putea fi influenţate de emoţii). Care anume dintre aranjamentele atomice va fi realizat (sau "redus") în final, aranjament atomic care va reprezenta cuasicristalul *realizat efectiv*, presupune rezolvarea unei probleme de minimizare a energiei. Într-un mod similar, conform speculaţiilor mele, gândul concret care ajunge să domine şi care ajunge în conştiinţa noastră este, din nou, soluţia unei probleme, dar de data aceasta nu doar a unei probleme de minimizare a energiei. Aceasta ar implica, în general, un scop de o natură mult mai complicată, incluzând dorinţe şi intenţii care sunt, la rândul lor, legate de caracteristicile şi de capacităţile de calcul ale creierului. Consider, la modul speculativ, că procesul de gândire conştientă este strâns legat de realizarea alternativelor aflate anterior sub forma unei superpoziţii liniare. Toate acestea sunt legate de partea încă necunoscută a fizicii care guvernează zona aflată la graniţa dintre **U** şi **R**, şi care, cred eu, depinde de o teorie a gravitaţiei cuantice încă nedescoperită – GCC!

S-ar putea, oare, ca o astfel de acţiune fizică să fie de natură nealgoritmică? Ne reamintim că problema generală a acoperirii unei suprafeţe, descrisă în capitolul 4, nu are o soluţie algoritmică. S-ar putea presupune că problemele de asamblare a atomilor ar putea să posede şi ele această proprietate nealgoritmică. Dacă aceste probleme ar putea fi "rezolvate", în principiu, în modul sugerat de mine, atunci înseamnă că există într-adevăr o posibilitate să existe o componentă nealgoritmică în tipul de funcţionare a creierului la care mă gândesc. Pentru aceasta ar trebui totuşi ca teoria GCC să cuprindă o componentă nealgoritmică. Este evident că totul cuprinde o doză considerabilă de speculaţie. Dar, după părerea mea, ţinând cont de argumentele propuse mai sus, este necesar, în mod clar, *ceva* cu caracter nealgoritmic.

Cât de rapid pot avea loc aceste modificări în legăturile din creier? Problema pare a fi oarecum controversată printre neurofiziologi, dar deoarece pot fi realizate memorări cu caracter permanent doar în câteva fracţiuni de secundă, este plauzibil că astfel de modificări ale conexiunilor pot fi efectuate într-un interval de timp de această dimensiune. O astfel de viteză ar fi necesară pentru ca ideile mele să aibă o şansă.

Decalajul în timp al percepţiei conştiente

Aş dori, în continuare, să descriu două experimente (descrise în Harth, 1982) realizate pe subiecţi umani, şi care par să aibă implicaţii remarcabile pentru cele discutate acum de noi. Acestea sunt legate de timpul necesar percepţiei conştiente să intre în acţiune, sau să fie dezactivată. Primul experiment se referă la rolul activ al conştiinţei, iar al cel de al doilea la rolul său pasiv. Luate împreună, implicaţiile sunt chiar şi mai surprinzătoare.

Primul experiment a fost realizat de H. H. Kornhuber şi asociaţii săi, în Germania, în 1976. (Deecke, Grötzinger, şi Kornhuber, 1976.) Mai mulţi subiecţi umani s-au oferit voluntar să li se înregistreze semnale electrice într-un punct de pe cap (electroencefalogramă, adică EEG), şi li s-a cerut să îndoaie degetul arătător al mâinii drepte brusc, după diferite intervale de timp *lăsate complet la libera lor alegere.* Ideea era că înregistrările EEG vor indica ceva din activitatea mentală ce are loc în cutia craniană, activitate care ia parte la decizia conştientă de a îndoi degetul. Pentru a obţine, din înregistrările EEG, un semnal semnificativ este necesar să se facă media din mai multe înregistrări diferite, iar semnalul rezultant nu este foarte caracteristic. Totuşi, ceea ce se constată este cu totul remarcabil, şi anume, că există o creştere continuă a potenţialului electric înregistrat, creştere timp de o *întreagă secundă*, sau poate chiar de o secundă şi jumătate, *înainte ca* degetul să fie îndoit efectiv. Aceasta pare să indice faptul că procesul de luare a unei decizii conştiente are nevoie de mai mult de o secundă pentru a se manifesta concret! Acesta poate fi comparat cu intervalul de timp mult mai scurt necesar pentru a reacţiona la un semnal exterior, dacă modul de reacţie a fost stabilit dinainte. De exemplu, îndoirea degetului ar putea fi o reacţie la un semnal luminos, şi nu lăsată la "propria voință". În cazul acesta, timpul de reacție normal este de aproximativ o cincime de secundă, adică de aproximativ cinci ori mai repede decât acțiunea "volitivă" testată în experimentul lui Kornhuber (vezi figura 10.5).

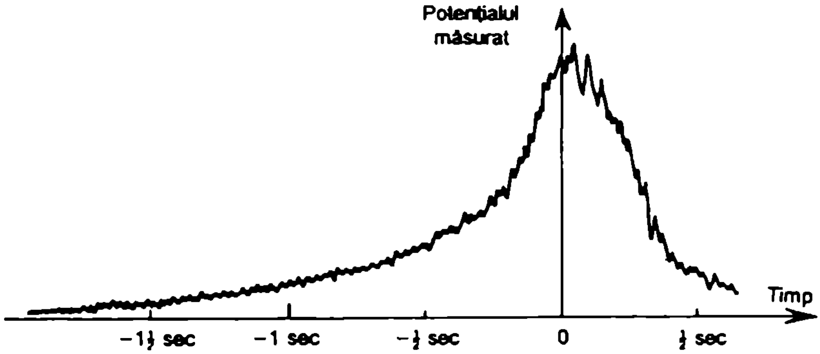


Fig.10.5. Experimentul lui Kornhuber. Se vede că decizia de a îndoi degetul este luată la momentul 0; totuși semnalul precursor (mediat pe multe încercări) sugerează o "precunoaștere" a intenției de îndoire a degetului.

În cel de al doilea experiment, Benjamin Libet de la Universitatea din California, în colaborare cu Bertram Feinstein de la Institutul de Neurologie Mount Zion din San Fransisco (Libet și colaboratorii, 1979), a testat niște subiecți care trebuiseră să facă operații pe creier, din motive fără nici o legătură cu experimentul, și care au consimțit să li se plaseze electrozi în anumite puncte ale creierului, și anume, în cortexul somatosenzitiv. Rezultatul experimentului lui Libet a fost că, atunci când este aplicat un stimul pe pielea acestor pacienți, trece cam o jumătate de secundă înainte ca ei să devină conștienți de prezența acestui stimul, în ciuda faptului că, la rândul lui, creierul recepționa semnalul stimulului în doar aproximativ o sutime de secundă, iar un răspuns "reflex" programat dinainte la un astfel de stimul (vezi mai sus) poate fi realizat de creier în aproximativ o zecime de secundă (figura 10.6). Mai mult, în ciuda întrârzierii de o jumătate de secundă înainte ca stimulul să fie perceput conștient, pacienții au impresia subiectivă că nu a existat nici o întârziere în sesizarea momentului în care au devenit conștienți de prezența stimulului! (Unele dintre experimentele lui Libet implicau stimularea talamusului, cu rezultate similare cu cele obținute în cazul cortexului somatosenzitiv, vezi capitolului 9, sfârșitul paragrafului despre cum arată de fapt creierul.)

Amintiți-vă că acest cortex somatosenzitiv este zona creierului mare pe unde intră semnalele senzoriale. Astfel, stimularea electrică a unui punct de pe cortexul somatoasenzitiv, ce corespunde unui anumit punct de pe piele, pare subiectului ca și cum ceva i s-ar fi atins realmente de piele în punctul respectiv. Cu toate acestea, s-a dovedit că dacă această stimulare electrică este prea scurtă

– mai puțin de aproximativ o jumătate de secundă – atunci subiectul nu devine conștient de absolut nici o senzație. Faptul acesta trebuie comparat cu stimularea directă a punctului de pe piele, deoarece o atingere fugară a pielii poate fi simțită.

Să presupunem acum că mai întâi este atinsă pielea, și că apoi este stimulat electric punctul de pe cortexul somatosenzitiv. Ce va simți pacientul? Dacă stimularea electrică este inițiată cam la un sfert de secundă după atingerea pielii, atunci atingerea nu este simțită deloc!

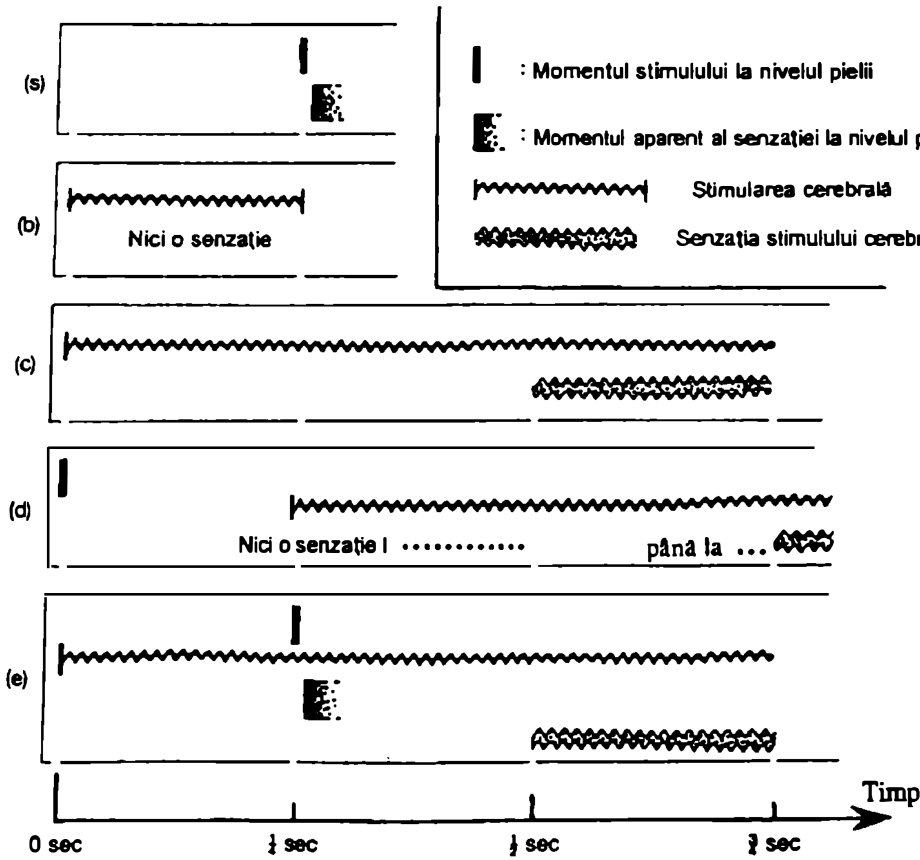


Fig. 10.6. Experimentul lui Libet. (a) Stimulul la nivelul pielii "pare" să fie perceput aproximativ în momentul în care acesta acționează. (b) Un stimul cortical de mai puțin de o jumătate de secundă nu este perceput. (c) Un stimul cortical de peste o jumătate de secundă începe să fie perceput după trecerea unei jumătăți de secundă de la inițierea stimulului. (d) Un astfel de stimul cortical poate "masca retroactiv" un stimul anterior la nivelul pielii, indicând faptul că practic *nu avusese încă loc* conștientizarea stimulului respectiv în momentul aplicării stimulului cortical. (e) Dacă un stimul la nivelul pielii este aplicat puțin *după* un astfel de stimul cortical, atunci conștientizarea stimulului la nivelul pielii este "retroactivă", dar conștientizarea corticală nu.

Acesta este un efect numit *mascare retroactivă*. Într-un fel, stimularea cortexului face ca senzația normală de atingere a pielii să nu mai fie simțită conștient. Percepția conștientă poate fi împiedicată ("mascată") de un eveniment ulterior, cu condiția ca acesta să se producă într-un interval de aproximativ o jumătate de secundă.

Cu toate acestea, se pare că nu suntem "conștienți" de o atât de mare întârziere în percepțiile noastre. Un mijloc de a înțelege această constatare curioasă ar putea fi să ne imaginăm că "timpul" necesar "percepțiilor" noastre este practic întârziat cu aproximativ o jumătate de secundă față de "timpul efectiv" – ca și cum ceasul interior ar "indica greșit" pur și simplu cu o jumătate de secundă sau cam așa ceva. Momentul în care percepem că are loc un eveniment ar fi ca atare întotdeauna cu o jumătate de secundă *după* producerea efectivă a evenimentului respectiv.

Probabil că a doua parte a experimentului lui Libet confirmă un astfel de aspect. În această etapă a experimentului, el a produs *întâi* o stimulare electrică a cortexului, pe care a continuat-o pe un interval de timp mult mai mare decât o jumatate de secundă, și a atins totodată pielea în timp ce avea loc această stimulare; dar atingerea pielii s-a produs la mai puțin de o jumătate de secundă de la inițierea stimulării electrice. Atât stimularea corticală, cât și atingerea pielii au fost percepute separat și subiectul le-a diferențiat în mod clar. Totuși, întrebat care stimul a acționat *mai întâi*, subiectul a răspuns că prima a fost atingerea pielii, în ciuda faptului ca stimularea corticală a fost inițiată prima! Astfel, subiectul pare să raporteze perceperea atingerii pielii, *la un moment anterior în timp* cu aproape o jumătate de secundă (vezi figura 10.6). Aceasta nu pare a fi pur și simplu o "eroare" generală în perceperea interioară a timpului, ci o reorganizare mai subtilă a perceperii temporale a evenimentelor. Aceasta deoarece stimularea corticală *nu pare a fi și ea* raportată înapoi în timp în acest fel, presupunând că ea este percepută efectiv nu mai târziu de o jumătate de secundă după inițierea ei.

Din primul dintre experimentele de mai sus, am putea deduce că este necesar un interval de timp între o secundă și o secundă și jumătate pentru a efectua o acțiune conștientă, pe când din al doilea experiment rezultă că apariția conștientizării unui eveniment exterior pare să aibă loc după o jumătate de secundă de la producerea sa. Imaginați-vă ce se întâmplă când cineva reacționează la un eveniment exterior neașteptat. Să presupunem că reacția cere un moment de examinare conștientă. Din cele constatate de Libet s-ar părea că trebuie să se scurgă o jumătate de secundă până la intrarea în scenă a conștiinței; iar apoi, după cum pare să rezulte din datele lui Kronhuber, reacția "volitivă" își va face apariția după mai bine de o secundă. Întregul proces, de la primirea informației senzoriale și până la răspunsul motor, pare să necesite în jur de două secunde. Concluzia clară a acestor două experimente luate împreună este că, dacă reacția la un eveniment exterior trebuie să aibă loc cam în două secunde, atunci conştiinţa *nici nu are măcar timp* să intre în acţiune ca răspuns la acest eveniment!

Straniul rol al timpului în percepţia conştientă

Esta oare corect ce arată aceste experimente? Dacă ar fi aşa, atunci s-ar părea că suntem conduşi către concluzia că noi acţionăm complet ca nişte "automate" atunci când desfăşurăm vreo acţiune care ar necesita mai puţin de una sau două secunde pentru a modifica o reacţie. Fără îndoială, conştiinţa acţionează lent comparativ cu alte mecanisme ale sistemului nervos. Am observat eu însumi situaţii în care urmăream neajutorat cum mâna mea închidea uşa maşinii un moment după ce observasem ceva în maşină, ceva ce aş fi vrut să iau cu mine. Comanda mea voluntară de oprire a mişcării mâinii acţiona supărător de lent – prea lent pentru a opri închiderea uşii. Dar era vorba de o întârziere de una sau de două secunde? Nu mi se pare probabil să fie vorba de un interval atât de lung. Desigur, *conştientizarea* de către mine a existenţei obiectului din maşină, împreună cu presupusa mea "voinţă liberă" de a comanda oprirea mâinii, *ar fi putut* să apară mult după ambele evenimente. Conştiinţa este probabil, la urma urmei, doar un spectator care nu se implică în nimic altceva decât în "reluarea" întregii drame. Similar, pe baza rezultatelor experimentelor de mai sus, conştiinţa nu ar avea vreme să joace nici un rol, de exemplu, la tenis – sau, şi mai elocvent, la tenis de masă! Fără îndoială că experţii în aceste îndeletniciri au toate reacţiile esenţiale programate perfect sub controlul cerebelului. Dar mi se pare greu de crezut că *nu i-ar reveni nici un rol* conştiinţei în a decide ce lovitură trebuie folosită într-un anumit moment. Desigur, acţiunea adversarului poate fi anticipată destul de bine, şi jucătorul ar putea avea la dispoziţie multe reacţii pre-programate la acţiunile posibile ale adversarului, dar acest lucru mi se pare ineficient şi îmi este greu să cred în totala *absenţă* a implicării conştiente. Astfel de comentarii ar fi încă şi mai pertinente în raport cu o conversaţie obişnuită. Din nou, deşi s-ar putea anticipa parţial răspunsurile interlocutorului, totuşi trebuie să existe adesea ceva neaşteptat în remarcile celuilalt, pentru că altfel conversaţia ar fi cu totul fără sens! Cu siguranţă că nu sunt necesare două secunde pentru a da un răspuns într-o conversaţie obişnuită!

Există probabil motive de a ne îndoi că experimentele lui Kronhuber demonstrează că, de fapt, conştiinţa are nevoie "cu adevărat" de o secundă şi jumătate pentru a intra în acţiune. Deşi este adevărat că, *media* tuturor înregistrărilor EEG ale intenţiei de a îndoi degetul produce un semnal ce începe să crească cu o secundă şi jumătate înaintea acţiunii, s-ar putea ca numai în *unele* cazuri intenţia de a îndoi degetul să existe cu atât de mult timp înainte – deseori această intenţie conştientă s-ar putea *să nu* se materializeze – în timp ce în multe alte cazuri acțiunea conștientă ar putea avea loc la un moment mult mai apropiat de îndoirea degetului.

Să acceptăm, pentru moment, că ambele concluzii experimentale *sunt* adevărate. Aș dori să sugerez un lucru îngrijorător legat de aceasta. Aș vrea să sugerez că, de fapt, s-ar putea să greșim foarte mult când aplicăm legile obișnuite ale fizici pentru *timp* la analizarea fenomenelor legate de conștiință! Într-adevăr, modul în care timpul pătrunde în percepțiile noastre conștiente este cu totul neobișnuit și cred că este posibil să fie necesară o concepție cu totul diferită atunci când încercăm să plasăm percepțiile conștiente într-un cadru convențional ce posedă o ordonare temporală. Conștiința este, la urma urmei, singurul fenomen pa care îl cunoaștem conform căruia este necesară "curgerea" timpului! Modul în care este tratat timpul în fizica modernă nu diferă în mod esențial de modul în care este tratat* *spațiul*. Iar "timpul" în reprezentările lumii fizice nu "curge", de fapt, de loc; tot ce avem este un "spațiu-timp", static și fix, în care au loc evenimentele din universul nostru! Totuși, conform percepției noastre, timpul *curge* (vezi capitolul 7). După părerea mea, există și o iluzie aici, iar timpul percepțiilor noastre nu curge "cu adevărat" într-o mișcare rectilinie înainte, așa cum percepem noi că ar curge (indiferent ce ar putea însemna aceasta!). Eu susțin că ordonarea temporală, pe care "se pare" că o percepem, este un lucru pe care îl impunem percepțiilor noastre, pentru a le face să capete sens în raport cu desfășurarea temporală uniformă înainte a unei realități fizice exterioare.

S-ar putea ca mulți să observe destule "nepotriviri" din punct de vedere filosofic în remarcile de mai sus – și, fără îndoială, ar avea dreptate. Cum am putea să "greșim" în raport cu ceea ce percepem? Desigur, percepțiile sunt, prin *definiție*, chiar lucrurile de care ne dăm seama direct. Deci, nu ne putem "înșela" asupra lor. Cu toate acestea, eu cred că este probabil ca *noi* să "greșim" în privința percepțiilor succesiunii temporale (în ciuda faptului că folosesc limbajul obișnuit ce este neadecvat pentru a descrie acest lucru) și cred că există dovezi care susțin o astfel de părere (vezi Chuchland, 1984).

Un exemplu edificator (paragraful despre inspirație, intuiție și originalitate din capitolul acesta) este capacitatea lui Mozart de a "prinde dintr-o ochire" o întreagă compoziție muzicală, "chiar dacă este lungă". Din descrierea lui Mozart trebuie să presupunem că această "ochire" conținea datele esențiale ale întregii compoziții, deși durata reală a acestui act conștient de percepție, în

---

* Această simetrie între spațiu și timp ar fi și mai izbitoare într-un spațiu-timp *bi*dimensional. Ecuațiile fizice ale unui spațiu-timp bidimensional ar fi în mod esențial simetrice în raport cu interschimbarea dintre spațiu și timp – totuși nimeni nu ar considera că spațiul "curge" în fizica bidimensională. Este greu de crezut că ceea ce face ca timpul "să curgă" în observațiile noastre despre lumea fizică pe care o cunoaștem este doar asimetria dintre numărul de dimensiuni spațiale (3) și de dimensiuni temporale (1) pe care spațiu-timpul nostru se întâmplă să le aibă.

temeni fizici obişnuiţi, nu poate fi comparată sub nici o formă cu timpul necesar pentru execuţia compoziţiei. Ne-am putea imagina că percepţia lui Mozart ar fi luat o cu totul altă formă, poate distribuită spaţial ca o scenă vizuală, sau ca o întreagă partitură muzicală desfăcută. Dar chiar o partitură muzicală ar cere un timp considerabil pentru a fi parcursă – şi mă îndoiesc foarte mult că percepţia lui Mozart asupra compoziţiilor sale ar fi putut lua iniţial această formă (altfel, cu siguranţă, Mozart ar fi comunicat acest lucru!). Mai apropiată de această descriere ar părea scena vizuală, dar (aşa cum se întâmplă cu imaginile matematice comune, care îmi sunt, personal, mult mai familiare) mă îndoiesc foarte mult că ar putea exista o traducere directă a muzicii în imagini vizuale. Mi se pare mult mai probabil că cea mai bună interpretare a "ochirii" lui Mozart trebuie luată pur *muzical*, cu conotaţiile temporale distincte pe care ascultarea (sau execuţia) unei piese muzicale le-ar avea. Muzica înseamnă sunete care necesită un timp finit pentru a fi executate, *timpul* care, în descrierea lui Mozart, face ca ". . . în imaginaţia mea să le pot auzi".

Ascultaţi fuga din partea finală a *Artei fugii* a lui J. S. Bach. Oricine iubeşte muzica lui Bach nu poate să nu fie mişcat când muzica se opreşte, după zece minute de execuţie, imediat după intrarea celei de-a treia teme. Întreaga compoziţie pare a fi încă "aici", deşi ea s-a stins brusc. Bach a murit înainte de a-şi termina lucrarea, şi partitura sa ia sfârşit, pur şi simplu, în acel loc, fără vreo indicaţie scrisă asupra modului în care ar trebui să continue. Totuşi, ea începe cu o asemenea siguranţă şi totală măiestrie, încât nu ne putem imagina că Bach nu a avut în minte toate aspectele esenţiale ale întregii compoziţii. Ar fi avut el nevoie să o parcurgă în întregime în minte, în ritmul obişnuit al unei execuţii pe scenă, reluând-o iarăşi, şi iarăşi, pe măsură ce ar fi îmbunătăţit-o? Nu-mi pot imagina că lucrurile ar fi putut sta astfel. Ca şi Mozart, Bach trebuie să fi fost cumva capabil să-şi conceapă lucrările în întregime, cu toată complexitatea inerentă şi măiestria artistică pe care le cere scrierea unei fugi. Şi totuşi, desfăşurarea în timp (temporalitatea) este unul din elementele esenţiale ale muzicii. Cum se poate ca această muzica să rămână muzică dacă nu este executată în "timp real"?

Conceperea unui roman sau a unei poveşti ar putea prezenta o problemă de acelaşi tip (chiar dacă ar fi mai puţin deconcertantă). Pentru înţelegerea întregii vieţi a unui individ, ar fi necesară examinarea a diverse evenimente, pentru aprecierea cărora s-ar cere o derulare mintală în "timp real". Totuşi, acest lucru pare să nu fie necesar. Chiar impresiile lăsate de amintirea unor experienţe care au avut loc în timp par a fi atât de "comprimate", încât ele pot fi "retrăite" efectiv într-un singur moment de rememorare!

Există, probabil, o asemănare foarte mare între compunerea muzicii şi gândirea matematică. S-ar putea crede că o demonstraţie matematică este concepută în progresie logică, fiecare pas urmându-i pe cei care îl preced.

Totuşi, elaborarea unui raţionament nou nu se produce deloc aşa. Pentru construcţia unui raţionament matematic este necesară o privire globală şi un conţinut conceptual aparent vag; iar acest lucru nu prea are legătură cu timpul ce ar părea că este necesar examinării complete a unei demonstraţii prezentate în desfăşurarea ei normală.

Să presupunem, deci, că acceptăm faptul că sincronizarea şi desfăşurarea în timp a actelor conştiente nu este în concordanţă cu aceea a realităţii fizice exterioare. Nu suntem, oare, în pericol să ajungem la un paradox? Să presupunem că efectele conştiinţei au chiar un vag aspect teleologic, astfel încât o impresie viitoare ar putea influenţa o acţiune trecută. Este sigur că, *acest lucru* ne-ar conduce la o contradicţie, analog implicaţiilor paradoxale ale propagării semnalelor cu o viteză mai mare decât aceea a luminii pe care le-am examinat – şi pe care le-am exclus pe bună dreptate – în discuţia din finalul capitolului 5 (paragraful despre cauzalitate relativistă şi determinism)? Aş dori să sugerez că *nu este obligatoriu* să existe un paradox – prin însăşi natura a ceea ce susţin că realizează conştiinţa de fapt. Amintiţi-vă propunerea mea că, în esenţă, conştiinţa înseamnă "a vedea" un adevăr evident; şi că acest lucru poate reprezenta un fel de contact efectiv cu lumea lui Platon a conceptelor matematice ideale. Amintiţi-vă că lumea lui Platon este, în sine, atemporală. Perceperea unui adevăr platonician nu poartă nici o informaţie – în sensul tehnic de "informaţie" care poate fi transmisă printr-un mesaj – şi n-ar apărea nici o contradicţie dacă o astfel de percepţie conştientă s-ar propaga chiar înapoi în timp!

Dar chiar dacă acceptăm că există o astfel de relaţie curioasă între conştiinţă şi timp – şi că, într-un fel, conştiinţa reprezintă un contact între lumea fizică exterioară şi ceva atemporal – cum s-ar putea pune acest lucru în concordanţă cu funcţionarea bine determinată din punct de vedere fizic şi care posedă o ordonare temporală a creierului ce este material? Din nou, se pare că dacă nu vrem să modificăm desfăşurarea normală a legilor fizice, am ajuns pentru conştiinţă la un rol de simplu "spectator". Şi totuşi, *eu susţin* că ar trebui să oferim conştiinţei un rol activ, chiar unul remarcabil, cu un avantaj selectiv deosebit. Răspunsul la această dilemă constă, cred eu, în felul neobişnuit în care trebuie să acţioneze GCC în rezolvarea conflictului dintre cele două procese cuantice, **U** şi **R** (vezi paragraful despre ipoteza curburii Weyl, şi sfârşitul paragrafului despre cutia lui Hawking din capitolul 8).

Amintiţi-vă problemele legate de timp, atunci când am încercat să facem procesul **R** compatibil cu relativitatea (restrânsă) (capitolul 6, paragraful despre experimente cu fotoni, şi sfârşitul capitolului 8). Procesul pare cu totul fără sens atunci când este descris în termeni spaţio-temporali obişnuiţi. Să considerăm o stare cuantică pentru o pereche de particule. O astfel de stare ar trebui să fie, în mod normal, o stare *corelată* (adică să *nu fie* de forma simplă $|\psi\rangle|\chi\rangle$, unde $|\psi\rangle$ şi $|\chi\rangle$ descriu fiecare numai o particulă, ci să fie reprezentată printr-o sumă de tipul $|\psi\rangle|\chi\rangle + |\alpha\rangle|\beta\rangle + \ldots + |\rho\rangle|\sigma\rangle$). În acest caz, o observaţie asupra uneia dintre particule ar influenţa-o şi pe cealaltă într-un mod nelocal, care nu poate fi descris în termeni spaţio-temporali obişnuiţi, compatibili cu relativitatea restrânsă (EPR; efectul Einstein-Podolsky-Rosen). Astfel de efecte nelocale ar fi incluse implicit în analogia pe care am sugerat-o între un "cuasicristal" şi creşterea şi contracţia unei protuberanţe dendritice.

Interpretez aici "observaţia" în sensul de amplificare a acţiunii fiecărei particule observate până ce este îndeplinit un criteriu de tipul "unui graviton" din GCC. O "observaţie" este, în termeni mai "convenţionali", un lucru mult mai puţin cunoscut, şi este greu de văzut cum am putea începe să dezvoltăm o descriere cunatică teoretică a activităţii creierului, de vreme ce s-ar putea foarte bine să trebuiască să considerăm creierul ca "observându-se pe sine" în permanenţă!

Propria mea idee este că GCC ar reprezenta, pe de altă parte, o teorie fizică *obiectivă* a reducerii vectorului de stare (**R**), care *nu* ar trebui să depindă în vreun fel de conştiinţă. Încă nu avem o asemenea teorie, dar cel puţin găsirea ei nu ar fi stânjenită de problemele profunde care constau în a decide ce "este", de fapt, conştiinţa!

Îmi imaginez că odată găsită GCC, ar deveni *atunci* posibilă elucidarea fenomenului de conştiinţă prin folosirea ei. De fapt, cred că proprietăţile cerute pentru GCC, atunci când această teorie va fi elaborată, vor face ca ea să reprezinte chiar mai mult decât o descriere convenţională spaţio-temporală, precum sunt deconcertantele fenomene EPR ale celor două particule, la care m-am referit mai sus. Dacă, aşa cum sugerez, fenomenul de conştiinţă depinde de această căutată GCC, atunci conştiinţa propriu zis nu se va încadra prea bine în actualele noastre descrieri convenţionale spaţio-temporale!

Concluzie: punctul de vedere al unui copil

În această carte am prezentat multe argumente cu intenţia de a arăta inconsistenţa punctului de vedere – care aparent prevalează în filosofia actuală – că, de fapt, gândirea noastră este, în esenţă, aceeaşi cu comportarea unui calculator foarte complicat. Când s-a făcut explicit presupunerea că simpla derulare a unui algoritm poate face să apară *conştientizare*, s-a adoptat terminologia lui Searle a "inteligenţei artificiale tari". Şi alţi termeni, cum ar fi cel de "funcţionalism", au fost folosiţi uneori într-un mod mult mai puţin specific.

S-ar putea ca încă de la început unii cititori să fi considerat că un "susţinător al inteligenţei artificiale tari" este probabil în mare măsură un om de paie! Nu este oare "evident" că simplul calcul nu poate provoca plăcere sau durere; că el nu poate înţelege poezia, sau frumuseţea unui cer noaptea, sau magia sunetelor;

că nu poate spera, iubi sau dispera; că nu poate avea un scop propriu autentic? Se pare totuși că știința ne-a condus spre acceptarea faptului că noi toți suntem doar mici părți ale unei lumi guvernate până în cele mai mici detalii de legi matematice foarte precise (chiar dacă, în final, guvernate doar probabilist). Chiar și creierele noastre, care par să ne controleze toate acțiunile, sunt conduse de aceleași legi precise. Imaginea care rezultă este că toată această activitate fizică precisă nu este, de fapt, decât reprezentarea desfășurării unui calcul colosal (probabil probabilist) – și că, prin urmare, creierele noastre trebuiesc înțelese numai în termenii unor astfel de calcule. Probabil că atunci când calculele devin extraordinar de complicate, ele pot începe să posede calități mai poetice sau subiective, calități pe care le asociem în mod normal cu termenul de "minte". Și totuși, este greu de evitat un sentiment neplăcut că întotdeauna va fi ceva care lipsește într-o astfel de imagine.

În argumentele mele am încercat să susțin acest punct de vedere, și anume, că trebuie să fie într-adevăr ceva esențial care lipsește din orice interpretare bazată doar pe calcul. Și totuși, am speranța că doar cu ajutorul științei și al matematicii vor ieși, în cele din urmă, la lumină unele progrese însemnate în înțelegerea minții omenești. Aici își face loc o dilemă, dar am încercat să arăt că *există* o modalitate clară de a scăpa de ea. Calculabilitatea nu este deloc același lucru cu precizia matematică. În lumea matematică precisă a lui Platon există oricât mister și oricâtă frumusețe ar putea cineva să dorească, iar cea mai mare parte din acest mister rezidă în concepte aflate în afara părții comparativ limitate a acesteia, și anume acolo unde își au locul algoritmii și calculul.

Conștiința mi se pare un fenomen atât de important, încât nu pot, pur și simplu, să cred că este ceva ce a apărut doar "accidental", ca urmare a unui calcul complicat. Este fenomenul prin care se face cunoscută însăși existența universului. S-ar putea argumenta faptul că un univers guvernat de legi care nu permit existența conștiinței nici nu este un univers. Aș putea spune chiar că toate descrierile matematice de până acum ale universului ar trebui să nu îndeplinească acest criteriu. Numai fenomenul de conștiință aste cel ce poate traduce în viață un prezumtiv univers "teoretic"!

Unele dintre argumentele pe care le-am dat în aceste capitole pot părea întortocheate și complicate. Unele sunt evident speculative, în timp ce la altele cred că nu putem renunța. Totuși, sub toate aceste aspecte tehnice, există sentimentul că este într-adevăr "evident" că gândirea *conștientă* nu poate funcționa ca un calculator, chiar dacă o mare parte din ceea ce este cuprins în activitatea mentală ar putea avea această caracteristică.

Acesta este genul de evidență pe care un copil îl poate observa – deși acest copil ar putea fi constrâns, ulterior în decursul vieții, să creadă că problemele evidente sunt "non-probleme", ar putea fi convins de non-existență, prin raționamente minuțioase și definiții alese inteligent. Uneori, copii văd clar lucruri care devin într-adevăr mai puțin limpezi ulterior în viață. Adeseori, atunci când grijile activităților "lumii reale" au început să ni se așeze pe umeri, uităm mirarea pe care am simțit-o în copilărie. Copiii nu se tem să pună întrebări esențiale pe care noi, ca adulți, suntem poate stânjeniți să le punem, de felul: ce se întâmplă cu ființa noastră conștientă după ce murim?; unde se afla aceasta înainte de naștere?; am putea deveni, sau am putea să fi fost, altcineva?; cum de suntem ființe conștiente?; de ce suntem aici?; de ce există un univers în care putem exista? Acestea sunt enigmele ce tind să apară odată cu trezirea conștiinței în fiecare dintre noi – și, fără îndoială, cu trezirea realei conștiințe de sine în oricare creatură sau altă entitate.

Îmi amintesc de faptul că am fost eu însumi tulburat de astfel de enigme când eram copil. Probabil că propria mea conștiință s-ar fi putut schimba brusc cu a altcuiva. Cum aș putea ști vreodată dacă un asemenea lucru nu mi s-ar fi putut deja întâmpla mie – presupunând că fiecare persoană poartă numai amintirile legate de acea persoană particulară? Cum aș putea explica altcuiva un asemenea "schimb"? Are el într-adevăr vreun sens? Poate că trăiesc pur și simplu aceeleași trăiri corespunzătoare a zece minute, iarăși și iarăși, de fiecare dată cu aceleași percepții. Poate că, pentru mine, "există" numai clipa prezentă. Poate că "eu" cel de mâine, sau cel de ieri, este o persoană cu totul diferită, cu o conștiință independentă. Poate că, de fapt, trăiesc înapoi în timp, fluxul conștiinței mele îndreptându-se spre trecut, astfel încât memoria îmi spune ce mi *se va întâmpla* și nu ce mi *s-a întâmplat* – astfel că experiența neplăcută de la școală este un lucru care a foat pus la păstrare și pe care, din nefericire, va trebui să-l înfrunt în curând. "Înseamnă" oare ceva deosebirea dintre *acest fel de a privi lucrurile* și curgerea timpului pe care o percepem în mod obișnuit, în sensul că un fel de a privi lucrurile este "greșit", iar cealălat – "corect"? Pentru ca aceste întrebări să capete, în principiu, răspunsuri, este necesară o teorie a conștiinței. Dar cum ar putea cineva măcar să *înceapă* să explice esența unor astfel de probleme unei entități care nu este la rândul ei conștientă . . . ?

1. Pentru o argumentație a faptului că teorema lui Gödel implică necalculabilitate vezi Lucas (1961), și Good (1969), iar Benacerraf (1967), Bowie (1982) pentru diferite contraargumente.
2. Unii cititori și-ar putea pune problema că printre matematicieni există puncte de vedere diferite. Reamintiți-vă discuția din capitolul 4. Totuși, diferențele, acolo unde ele există, nu ar trebui să ne preocupe prea mult acum. Ele se referă doar la probleme ezoterice legate de seturi foarte mari, în timp ce noi ne restrângem atenția doar la propozițiile din aritmetică (cu un număr finit de cuantificatori existențiali și universali) și deci, discuția de mai sus. are sens. (Poate că aceasta supraliciteazǎ puțin problema, din moment ce un principiu de reflexie ce se referă la seturi infinite poate fi folosit pentru a deduce propoziții în aritmetică.) Cât despre formalistul foarte dogmatic, imun la teorema lui Gödel, care pretinde că nici măcar nu recunoaște că există un astfel de lucru ca adevărul matematic, îl voi ignora

pur şi simplu, deoarece este clar că nu posedă acea calitate de a intui adevărul, care reprezintă subiectul discuției noastre!

3. Termenul de "gaură neagră" s-a încetățenit abia mult mai târziu, în aproximativ 1968 (în mare măsură via ideile profetice ale fizicianului american John A. Wheeler).
4. Faptul că animalele au nevoie de somn, în timpul căruia se pare că *visează* uneori (precum se observă adesea la câini) mi se pare că este o dovadă că posedă conştiință. Prezența conştiinței pare să fie un element important în deosebirea dintre somnul cu vise şi cel fără vise.
5. În cazul teoriei relativității restrânse sau a celei generale, citiți "spații simultane" sau "suprafețe de tip spațial" în loc de "momente de timp" (vezi paragraful despre relativitatea restrânsă a lui Einstein şi Poincaré, şi cel despre cauzalitate relativistă şi determinism, din capitolul 5).
6. În cazul universului infinit spațial există totuşi o serie de lucruri care nu au fost luate în considerație. În acest caz, se dovedeşte (într-o oarecare măsură ca şi în cazul lumilor multiple) că ar exista infinit de multe copii proprii şi ale lumii înconjurătoare din imediata apropiere! Comportarea viitoare a fiecărei copii ar putea fi puțin diferită, şi nu se va putea şti niciodată cu siguranță care dintre copiile proprii aproximative modelate matematic ar putea "fi" în realitate!
7. Chiar şi creşterea unor cristale concrete ar putea pune probleme similare, de exemplu, în cazul în care celula unitară cuprinde câteva sute de atomi, aşa cum este cazul în aşa numitele faze Frank-Casper. Pe de altă parte, trebuie menționat că Onoda, DiVincenzo, Steinhardt şi Socolar (1988) au sugerat o procedură teoretică de creştere "aproximativ locală" (deşi tot nelocală) pentru cuasicristalele cu simetrie de ordinul cinci.

EPILOG

"Cum te simți? Oh, . . . foarte bună întrebare, băiețaș . . . hm . . . mi-aș dori să știu și eu răspunsul", spuse proiectantul principal. "Să vedem ce are de spus prietenul nostru despre . . . ciudat . . . hm . . . Ultronic spune că nu vede ce . . . nici măcar nu înțelege despre ce este vorba! " Chicotele de râs răzlețe se transformară într-un hohot general.

Adam se simți cumplit de stânjenit. Ei ar fi putut reacționa în oricare alt mod, dar nu ar fi trebuit să râdă.

BIBLIOGRAFIE

Aharonov, Y., Albert, D.Z. (1981). Can we make sense out of the measurement process in relativistic quantum mechanics? *Phys. Rev.*, **D24**, 359-70.

Aharonov, Y., Bergman, P., Leibowitz, J.L. (1964). Time symmetry in the quantum process of measurement. În *Quantum theory and measurement* (ed. J.A. Wheeler and W.H. Zurek), Princeton University Press, 1983; în original în *Phys. Rev.*, **134B**, 1410-16.

Ashtekar, A., Balachandran, A.P., Sang Jo (1989). The CP problem in quantum gravity. *Int. J. Mod. Phys.*, **A6**, 1493-514.

Aspect, A., Grangier, P. (1986). Experiments on Einstein-Podolsky-Rosen-type correlations with pairs of visible photons. În *Quantum concepts in space and time* (ed. R. Penrose and C. Isham), Oxford University Press.

Atkins, P. W. (1987). *Why mathematics works*. Oxford University Extension Lecture in series: Philosophiy and the New Physics (13 martie).

Barrow, J. D. (1988). *The world within the world*. Oxford University Press.

Barrow, J. D., Tipler, F. J. (1986). *The anthropic cosmological principle*. Oxford University Press.

Baylor, D. A., Lamb, T. D., Yau, K. W. (1979). Responses of retinal rods to single photons. *J. Physiol.*, **288**, 613-34.

Bekenstein, J. (1972). Black holes and entropy. *Phys. Rev.*, **D7**, 2333-46.

Belinfante, F. J. (1975). *Measurement and time reversal in objective quantum theory*. Pergamon Press, New York.

Belinskii, V. A., Khalatnikov, I. M., Lifshitz, E. M. (1970). Oscillatory approach to a singular point in the relativistic cosmology. *Adv. Phys.* **19**, 525-573.

Bell, J. S. (1987). *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*. Cambridge University Press.

Benacerraf, P. (1967). God, the Devil and Gödel. *The Monist*, 51, 9-32.

Blakemore, C., Greenfield, S., (ed.) (1987). *Mindwaves: thoughts on intelligence, identity and consciousness*. Basil Blakwell, Oxford.

Blum, L., Shub, M., Smale, S. (1989). On a theory of computation and complexity over the real numbers: NP completeness, recursive functions and universal machines. *Bull. Amer. Math. Soc.* (Sub tipar).

Bohm, D. (1951). The Paradox of Einstein, Rosen and Podolsky. În *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek). Princeton University Press, 1983; în original în *Quantum theory*, D. Bohm, Ch. 22, paragrafele 15-19. Prentice-Hall, Englewood-Cliffs.

Bohm, D. (1952). A suggested interpretation of quantum theory in terms of "hidden" variables I and II, în *Quantum theory and measurement*. (ed., J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; în original în *Phys. Rev.*, **85**, 166-93.

Bondi, H. (1960). Gravitational waves in general relativity. *Nature (London)*, **186**, 535.

Bowie, G. L. (1982). Lucas' number is finally up. *J. of Phylosophical Logic*, **11**, 279-85.

Cartan, E. (1923). Sur les variétés a connexion affine et la théorie de la relativité generalisée. *Ann. Sci. Ec. Norm. Sup.*, 40, 325-412.

Chandrasekhar, S. (1987). *Truth and beauty: aesthetics and motivations in science*, University of Chicago Press.

Church, A. (1941). *The calculi of lambada-version*. Annals of Mathematics Studies, no. 6. Princeton University Press.

Churchland, P. M. (1984). *Matter and consciousness*. Bradford Books, MIT Press, Cambridge, Mass.

Clauser, J. F., Horne, A. H., Shimony, A., Holt, R. A. (1969Proposed experiment to test local hidden-variable theories. În *Quantum theory and measurement* (ed.. J. A. Wheeler şi W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; in original în *Phys. Rev. Lett.*, 23, 880-84.

Close, F. (1983). *The cosmic orion: quarks and the nature of the universe*. Heinemann, London.

Cohen, P. C. (1966). *Set theory and the continuum hypothesis*, Benjamin, Menlo Park, CA.

Cutland, N. J. (1980). *Computability: an introduction to recursive function theory*. Cambridge University Press.

Davies, P. C. W. (1974). *The physics of time-asymmetry*. Surrey University Press.

Davies, P. C. W., Brown, J. (1988). *Superstrings: a theory of everything*? Cambridge University Press.

Davies, R. D., Lasenby, A. N., Watson, R. A., Daintree, E. J., Hopkins J., Beckman, J., Sanchez-Almeida, J., in Rebolo, R. (1987). Sensitive measurement of fluctuations in the cosmic microwave background. *Nature*, **326**, 462-5.

Davis, M. (1988). Mathematical logic and the origin of modern computers. În *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken), Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Dawkins, R. (1986). *The blind watchmaker*. Longman, London.

de Broglie, L. (1956). *Tentative d'interpretation causale et nonlineaire de la mechanique ondulatoire*. Gauthier-Villars, Paris.

Deeke, L., Grotzinger, B., şi Kornhuber, H. H. (1976). Voluntary finger movements in man: cerebral potentials and theory. *Biol. Cybernetics*, 23, 99.

Dellbruck, M. (1986). *Mind from matter*? Blackwell Scientific Publishing, Oxford.

Dennett, D. C. (1978). *Brainstorms*. Philosophical Essays on Mind and Psychology, Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Deutch, D. (1985). Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. *Proc. Roy. Soc. (Lond.)*, **A400**, 97-117.

Devlin, K. (1988). *Mathematics: the new golden age*. Penguin Books, London.

De Witt, B. S., Graham, R. D. (ed.) (1973). *The many-worlds interpretation of quantum mechanics*. Princeton University Press.

Dirac, P. A. M. (1928). The quantum theory of the electron. *Proc. Roy. Soc. (Lond.)*, **A117**, 610-24; *ditto*, part II. *ibid*, *A118*, 361.

Dirac, P. A. M. (1938). Classical theory of radiating electrons. *Proc. Roy. Soc. (Lond.)*, **A167**, 148.

Dirac, P. A. M. (1939). The relations between mathematics and physics. *Proc. Roy. Soc., Edinburgh*, **59**, 122.

Dirac, P. A. M. (1947). *The principle of quantum mechanics*. (3rd edition), Oxford University Press.

Dirac, P. A . M. (1982). Pretty mathematics. *Int. J. Theor. Phys.*, **21**, 603-5.

Drake, S. (trad.) (1953). *Galileo Galilei: dialogue concerning the two chief world systems - Ptolemaic and Copernican*. University of California, Berkeley, 1953.

Drake, S. (1957). *Discoveries and options of Galileo*. Doubleday, New York.

Eccles, J. C. (1973). *The Understanding of the brain*. McGraw-Hill, New York.

Einstein, A., Podolsky. P.. Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? În *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek). Princeton University Press, 1983; in original în *Phy. Rev.*, **47**, 777-80.

Everett, H. (1957). 'Relative State' formulation of quantum mechanics. În *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press 1983; in original in *Rev. of Mod. Phys.*, 29, 454-62.

Feferman, S. (1988). Turing in the Land of O(z). În *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken), Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Feynman, R. P., Leighton and Sands (1965). *The Feynman Lectures*. Addison-Wesley.

Feynman, R. P. (1985). *QED: the strange theory of light and matter*. Princeton University Press.

Fodor, J. A. (1983). *The modularity of mind*. MIT Press, Cambridge, Mass.

Fredkin, E., Toffli, T. (1982). Conservative Logic. *Int. J. Theor. Phys.*, **21**, 219-53.

Freedman, S. J., Clauser, J. F. (1972). Experimental test of local hidden-variable theories. În *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek) Princeton University Press, 1983; în original în *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 938-41.

Galilei, G. (1638). *Dialogues concerning two new sciences*. Macmillan edn. 1914; Dover Inc.

Gandy, R. (1988). The confluence of Ideas in 1936. In *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken), Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Gardner, M. (1958). *Logic machines and diagrams*. University of Chicago Press.

Gardner, M. (1983), *The whys of a philosophical scrivener*. William Morrow and Co., Inc., New York.

Gardner, M. (1989). *Penrose tiles to trapdoor ciphers*. W. H. Freeman and Company, New York.

Gayle, F. W. (1987). Free-surface solidification habit and point group symmetry of a faceted icosahedral Al-Li-Cu phase. *J. Mater. Sci.* **2**, 1-4.

Gazzaniga, M. S. (1970). *The bisected brain*. Appleton-Century-Crofts, New York.

Gazzaniga, M. S., LeDoux, J. E., Wilson, D. H. (1977). Language, praxix, and the right hemisphere: clues to some mechanisms of consciousness. *Neorology*, **27**, 1144-7.

Geroch, R. şi Hartle, J. B. (1986). Computability and physical theories. *Found. Phys.*, **16**, 533.

Ghirardi, G. C., Rimini, A., Weber, T. (1980). A general argument against superluminal transmission through the quantum mechanical measurement process. *Lett. Nuovo. Chim.*, **27**, 293-8.

Ghirardi, G. C., Rimini, A., Weber, T. (1986). Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems. *Phys. Rev.*, **D34**, 470.

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwadter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, **38**, 173-98.

Good, I. J. (1969). Gödel's theorem is a red herring. *Brit. J. Philos. Sci.*, **18**, 359.-73.

Gregory, R. L. (1981). *Mind in science; A history of explanations in psychology and physics*. Weidenfeld and Nicholson Ltd.

Grey Walter, W. (1953). *The living brain*. Gerald Duckworth and Co. Ltd.

Grünbaum, B., Shephard, G. C. (1981). Some problems of plane tilings. În *The mathematical Gardner* (ed. D. A. Klarner). Prindle, Weber and Schmidt, Boston.

Grünbaum, B., Shephard, G. C. (1987). *Tilings and patterns*. W.H. Freeman.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press.

Hanf, W. (1974). Nonrecursive tilings of the plane, I. *J. Symbolic Logic*, **39**, 283-5.

Harth, E. (1982). *Windows on the Mind*. Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Hartle, J. B., Hawking, S. W. (1983). Wave function of the universe. *Phys. Rev.*, **D31**, 1777.

Hawking, S. W. (1975). Particle creation by black holes. *Commun. Math. Phys.*, **43**, 199-220.

Hawking, S. W. (1987). Quantum cosmology. În *300 years of gravitation* (ed. S. W. Hawking şi W. Israel), Cambridge University Press.

Hawking, S. W. (1988). *A brief history of time*. Bantam Press, London.

Hawking, S. W., Penrose, R. (1970). The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. (London)*, **A314**, 529-48.

Hebb, D. O. (1954). The problem of consciousness and introspection. In *Brain mechanisms and consciousness* (ed. J.F. Delafresnaye), Blackwell, Oxford.

Hecht, S., Shaler, S., Pirenne, M. H. (1941). Energy, quanta and vision. *J. of Gen. Physiol.*, **25**, 891-40.

Herken, R. ed., (1988). *The universal Turing machine: a half-century survey*, Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Hiley, B. J. şi Peat, F. D., eds. (1987). *Quantum implications. Essays in honour of David Bohm*. Routledge and Kegan Paul, London & New York.

Hodges, A. P. (1983). *Alan Turing: the enigma*. Burnett Books and Hutchinson, London; Simon and Schuster, New York.

Hofstadter, D. R. (1979). *Gödel, Esher, Bach: an eternal golden braid*. Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Hofstadter, D. R. (1981). A conversation with Einstein's brain. In *The mind's I* (ed. D.R. Hofstadter and D. C. Dennett), Basic Books, Inc.; Penguin Books, Ltd; Harmondsworth, Middx.

Hofstadter, D. R., Dennett, D. C. ed. (1981). *The mind's I*, Basic Books, Inc.; Penguin Books, Ltd; Harmondsworth, Middx.

Hubel, D. H. (1988). *Eye, brain and vision*, Scientific American Library Series #22.

Huggett, S. A., Tod, K. P. (1985). *An introduction to twistor Theory*. London Math. Soc. student texts, Cambridge University Press.

Jaynes, J. (1980). *The origins of consciousness in the breakdown of the bicameral mind*. Penguin Books Ltd. Harmondsworth, Middx.

Kandel, E. R. (1976). *The cellular basis of behaviour*. Freeman, San Francisco.

Károlyházy, F. (1974). Gravitation and quantum mechanics of macroscopic bodies. *Magyar Fizikai Polyoirat*, **12**, 24.

Károlyházy, F., Fenkel, A. and Lukács, B. (1986). On the possible role of gravity on the reduction of the wave function. In *Quantum concepts in space and time*. (ed. R. Penrose and C. J. Isham), Oxford University Press.

Keene, R. (1988). Chess: Henceforward. *The Spectator*, **261**, (no. 8371), 52.

Knuth, D. M. (1981). *The art of computer programming*, Vol. 2 (2nd edn)., Addison-Wesley, Reading, M.A.

Komar, A. B. (1964). Undecidability of macroscopically distinguishable states in quantum field theory. *Phys. Rev.*, **133B**, 542-4.

Komar, A. B. (1969). Qualitative features of quantized gravitation. *Int. J. Theor. Phys*. **2**, 157-60.

Kuznetsov, B. G. (1977). *Einstein: Leben, Tod, Unslerblichkeit* (trans. into German by H. Fuchs). Birkhauser, Basel.

LeDoux, J. E. (1985). Brain, mind and language. In *Brain and mind* (ed. D. A. Oakley) Methuen, London and New York.

Levy, D. W. L. (1984). *Chess computer handbook*, Batsford.

Libet, B., Wright, E. W. Jr., Feinstein, B., and Pearl, D. K. (1979). Subjective referral of the timing for a conscious sensory experience. *Brain*, **102**, 193-224.

Lorenz, K. (1972). Quoted in: *From ape to Adam* by H. Wendt, Bobbs Merrill, Indianapolis.

Lucas. J. R. (1961). Minds, machines and Gödel. *Philosophy* **36**, 120-4; reprinted in Alan Ross Anderson (1964). *Minds and machines*, Englewood Cliffs.

MacKay, D. (1987). Divided brains-divided minds? In *Mindwaves* (ed. C. Blakemore and S. Greenfield), Basil Blackwell, Oxford.

Majorana, E. (1932). Atomi orientati in campo magnetico variable. *Nuovo Cimento*, **9**, 43-50.

Mandelbrot, B. B. (1986). Fractals and the rebirth of iteration theory. In *The beauty of fractals: images of complex dynamical systems*, H. O. Peitgen and P. H. Richter, Springer-Verlag, Berlin, pp. 151-60.

Maxwell, J. C. (1865). A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philos. Trans. Roy. Soc. (Lond.)*, 155, 459-512.

Mermin, D. (1985). Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory. *Physics Today*, **38** (no. 4), 38-47.

Michie, D. (1988). The fifth generation's unbridged gap. In *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken), Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Minsky, M. L. (1968), Matter, Mind, and models. In *Semantic information processing*. (ed. M. L. Minsky), M.I.T. Press, Cambridge, Mass.

Misner, C. W. (1969). Mixmaster universe. *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 1071-4.

Moruzzi, G. and Magoun, H. W. (1949). Brainstem reticular formation and activation of the EEG. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, **1**, 455-73.

Mott, N. F. (1929). The wave mechanics of α-ray tracks. In *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; in original in *Proc. Roy. Soc. (Lond.)*, **A126**, 79-84.

Mott, N. F. and Massey, H. S. W. (1965). Magnetic moment of the electron. In *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; in original in *The theory of atomic collisions* by N. F. Mott and H. S. W. Massey (Clarendon Press, Oxford; 1965).

Myers, D. (1974). Nonrecursive tilings of the plane, II. *J. Symbolic Logic*, **39**, 286-94.

Myers, R. E. and Sperry, R. W. (1953). Interocular transfer of a visual form discrimination habit in cats after section of the optic chiasm and corpus callosum. *Anatomical Record*, **175**, 351-2.

Nagel, E. and Newman, J. R. (1958). *Gödel's proof*. Routledge & Kegan Paul Ltd.

Nelson D. R. and Halperin, B. I. (1985). Pentagonal and icosahedral order in rapidly cooled metals. *Science*, **229**, 233.

Newton, I. (1687). *Principia*, Cambridge University Press.

Newton, I. (1730). *Opticks*, 1952 Dover, Inc.

Oakley, D. A., (ed.) (1985). *Brain and mind*, Methuen, London and New York.

Oakley, D. A. and Eames, L. C. (1985). The plurality of consciousness. In *Brain and mind* (ed. D. A. Oakley) Methuen, London and New York.

O'Connell, K. (1988). Computer chess. *Chess*, 15.

O'Keefe, J. (1985). Is consciousness the gateway to the cognitive map? A speculative essay in the neural basis of mind. In *Brain and mind* (ed. D. A. Oakley) Methuen, London and New York.

Onoda, G. Y., Steinhardt, P. J., DiVincenzo, D. P., and Socolar, J. E. S. (1988). Growing perfect quasicrystals. *Phy. Rev. Lett.*, **60**, 2688.

Oppenheimer, J. R. and Snyder, H. (1939). On continued gravitational contraction. *Phys. Rev.* **56**, 455-9.

Pais, A. (1982). *'Subtle is the Lord ...': the science and the life of Albert Einstein*. Clarendon Press, Oxford.

Paris, J. and Harrington, L. (1977). A mathematical incompleteness in Peano arithmetic. In *Handbook of mathematical logic* (ed. J. Barwise), North-Holland, Amsterdam.

Pearle, P. (1985). 'Models for reduction', In *Quantum concepts in space and time* (ed. C. J. Isham and R. Penrose), Oxford University Press.

Pearle, P. (1989). Combining stochastic dynamical state-vector reduction with spontaneous localization. *Phys. Rev. A*, **39**, 2277-89.

Peitgen, H. O. and Richter, P. H. (1986). *The beauty of fractals*, Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg.

Peitgen, H. O. and Saupe, D. (1988). *The science of fractal images*, Springer-Verlag, Berlin.

Penfield, W. and Jasper, H. (1974). *Highest Level Seizures*, Research Publications of the Association for Research in Nervous and Mental Diseases (New York) **26**. 252-71.

Penrose, R. (1965). Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.*, **14**, 57-9.

Penrose, R. (1974). The role of aesthetics in pure and applied mathematical research. *Bull. Inst. Math. Applications* **10**, no. 7/8, 266-71.

Penrose, R. (1979a). Einstein's vision and the mathematics of the natural world. *The Sciences* (March) 6-9.

Penrose, R. (1976b). Singularities and time-asymmetry. In *General relativity: an Einstein centenary* (ed. S. W. Hawking and W. Israel), Cambridge University Press.

Penrose, R. (1978a). Newton, quantum theory and reality. In *300 years of gravity* (ed. S. W. Hawking and W. Israel), Cambridge University Press.

Penrose, R. (1987b). *Quantum Implications. essays in honour of David Bohm.* Routledge and Kegan Paul, London & New York.

Penrose, R. (1989a). Tilings and quasi-crystals; a non-local growth problem? In *Aperiodicity and order 2* (ed. M. Jaric), Academic Press, New York.

Penrose, R. (1969b). Difficulties with inflationary cosmology, va apare in *Proceding of the 14th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics* (ed. E. Fenves), NY Acad. Sci., New York.

Penrose, R. and Rindler, W. (1984). *Spinors and space-time, Vol. I: Two-spinor calculus and relativistic fields*, Cambridge University Press.

Penrose, R. and Rindler, W. (1986). *Spinors and space-time, Vol. 2: Spinor and twistor methods in space-time geometry*, Cambridge University Press.

Pour-El, M. B. and Richards, I. (1979). A computable ordinary differential equation which possesses no computable solution, *Ann. Math. Logic*, 17, 61-90.

Pour-El, M. B. and Richards, I. (1981). The wave equation with computable initial data that is its unique solution is not computable. *Adv. in Math.*, 39, 215-39.

Pour-El, M. B. and Richards, I. (1982). Noncomputability in models of physical phenomena. *Int. J. Theor. Phys.*, 21, 553-5.

Rae, A. (1986). *Quantum physics: illusion or reality?* Cambridge University Press.

Resnikoff, H. L. and Wells, R. O. Jr. (1973). *Mathematics and civilization*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, reprinted with additions 1984 Dover Publications, Inc., Mineola, NY.

Rindler, W. (1977). *Essential relativity*, Springer-Verlag, New York.

Rindler, W. (1982). *Introduction to special relativity*, Clarendon Press, Oxford.

Robinson, R. M. (1971). Undecidability and nonperiodicity for tilings of the plane. *Invent. Math.*, 12, 177-209.

Rouse Ball, W. W. (1892). Calculating prodigies. In *Mathematical recreations and essays.*

Rucker, R. (1984). *Infinity and the mind: the science and philosophy of the infinte.* Paladin Books, Granada Publishing Ltd., London (first published by Harvester Press Ltd, 1982).

Sachs, R. K. (1962). Gravitational waves in general relativity. VIII. Waves in asymptotically flat space-time. *Proc. Roy. Soc. London*, **A270**, 103-26.

Schank, R. C. and Abelson, R. P. (1977). *Scripts, plans, goals and understanding.* Erlbaum, Hillsdale, NJ.

Shechtman, D., Blech. I., Gratias, D., and Cahn, J W. (1984). Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 53, 1951.

Schrödinger, E. (1935). Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Naturwissenschaftenp*, 23, 807-12, 823-8, 844-9. (Translation by J. T. Trimmer (1980). In *Proc. Amer. Phil. Soc.*, 124, 323-38.) In *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983.

Schrödinger, E. (1967). *'What is life?'* and *'Mind and matter'*, Cambridge University Press.

Searle, J. (1980). Minds, brains and programs, in *The Behavioral and brain sciences, Vol. 3*, Cambridge University Press, reprinted in *The mind's I* (ed. D. R. Hofstadter and D. C. Dennett) Basic Books, Inc., Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middx. 1981.

Searle, J. R. (1987). Minds and brains without programs. In *Mindwaves* (ed. C. Blakemore and S. Greenfield), Basil Blackwell, Oxford.

Smith, S. B. (1983). *The great mental calculators.* Columbia University Press.

Smorinsky, C. (1983). "Big" news from Archimedes to Friedman. *Notices. Amer. Math. Soc.*, **30**, 251-6.

Sperry, R. W. (1966). Brain bisection and consciousness. In *Brain and conscious experience* (ed. J. C. Eccles), Springer, New York.

Squires, E. (1985). *To acknowledge the wonder*, Adam Hilger Ltd., Bristol.

Squires, E. 91986). *The mystery of the quantum world*, Adam Hilger Ltd., Bristol.

Tipler, F. J., Clarke, C. J. S., and Ellis, G. F. R. (1980). Singularities and horizons - a review article. In *General relativity and gravitation* (ed. A. Held), Vol. 2, pp. 97-206. Plenum Press, New York.

Turing, A. M. (1937). On computable numbers, with application to the Entscheidungs-problem. *Proc. Lond. Math. Soc. (ser. 2)*, **42**, 230-65; a correction **43**, 544-6.

Turing, A. M. (1930). Systems of logic based on ordinals. *P. Lond. Math. Soc.*, **45**, 161-228.

Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. *Mind* **59** no. 236; reprinted in *The mind's I* (ed. D. R. Hofstadter and D. C. Dennett), Basic Books, Inc.; Penguin Books, Ltd. Harmondsworth, Middx. 1981.

von Neuman, J. (1955). *Mathematical foundations of quantum mechanics.* Princeton University Press.

Waltz, D. L. (1982). Artificial intelligence. *Scientific American*, 247, (4), 101-22.

Ward, R. S. and Wells, R. O. Jr. (1989). *Twistor geometry*, Cambridge University Press.

Weinberg, S. (1977). *The first three minutes: A modern view of the origin of the universe*, Andre Deutsch, london.

Weiskrantz, L. (1987). Neuropsychology and the nature of consciousness. In *Mindwaves* (ed. C. Balkemore and S. Greenfield), Blackwell, Oxford.

Westfall, R. S. (1980). *Never at rest*, Cambridge University Press.

Wheeler, J. A. (1983). Law without law. In *Quantum theory and measurement* (ed. J. A . Wheeler, W. H. Zurek); Princeton University Oress, pp. 182-213.

Wheeler, J. A. and Feynman, R. P. (1945). Interaction with the absorber as the mechanism of radiation. *Revs. Mod. Phys.*, 17, 157-81.

Wheeler, J. A. and Zurek, W. H., (ed.) (1983). *Quantum theory and measurement.* Princeton University Press.

Whittaker, E. T. (1910). *The history of the theories of aether and electricity*, Longman, London.

Wigner, E. P. (1961). The unreasonable effectiveness of mathematics. *Commun. Pure Appl. Math.*, **13**, 1-14.

Wigner, E. P. (1961). Remarks on the mind-body question. In *The scientist speculates* (ed. I. J. Good), Heinemann, London. (Reprinted in E. Wigner (1967). *Symmetries and reflections*, Indiana University Press, Bloomington). In *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983.

Will, C. M. (1987). Experimental gravitation from Newton's *Principia* to Einstein's general relativity. In *300 years of gravitation* (ed. S. W. Hawking and W. Israel), Cambridge University Press.

Wilson, D. H., Reeves, A. G., Azzaniga, M. S. and Culver, C. (1977). Cerebral commissurotomy for the control of intractable seizures. *Neurology*, 27, 708-15.

Winograd, T. (1972). Understanding natural language. *Cognitive Psychology*, **3**, 1-91.

Wootters, W. K. and Zurek, W. H. (1982). A single quantum cannot be cloned. *Nature*, **299**, 802-3.

POSTFAȚĂ

În cele ce urmează încercăm să completăm bibliografia pe care R. Penrose a prezentat-o la finele acestei cărți, atât cu scopul de a aduce o echilibrare a materialului documentar pentru cititorul român, cât și pentru a semnala prezența unor lucrări bibliografice, care ar merita poate a fi examinate. Nu am încercat, fiind o sarcină mult prea dificilă pentru moment, realizarea unei bibliografii și a unor comentarii exhaustive. Ne-am limitat la ceea ce se poate găsi cu mai mult sau mai puțin efort (și noroc uneori) în țară. În unele cazuri, cele ce vor fi prezentate mai jos sunt fie compilări, fie adnotări pe marginea unor discuții existente în unele cărți, articole sau lucrări. Ori de câte ori este cazul, se indică sursa originală.

Ideile generatoare ale domeniului actual al inteligenței artificiale pot fi regăsite în lucrările de referință apărute de-a lungul timpului. Astfel pot fi citate:

Peirce, C. S., "Logical machines", *Amsterdam Journal of Pshychology,* Nov. 1877
Fisher, R. A., *The Genetical Theory of Natural Selection,* 1929
McCulloch, W. S., W. Pitts, "A logical calculus of ideas imminent in nervous activity", *Bulletin of Mathematical Biophysics,* **5** (1943) 115-133
Ryle G., *The Concept of Mind,* Hutchinson, London, 1949
Turing, A. M., "Computing machinery and intelligence", *Mind,* **59**, (1950)

Calculatoarele electronice au fost gândite la început în scopul efectuării calculelor care cereau un timp enorm de lung (de exemplu calcule din astronomie, statistică etc.).

Primele utilizări "inteligente" ale calculatoarelor electronice (aprox. prin anii 1950) au fost legate de programele de jucat șah. Ideile care fermentau în acele zile printre oamenii de știință se refereau la informație, cibernetică și automate, concepte proaspăt introduse. Nimeni nu cunoștea limitele acestor concepte, ce bariere vor avea de trecut, respectiv ce baze trebuiesc create pentru ca ele să devină concepte viabile. Activitatea concretă se ducea pe tărâmul programării calculatoarelor, al realizării de programe, deoarece calculatoarele erau "absolut proaste"; lor trebuia să li se dea: toate datele, toate operațiile care trebuiau făcute cu acestea, pașii necesari pentru a ajunge la o etapă dată etc. Ca urmare, s-a ajuns, inevitabil, la întrebări de natură mult mai profundă, chiar filosofică, de tipul: ce este cunoașterea?, cum se obține ea din senzații?, cum sunt acestea reprezentate în creier?, cum sunt ele folosite pentru a raționa?, cum sunt modificate de experiență?, cum anume se transformă deciziile mentale în acte volitive? (M. M. Waldrop, *Complexity,* Viking, Penguin, 1993, p.157)

Cunoștiințele acumulate în domenii ca: neurofiziologie, psihologie, genetică, cibernetică și teoria transmiterii informației, au condus până la urmă la deschiderea unor căi de cercetare mai eficace.

Imaginea la microsop a creierului scoate în evidență prezența unei rețele total haotice de celule nervoase, în care fiecare celulă trimite mii de filamente (axoni) care se conectează aparent fără nici o noimă cu alte mii de celule nervoase. Cu toate acestea, rețeaua de filamente trebuie să fie, cu siguranță, neîntâmplătoare. Un creier sănătos realizează percepții, gândire și acțiuni coerente. Mai mult, creierul nu este static. El se modifică și se adaptează ca urmare a experienței achiziționate în timp, adică "învață". Problema este: cum anume face acest lucru?

În 1949 Donald O. Hebb, neurofizilog la Universitatea McGill din Montreal, a propus o teorie nouă a învățării și a memoriei. Ea a fost expusă în cartea sa, *The Organization of the Behavior*. Ideea fundamentală a lui era că la nivelul contactului filamentelor celulelor (sinapse) se petrec încontinuu, modificări subtile, care stau la baza învățării și a memoriei. Impulsurile nervoase care provin de la organele senzoriale vor produce modificări la nivelul sinapselor, prin întărirea sau slăbirea acestor contacte. Rețeaua de celule nervoase, care a pornit ca o rețea haotică, se organizează rapid ca urmare a acestor impulsuri. Experiența este percepută ca o reacție pozitivă: sinapsele utilizate repetat și frecvent se vor întări, pe când contactele neutilizate se vor atrofia. În final, acelea care sunt foarte des utilizate vor crea legături practic definitive, determinând efectul de memorie. Aceste conexiuni vor fi distribuite pe întregul creier, dând naștere la "forme" sau "geometrii" ce pot implica milioane de neuroni.

O altă idee deosebită este aceea că aceste zone "structurate" formează ansamble de celule în care semnalele se pot amplifica și se pot autosusține, pot să circule încontinuu. Hebb consideră că aceste ansamble de celule formază blocurile de bază ale stocării de informație din creier. Ca urmare, acestea, cu toate că au pornit de la o identitate perfectă, încep să se diferențieze ca zone cu o structurare diferită. Acestea se pot organiza, la rândul lor, în structuri mai complexe, cu funcții și comportări mai complicate ș.a.m.d. Ansamblul de celule poate fi privit astfel ca o "cuantă de gândire".

Cele expuse corespund ideilor psihologului de la Universitatea din Harvard, B. F. Skiner ("The science of learning and the art of teaching", *Harvard Education Review*, **24** , (1954)).

Este evident că ideile conceptuale ale lui Skiner, exprimate neurologic prin rețelele de neuroni ale lui Hebb, au acționat "catalitic" asupra calculatoriștilor. Prima încercare de modelare pe calculator a unei astfel de rețele de neuroni a fost făcută la IBM și s-a numit "*Conceptor*". El modela procesele pe care Hebb le-a presupus că se petrec în creier (J. H. Holland, N. Rochester și alții) iar rezultatele obținute au fost publicate în 1956.

Termenul de *inteligență artificială* a fost introdus de John McCarthy, pe vremea când era tânăr absolvent de la CalTech (1956) pentru a desemna titlul unei conferințe de vară cu aceste subiecte, la Colegiul Dartmouth (M. M. Waldrop, *Complexity*, Viking, Penguin, 1993, p.157-160).

Dar s-a progresat rapid și pentru aceasta stau mărturie lucrările:

Minsky M., *Neural Nets and Brain-Model Problem.*, PhD Thesis, Princeton University, NJ, 1954.

Lucas J. R., "Minds, machines and Gödel", *Philosophy*, **36**, 1961.

Turing A., "Computing machinery and intelligence". În *Computer and Thought*, editori E. A. Feigenbaum și J. Feldman, McGraw-Hill, NY, 1963.

Newall, A., H. A. Simon, "GPS, a program that simulates human thought." in *Computer and Thought*, editori E. A. Feigenbaum și J. Feldman, McGraw-Hill, NY, 1963.

Fogel, D. B., A. J. Owen, M. J. Walsh, *Artificial Inteligence Through Simulated Evolution*, 1966.

Minsky, M., S. Papert, *Perceptrons*, Cambridge MIT Press, 1969.

A. W. Burks, *Essay on Cellular Automata*, 1970.

Dreyfus H. L., *What a computer can't do: a critique of artificial intelligence*, Harper and Row, NY, 1972 şi 1979 (ediţia a doua).

Chang, K., L. Lee, *Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving* 1973.

Minsky, M., "A framework for representing knowledge". În *The Psycology of Computer Vision*, McGraw-Hill, NY, 1975.

J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, 1975.

Zadeh, L. A., Fu K. S., Tanaka, K., Shimura, M., editori, *Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes*, Academic Press, NY, 1975.

McCorduck, P., *Machines who Thinks*. 1979.

Pearle J., *Heurisatics. Intelligent Startegies for Computer Problem Solving. Addison-Wesley*, Massachusetts, 1984.

Grossberg, S., *The Adaptativ Brain I: Cognition, Learning, Reinforcement, and Rythm*, 1986.

Hopfield, J. J., D. W. Tank, *Computing with Neural Circuits: A Model*, 1986.

Pearle J., *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems*, Morgan Kaufmann, PaloAlto, 1988.

Langton, C. G., *Artificial Life: Proceedings on the Syntesis and Simulation of Living Systems*, Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, vol. VI, 1988.

Patterson, D. W., *Introduction to Artificial Intelligence and Expert Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.

Zurek, W. H., *Complexity, Entropy, and Physics of Information*, Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, vol. VIII, 1990.

Luger, G. F., W. A. Stubblefield, *Artificial Inteligence. Structures and Strategies for Complex Problem Solving*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, California, 1993.

Ştiinţele cogniţiei cuprind studii de neurologie, psihologie cognitivă, inteligenţă artificială, lingvistică, antropologie etc. Diversele domenii pot fi caracterizate succint astfel:

neurologie: studiul modului de alcătuire a creierului

psihologie cognitivă: studiul proceselor de gândire la nivel înalt şi al modurilor de judecată

inteligenţă artificială: modelarea proceselor de gândire cu ajutorul calculatoarelor

lingvistică: studiul structurii limbajelor umane

antropologie: studiul culturii umane

Problematica abordată în domeniul inteligenţei artificiale devine pe măsura trecerii timpului tot mai vastă şi mai complexă. Cu ea se încearcă explorarea limitelor apropierii activităţii calculatorului de mintea umană. Argumentele prezentate de R. Penrose în această carte sunt destul de convingătoare în ceea ce priveşte limitele la care un calculator, oricât de modern ar fi el, rămâne un calculator. Bibliografia prezentată indică enorma cantitate de muncă spre apropierea calculatorului de gândirea umană. Aceia care consideră că un dispozitiv artificial va putea atinge această limită a umanului sunt foarte puternici și fermi pe poziție. Criticile aduse de recenzenți ai cărții (de exemplu de John McCarthy), adepți ai IA, ce sunt convinși că exită doar bariere temporale până la momentul în care un calculator va putea să gândească, sunt destul de numeroase. Următoarea carte a lui R. Penrose, *Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness*, apărută în 1994 la Oxford Univerity Press, a generat și ea o luare de poziție critică a lui F. J. Tipler , un alt adept al IA-tari.

În principiu, critica se referă la două aspecte principale discutate de Penrose și anume: a) existența în prezent a unor calculatoare care să "înțeleagă" demonstrații pe care noi nu le putem înțelege; b) deși creierul este o "mașină" formidabilă, ea rămâne, în principiu, o mașină cu un număr finit de stări (chiar dacă numărul acestora este foarte mare) dar atât; c) Tipler nu crede că o teorie completă a aritmeticii este inconsistentă, dar în stadiul actual al cunoștiințelor noastre de matematică, incompletitudinea ei trebuie să fie considerată ca o posibilitate reală. (Tipler, F. J., "Can a computer think? part II", *Physics World*, **7**, (1994) p.51-52).

Argumente în favoarea punctului de vedere al lui Penrose vin din multe direcții de cercetare, dar mai ales din domeniul științei complexității care în prezent este în continuă și dinamică dezvoltare.

Inteligența artificială nu a reușit să modeleze încă inteligența naturală. Două din aspectele care despart cele două domenii sunt următoarele: a) în sistemele naturale informația trece de la sistemul vechi la cel nou prin două procese, unul este cel genetic iar celălalt este celula ca sistem de interpretare a informației primite; informația genetică descrie rezultatul final pe o cale neliniară prin intermediul dezvoltării; b) dezvoltarea ca proces care conduce de la o celulă la un organism multicelular este, la rândul ei, un proces neliniar care are loc în puternică interacțiune cu mediul. Sistemele capabile să se automodifice vor fi favorizate de evoluție, într-un mediu în continuă schimbare. Ea conduce la o mult mai puternică legătură între formă (structură) și funcție. Comportarea inteligentă a vieții (și a dezvoltării) în cadrul unei evoluții (filogeneză) este de neatins de către structurile artificiale, cu atât mai mult cu cât ea este complementată de morfogeneză (dezvoltare de organism) și de ontogeneză (plasticitate și schimbare de comportament). Inteligența artificială încearcă să suplinească aceste funcții dezvoltând direcții noi, cum este aceea a "algoritmilor genetici". Rămâne de văzut dacă în viitor astfel de direcții vor apropia IA de cea naturală. (Vaario J., "From evolutionary computation to computational evolution", *Informatica*, **18**, (1994) 417-434; și Dumitrache I., Buiu C., *Introduction to Genetic Algorithms*, Editura Politehnica București, 1995, pag. 34-35).

Diferite alte aspecte pe care le ridică cartea de față pot fi, de semenea, regăsite printre cărțile listate mai jos:

S. A. Barnett, *"Instinct" and "Intelligence". The Behavior of Animal and Man*, Pelican, 1970, *"Instinct" și "inteligență"*, Editura Științifică, București, (1975).

Mariana Beliș, *Mecanismele inteligenței*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1978.

Mariana Beliş, *Bioingineria sistemelor adaptative şi instruibile*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1981.

E. Berne, *Games People Play*, Ballantine Books, New York, 1975.

W. I. Beveridge, *Arta cercetării ştiinţifice*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1968.

D. Bohm, F. D. Peat, *Science, Order and Creativity*, Bantam, New York, 1987.

J. Briggs, F. D. Peat, *Turbulent Mirror*, Harper & Row, New York, 1990.

J. L. Casti, A. Karlqvist, eds., *Beyond Belief. Randomness, Prediction and Explanation in Science*, CRC Press, Boston, 1991.

P. Davies, *The Ph ysics of Time Asymmetry*, Surrey University Press, London, 1974.

F. P. David, *Artificial Intelligence*, Baen, New York, 1988.

P. Davies, ed., *The New Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

D. C. Dennett, *Consciousness Explained*, Penguins, 1993.

I. Dumitrache, C. Buiu, *Introduction to Genetic Algoritms*, Editura Politehnica, Bucureşti, 1995.

B. D'Espagnat, Quantum Theory and Reality, *Scientific American*, Nov. 1979.

M. Field, M. Golubitsky, *Symmetry in Chaos. A Search for Patterns in Mathematics, Art and Nature*, Oxford University Press, Oxford, 1992.

Adina M. Florea, *Elemente de inteligenţă artificială I. Principii şi metode*, Universitatea Politehnica bucureşti, 1993.

J. F. Fox, The Brain's Dynamic Way of Keeping in Touch, *Science*, Aug. 1984.

W. J. Freeman, Physiological basis of mental images, *Biol. Psychiatry*, **18**, no.10, (1983), 1107.

H. Gardner, *The Mind's New Science*, Basic Books, New York, 1985.

I. Georgescu, *Elemente de inteligenţă artificială*, Editura Academiei, Bucureşti, 1985.

H. Haken, *Information and Self-Organization. A Macroscopic Approach to Complex Systems*, Springer-Verlag, Berlin, 1988.

D. Hofstadter, *Metamagical Themas: Questing for the Essence of Mind and Pattern*, Bantam, Toronto, 1985.

J. Monod, *Le hasard et la necessite*, Editions du Seuil, 1970; şi *Hazard şi necesitate*, Editura Humanitas, Bucureşti, 1991.

M. Mortimer, T. Appenzeller, The Anatomy of Memory, *Scientific American*, June, 1987.

V. Neagoe, O. Stănăşilă, *Teoria recunoaşterii formelor*, Editura Academiei, Bucureşti, 1992.

C. V. Negoiţă, D. A. Ralescu, *Mulţimi vagi şi aplicaţiile lor*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1974.

B. Nicolescu, N. Dodille, C.Duhamel, *Le temps dans les sciences*, *L'Harmattan*, Paris, 1995.

K. R. Popper, *The Open Universe. An Argument for Indeterminism*, Routledge, London and New York, 1995.

K. R. Popper, *Knowledge and the Body-Mind Problem. In defence of interaction*, Routledge, London and New York, 1996.

I. Prigogine, Isabelle Stengers, *La nouvelle alliance. Metamorphose de la science*, Ed. Gallimard, 1979; şi *Noua alianţă. Metamorfoza ştiinţei*. Ed. Politică, Bucureşti, 1984.

I. Prigogine, *From Being to Becoming,* W.H.Freeman, San Francisco, 1980; şi *De la existenţă la devenire,* Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1992.

D. Ruelle, *Chance and Chaos,* Penguin Books, 1991.

C. Sagan, *Balaurii raiului; consideraţii asupra evoluţiei inteligenţei umane.* Editura Elit, 1996.

A. Shimony, The Reality of the Quantum World, *Scientific American,* Jan. 1988.

I. Stewart and M. Golubitsky, *Fearful Symetry. Is God a Geometer?* Penguin Books, 1992.

D. W. Tank, J. J. Hopfield, Collective Coputation in Neuronlinke Circuits, *Scientific American,* Dec. 1987.

R. Thom, *Esquisse d'une Semiophysique,* InterEditions, Paris, 1988.

M. Ullman, *Wholeness and Dreaming,* in *Quantum Implications,* B. Hiley, F. D. Peat, eds., Routledge & Kegan Paul, London, 1987.

M. M. Waldrop, *Complexity,* Viking, Penguin, 1993.

A. E. Woinaroschy, *Reţele neuronale,* Universitatea Politehnică Bucureşti, 1993.

G. H. von Wright, *Explicaţie şi înţelegere,* Humanitas, 1995.

Cornelia Rusu
Mircea Rusu

INDEX ALFABETIC

„Roger Penrose şi-a început cariera de matematician în domeniul geometriei algebrice. Dar, pe când se afla la Cambridge, între 1952 şi 1955 şi apoi între 1957 şi 1960, Hermann Bondi şi Dennis Sciama i-au stârnit interesul pentru relativitatea generală. Datorită formaţiei lui de matematician pur, el a abordat subiectul într-un mod diferit faţă de cei care l-au atras şi adoptat...

Interesul său privind geometria conformă l-a îndreptat, de asemenea, către studiul proprietăţilor relaţiilor de cauzalitate existente între punctele din spaţiu - timp. Ca urmare, acestea l-au condus către teoremele asupra formării singularităţilor în spaţiu-timp, care reprezintă probabil cea mai importantă predicţie a relativităţii generale, deoarece se pare că acestea implică faptul că spaţiul-timp posedă un început sau un sfârşit."

(C.W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation,* Freeman, 1973)

El a primit o serie de premii şi medalii, incluzând Premiul Wolf în 1988 pe care l-a împărţit cu Stephen Hawking pentru lucrările realizate împreună privind contribuţiile la înţelegerea universului.

„Mulţi matematicieni care lucrează în domeniul calculatoarelor presupun că în curând va fi posibil să se construiască calculatoare capabile să prezinte inteligenţă artificială, maşini care ar putea să egaleze sau chiar să depăşească procesele de gândire proprii creierului uman.

Roger Penrose, care predă matematici la Universitatea din Oxford, este însă de altă părere. El crede că ceea ce se petrece în creierul uman este foarte diferit de modul de funcţionare al calculatoarelor existente sau al celor imaginabile. În *The Emperor's New Mind*, o lucrare îndrăzneaţă, scânteietoare, ce încearcă să depăşească bazele existente, el demonstrează că nouă ne lipsesc în prezent elemente importante de înţelegere a fundamentelor fizicii, fără de care nu vom putea înţelege vreodată gândirea..."

(The New York Times Book Review)

ISBN 973-31-1589-4